Problema 1.

Siano A, B, C tre insiemi. Dimostrare che

- $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

Problema 2.

Dimostrare che una funzione $f : X \to Y$ è iniettiva se e solo se $\forall\ T \subseteq X$ si ha che $f(X \setminus T) \subseteq Y \setminus f(T)$.

Problema 3.

Usando il principio di induzione mostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $(2 \cdot 10^{n+1} + 1)$ è divisibile per 3.

Problema 4.

Sia X un insieme e siano R_1 e R_2 due relazioni di equivalenza su X. Dimostrare che $R_1 \cap R_2$ è una relazione di equivalenza.

Problema 5.

Dimostrare che per ogni $p, q \in \mathbb{Q}$ con $p < q$ esiste un $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ tale che $p < x < q$.

Problema 6.

Determinare per quali valori di k esiste una soluzione del seguente sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv_5 12^5 \\ x \equiv_3 10 \\ x \equiv_{15} k \end{cases}$$