Problema 1.

Siano $A, B \subseteq X$ due sotto insiemi di un insieme X. Si provi che

$$(X \setminus A) \cap (X \setminus B) = X \setminus (A \cup B)$$

Problema 2.

Siano $p, q \in \mathbb{Z}$ due numeri interi. Si consideri la funzione

$$\varphi_{p,q} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}\,; \qquad z \mapsto pz + q$$

Dire, inserendo tutti i dettagli, per quali valori di p e q la funzione $\varphi_{p,q}$ è iniettiva e per quali valori di p e q la funzione $\varphi_{p,q}$ è suriettiva.

Problema 3.

Dimostrare per induzione su n che $11|(23^n - 1)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Problema 4.

Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione

$$z^3 = \sqrt{3} + i$$

e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.

Problema 5.

Sia L una partizione di un insieme X. Si definisca una relazione $R \subset X \times X$ nel modo seguente: per $x, y \in X$, $(x, y) \in R$ se e solo se esiste $A \in L$ tale che $x, y \in A$.

Dimostrare che R è una relazione di equivalenza.

Problema 6.

Determinare il più piccolo intero positivo k tale che il seguente sistema di congruenze ammetta soluzione

$$\begin{cases} x \equiv_2 7 \\ x \equiv_3 10 \\ x \equiv_6 k \end{cases}$$