

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - Analisi complessa (03/02/2020)

1. Esercizio: *i) Calcolare $\oint_{\gamma} \frac{z}{z^2+4} dz$ dove γ è:*

- a) il quadrato di vertici $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$ (**2 punti**);*
- b) la circonferenza centrata nell'origine, di raggio 3 (**3 punti**);*
- c) il rettangolo formato dalle intersezioni tra le rette $z(t) = t + 3i$, $z(t) = t + i$, $z(t) = 2 + it$, $z(t) = -2 + it$, $t \in \mathbb{R}$ (**3 punti**).*

ii) Calcolare:

*α) tutti i residui della funzione $f(z) = e^{-5iz}(z+3)^{-3}$ (**3 punti**);*

*β) il residuo della funzione $g(z) = \frac{z^2 + 5i}{z^6 - 1}$ in $z = 1$ (**3 punti**).*

2. Domande:

i) Le funzioni olomorfe in un aperto con derivata non nulla sono interessanti dal punto di vista geometrico; perché? Giustificare la risposta (**6 punti**).

ii) Citare un'eventuale utilità di questo tipo di funzioni (**4 punti**).

iii) Fare un esempio esplicito di funzione olomorfa con derivata non nulla in un aperto e calcolare le immagini, tramite la funzione scelta, delle rette orizzontali e delle rette verticali del piano complesso passanti per un punto fissato (**6 punti**).