

# MATLAB-SIMULINK

## Simulink

**Simulazione di un sistema ABS (Anti-lock Braking System)**

**Ing. Alessandro Pisano**

`apisano@unica.it`

## Anti-lock bracking system (ABS)

Il **sistema anti bloccaggio**, meglio noto con l'acronimo **ABS** (dall'inglese *Antilock Braking System*) è un sistema di sicurezza che evita il bloccaggio delle ruote dei veicoli garantendone la guidabilità durante le frenate

Realizziamo un modello di simulazione che riproduce le dinamiche prevalenti di un sistema ABS.

“Ingredienti” Simulink

Uso di look-up table

Integratori saturati

Blocco della simulazione in presenza di particolari condizioni

# Modello matematico

## Variabili del modello

$$J\dot{\omega}(t) = T_f(t) - rF_{ps}(t)$$

$\omega(t)$  = velocità angolare ruota

$$\frac{m}{4}\dot{v}(t) = F_{ps}(t)$$

$v(t)$  = velocità longitudinale del veicolo

$T_f(t)$  = coppia frenante

Modello “**quarto di veicolo**”

$F_{ps}(t)$  = forza di interazione pneumatico/strada

## Costanti del modello

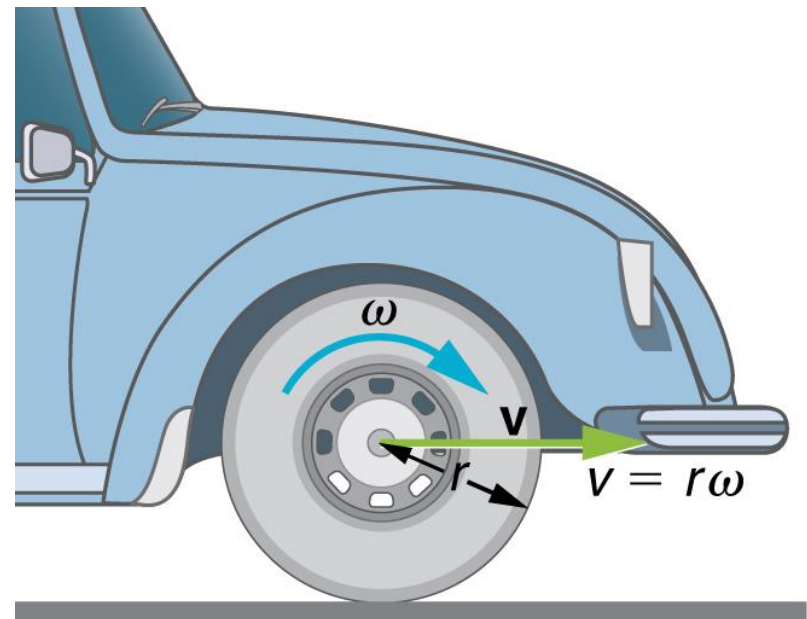
$J$  = inerzia ruota       $m$  = massa del veicolo

$r$  = raggio ruota

## Espressione della forza di interazione pneumatico/strada

$$F_{ps} = -\frac{mg}{4}\mu(s) \quad s = 1 - \frac{\omega}{v/r}$$

$s$  = “scorrimento”



# Modello matematico

## Espressione della forza di interazione pneumatico/strada

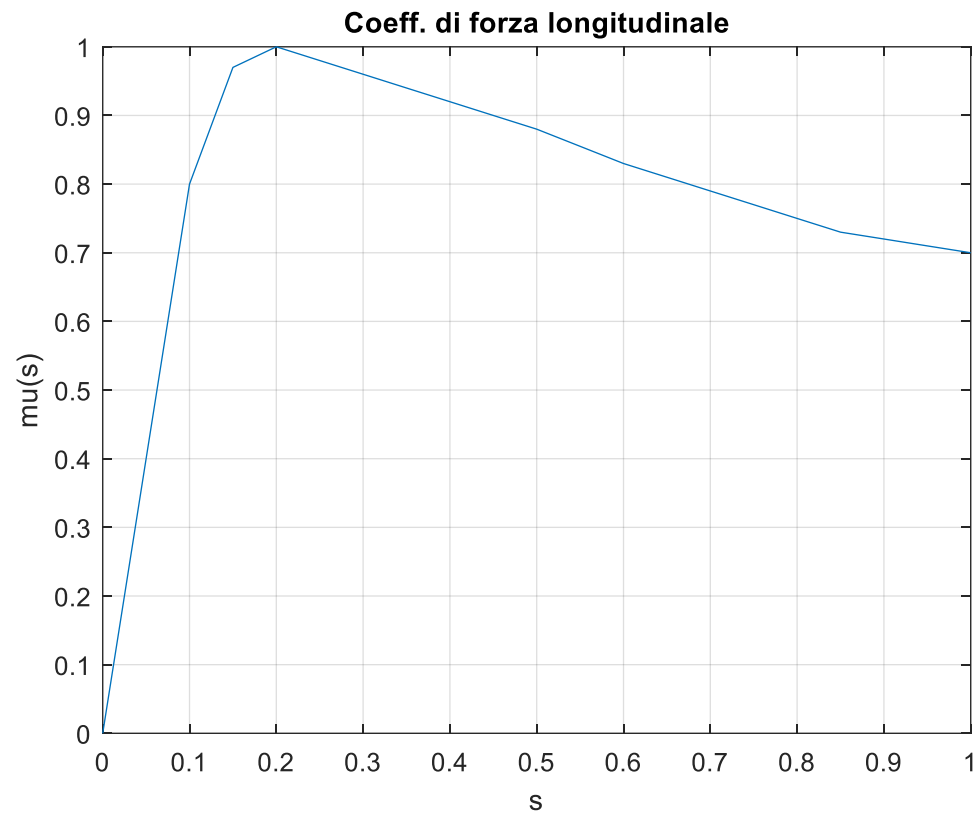
$$F_{ps} = -\frac{mg}{4}\mu(s) \quad s = 1 - \frac{\omega}{v/r}$$

Caratteristica  $\mu(s)$  nota in **forma tabellare** 

La forma della funzione  $\mu(s)$  (**Longitudinal force coefficient**) dipende dalle condizioni della carreggiata e dalle caratteristiche del pneumatico

$s$	$\mu(s)$
0	0
0.05	0.4
0.1	0.8
0.15	0.97
0.2	1
0.25	0.98
0.3	0.96
0.35	0.94
0.4	0.92
0.45	0.9
0.5	0.88
0.55	0.855
0.6	0.83
0.65	0.81
0.7	0.79
0.75	0.77
0.8	0.75
0.85	0.73
0.9	0.72
0.95	0.71
1	0.7

```
slip = 0:.05:1.0;  
mu = [0 .4 .8 .97 1.0 .98 .96 .94 .92 .9 .88 .855 .83 .81 .79 .77 .75 .73 .72 .71 .7];  
plot(slip,mu),grid  
xlabel('s')  
ylabel('mu(s)')  
title('Coeff. di forza longitudinale')
```



## Anti-lock bracking system (ABS)

$$J\dot{\omega} = T_f + r \frac{mg}{4} \mu(s)$$

$$\frac{m}{4} \dot{v} = - \frac{mg}{4} \mu(s)$$

$$s = 1 - \frac{\omega}{v/r} = 1 - r \frac{\omega}{v}$$

Sistema dinamico **NON LINEARE**, del secondo ordine

Caratteristica  $\mu(s)$  nota in forma tabellare

$s$	$\mu(s)$
0	0
0.05	0.4
0.1	0.8
0.15	0.97
0.2	1
0.25	0.98
0.3	0.96
0.35	0.94
0.4	0.92
0.45	0.9
0.5	0.88
0.55	0.855
0.6	0.83
0.65	0.81
0.7	0.79
0.75	0.77
0.8	0.75
0.85	0.73
0.9	0.72
0.95	0.71
1	0.7

## Script di parametrizzazione

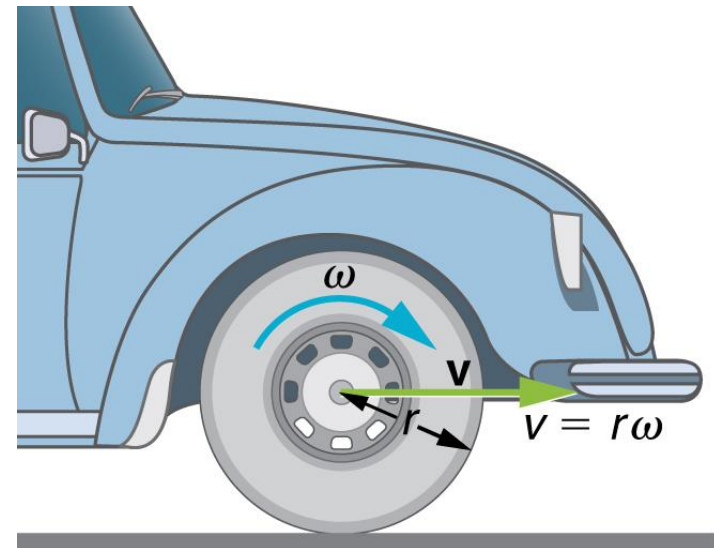
```
clear all
clc
g = 9.81;
r = 0.6; % raggio della ruota [m]
m = 600; % massa del veicolo [kg]
J = 5; % inerzia ruota [kg m²]

% Curva mu-slip
slip = 0:.05:1.0;
mu = [0 .4 .8 .97 1.0 .98 .96 .94 .92 .9 .88 .855 .83 .81 .79 .77 .75 .73 .72 .71 .7];

%Condizioni iniziali
v0 = 30; % velocita iniziale del veicolo (m/s)
omega0=v0/Rr; % velocita angolare iniziale della ruota (rad/s)
```

Realizziamo il modello (ancora incompleto, in quanto non è stato ancora precisato come determinare la coppia di frenatura)

**File** ABS\_2020\_dati.m



## Modello in forma esplicita

$$J\dot{\omega} = T_f + r \frac{mg}{4} \mu(s)$$

$$\frac{m}{4} \dot{v} = - \frac{mg}{4} \mu(s)$$

$$s = 1 - r \frac{\omega}{v}$$



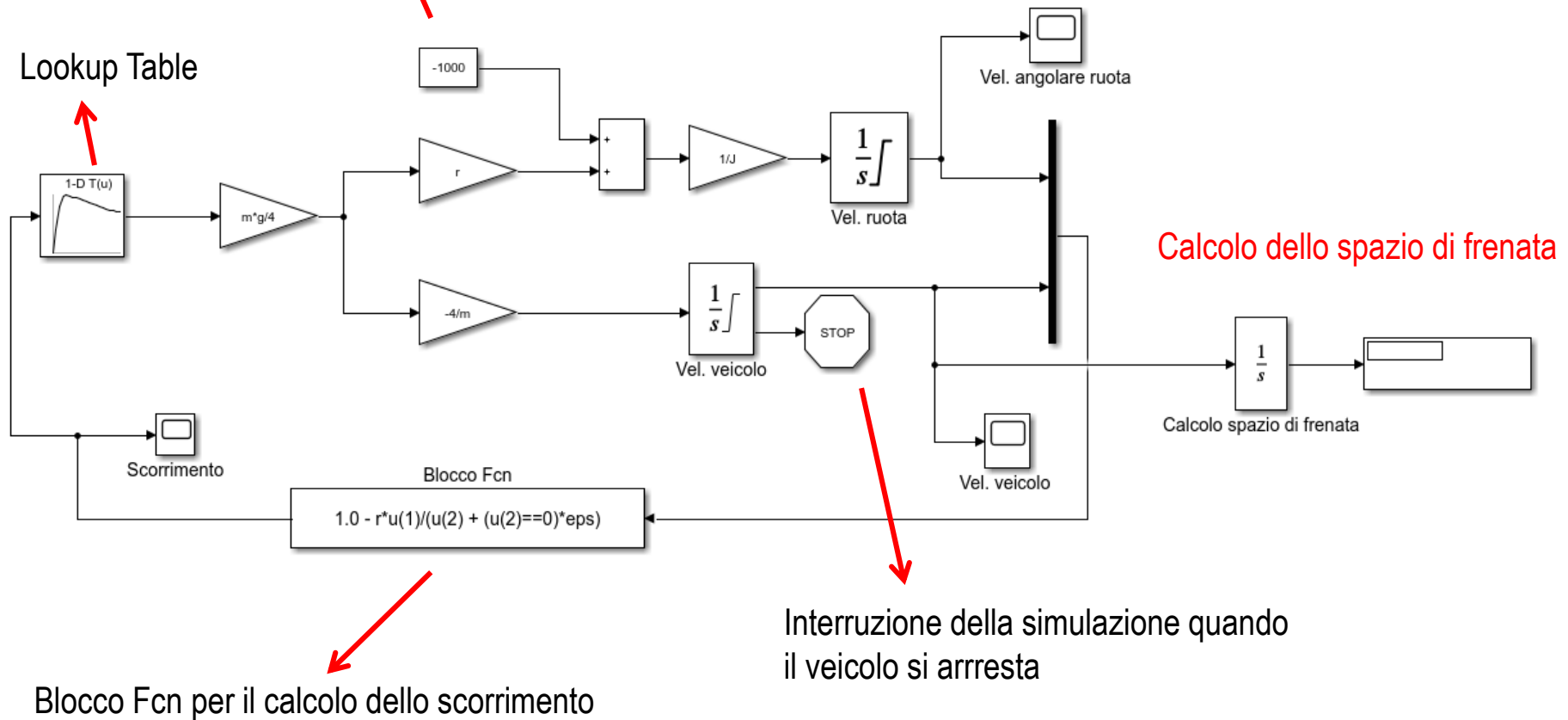
$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} \left[ T_f(t) + r \frac{mg}{4} \mu(s) \right]$$

$$\dot{v}(t) = - \frac{4}{m} \cdot \frac{mg}{4} \mu(s)$$

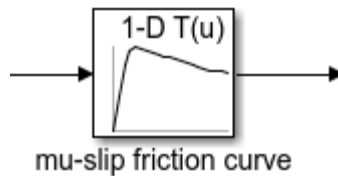
$$s = 1 - r \frac{\omega}{v}$$



Coppia di frenatura  $T_f$  costante  
(frenatura senza sistema ABS)



## 1-D Lookup Table (libreria Lookup Tables)



Block Parameters: 1-D Lookup Table

Lookup Table (n-D)

Perform n-dimensional interpolated table lookup including index searches. The table is a sampled representation of a function in N variables. Breakpoint sets relate the input values to positions in the table. The first dimension corresponds to the top (or left) input port.

Table and Breakpoints   Algorithm   Data Types

Number of table dimensions: 1

Data specification: Table and breakpoints

Breakpoints specification: Explicit values

Source	Value
Table data: Dialog	mu
Breakpoints 1: Dialog	slip

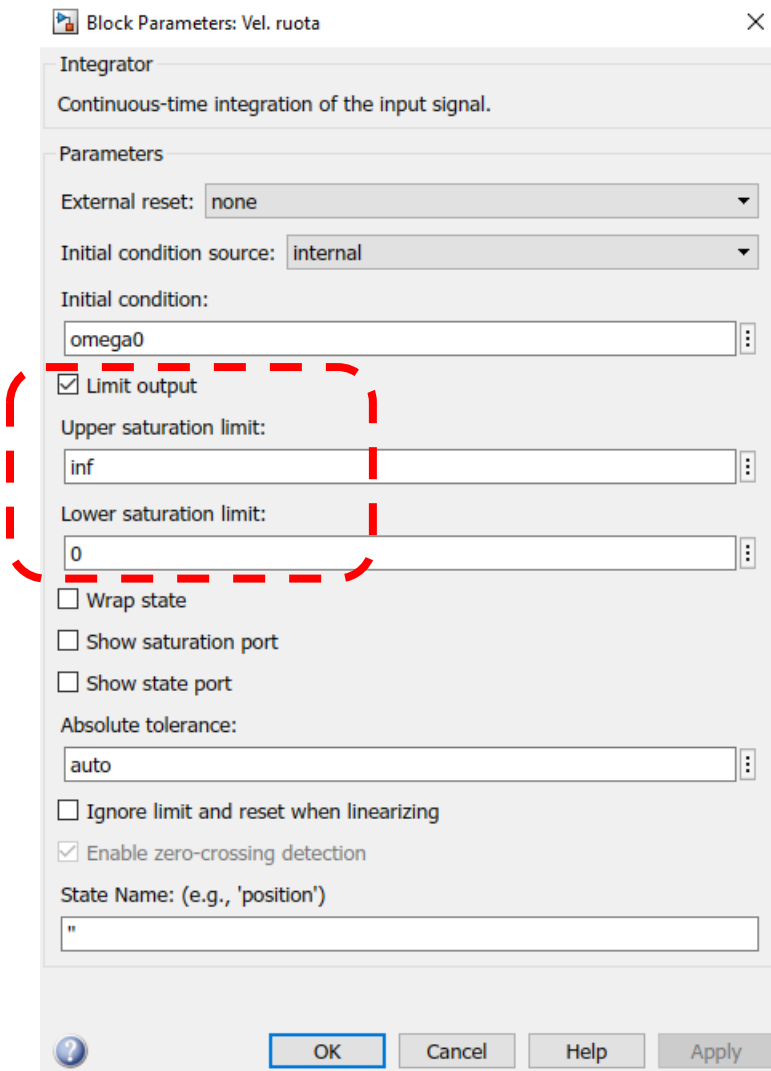
Edit table and breakpoints...

OK Cancel Help Apply

La caratteristica viene disegnata sulla maschera del blocco

## Integratori saturati

Per evitare che le variabili assumano valori negativi



Block Parameters: Vel. ruota

Integrator  
Continuous-time integration of the input signal.

Parameters

External reset: none

Initial condition source: internal

Initial condition:  
omega0

☒ Limit output

Upper saturation limit:  
inf

Lower saturation limit:  
0

☐ Wrap state

☐ Show saturation port

☐ Show state port

Absolute tolerance:  
auto

☐ Ignore limit and reset when linearizing

☒ Enable zero-crossing detection

State Name: (e.g., 'position')  
"

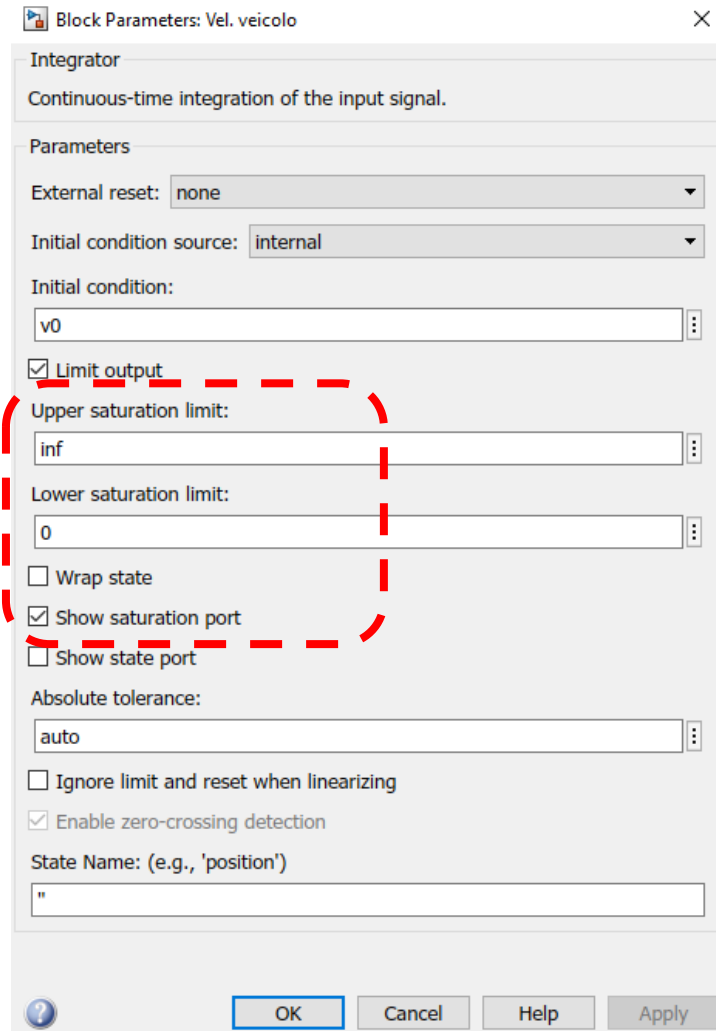
OK Cancel Help Apply

Integratore «Vel. Ruota»

Lower saturation impostata pari a zero

## Integratori saturati

Per evitare che le variabili assumano valori negativi



Block Parameters: Vel. veicolo

Integrator

Continuous-time integration of the input signal.

Parameters

External reset: none

Initial condition source: internal

Initial condition: v0

☒ Limit output

Upper saturation limit: inf

Lower saturation limit: 0

☐ Wrap state

☒ Show saturation port

☐ Show state port

Absolute tolerance: auto

☐ Ignore limit and reset when linearizing

☒ Enable zero-crossing detection

State Name: (e.g., 'position')

"

OK Cancel Help Apply

Integratore «Vel. veicolo»

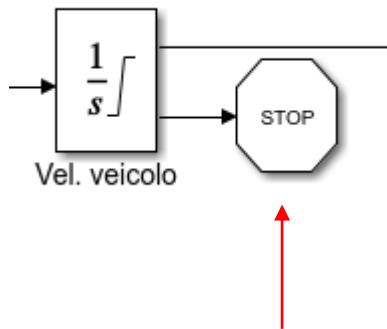
Lower saturation impostata pari a zero

Show saturation port abilitata

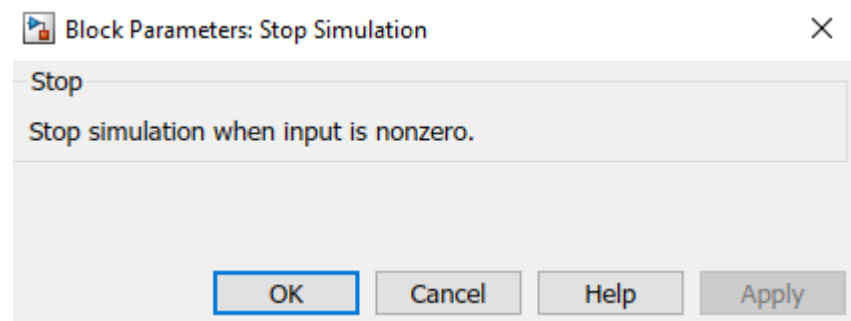
Viene generato in un segnale che vale zero quando la saturazione non è attiva, e vale -1 quando la saturazione è attiva

Per mezzo di questo segnale si può interrompere la simulazione quando il veicolo si ferma

## Interruzione della simulazione quando il veicolo si arresta

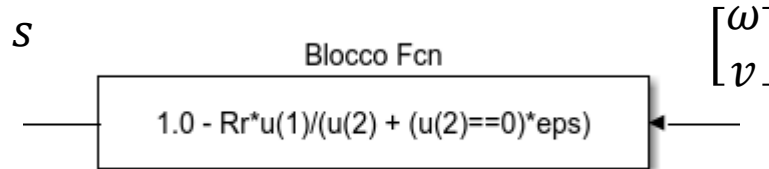


Blocco «Stop Simulation»  
(Libreria «Sinks»)



## Calcolo dello scorrimento

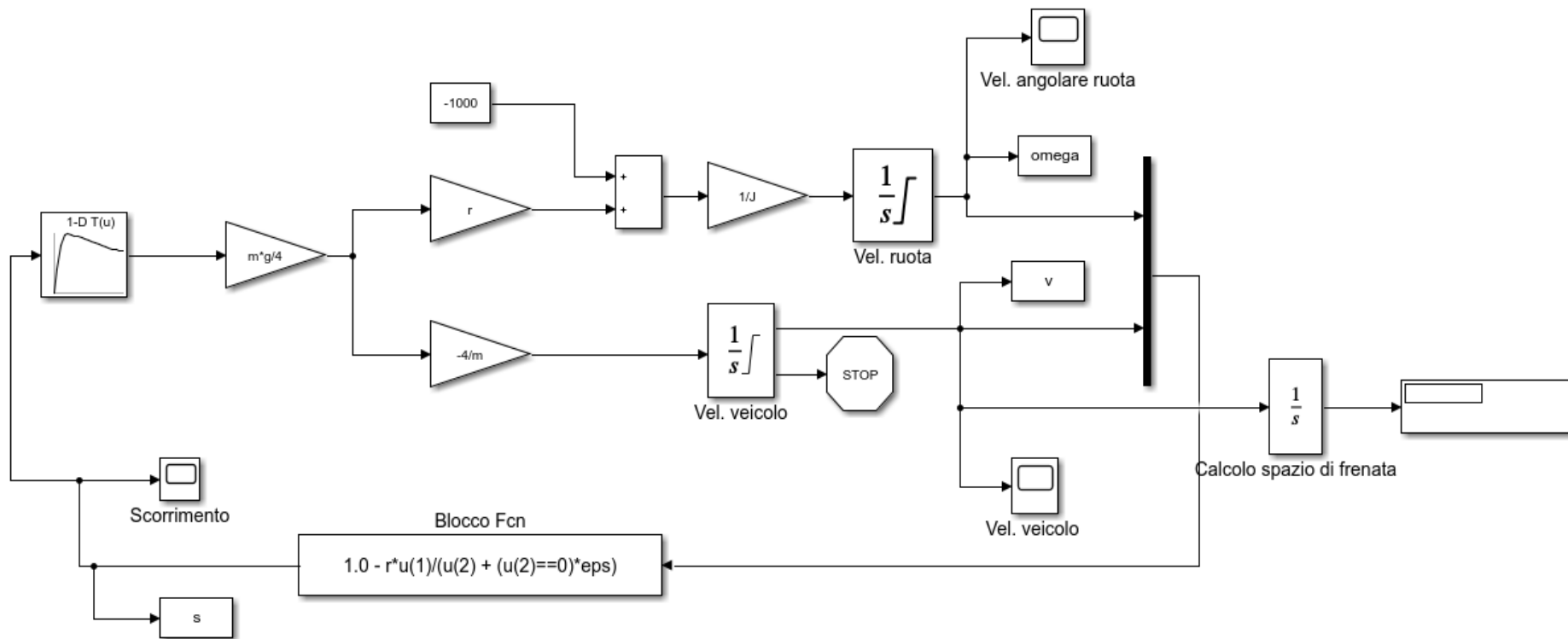
$$s(t) = 1 - r \frac{\omega(t)}{v(t)} \quad \text{Singularità quando } v(t) = 0$$



Ovviamente alla singolarità inserendo la seguente espressione nel blocco Fcn che determina lo scorrimento

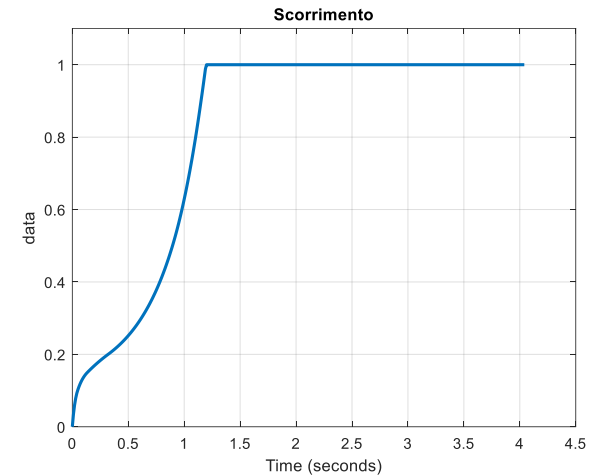
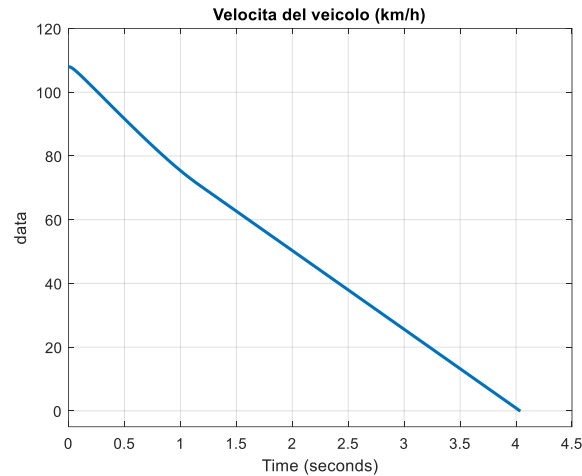
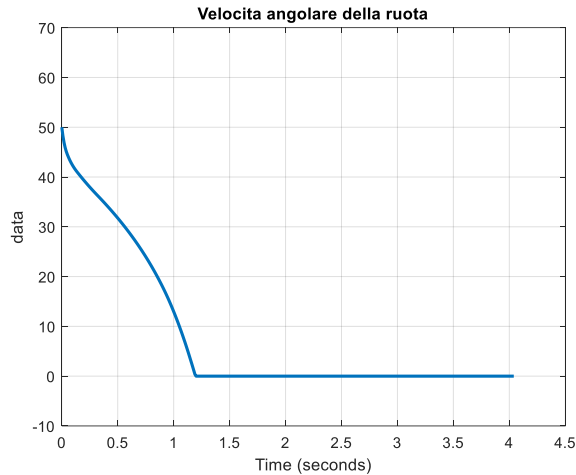
$$1.0 - Rr \cdot u(1) / (u(2) + (u(2) == 0) \cdot \epsilon)$$

$$s(t) = \begin{cases} 1 - r \frac{\omega(t)}{v(t)} & v(t) > 0 \\ 1 - r \frac{\omega(t)}{v(t) + \epsilon} & v(t) = 0 \end{cases}$$



**File:** ABS\_2020\_uncontrolledbraking.slx

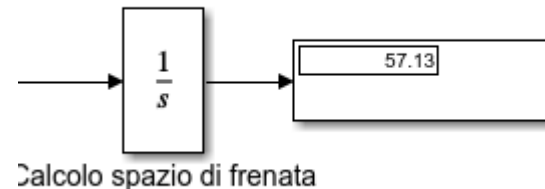
## Frenatura non controllata (ABS disattivato)



Il pneumatico si blocca dopo 1.2 secondi circa, mentre la marcia del veicolo continua per altri 3 secondi circa.

Lo scorrimento diventa unitario quando il pneumatico si blocca.

Lo spazio di frenata è di 57 metri circa.





## Ora modelliamo l'ABS

L'ABS è un sistema di controllo automatico che determina istante per istante la coppia frenante da applicare sulla base della misura dello scorrimento (controllo in retroazione)

L'implementazione di un sistema ABS richiede pertanto la misura della velocità longitudinale del veicolo e la misura della velocità angolare della ruota.

Il sistema ABS cerca di mantenere costante durante la frenatura il valore dello scorrimento. Il valore costante desiderato è 0.2, il valore di scorrimento in corrispondenza del quale la caratteristica  $\mu(s)$  ha il punto di massimo.

## Determinazione della coppia frenante con il sistema ABS

### «ABS controller»

$$T_f(t) = -k_f p(t) \quad k_f = 3$$

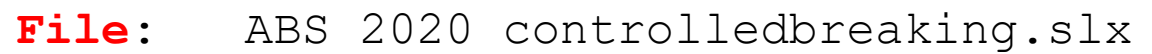
$$\dot{p}(t) = w(t) \quad 0 \leq p(t) \leq p_{\max} \quad p_{\max} = 1500$$

$$\tau \dot{w}(t) + w(t) = 100u(t) \quad \tau = 0.01$$

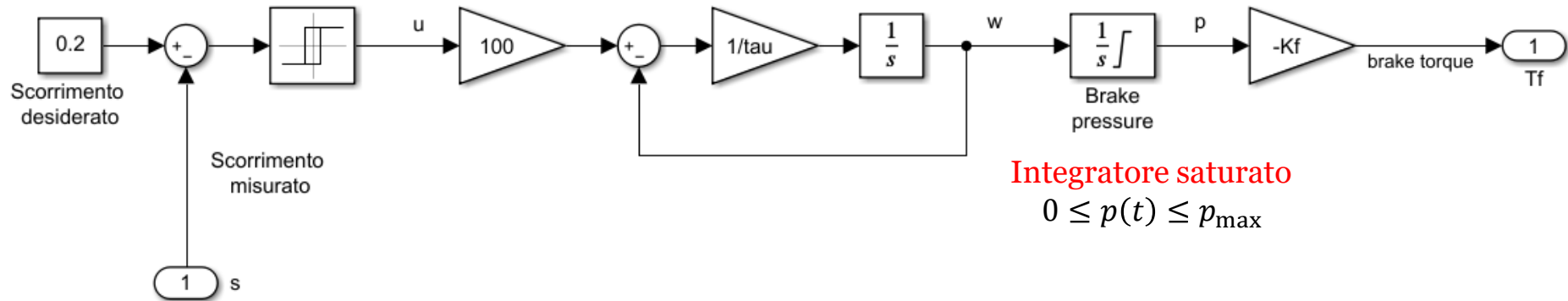
$$\dot{w}(t) = \frac{1}{\tau} [100u(t) - w(t)]$$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & s(t) - 0.2 \leq 0 \\ -1 & s(t) - 0.2 > 0 \end{cases}$$

```
Kf = 3; %guadagno
pmax = 1500; % saturazione
tau= 0.01; % costante di tempo
```

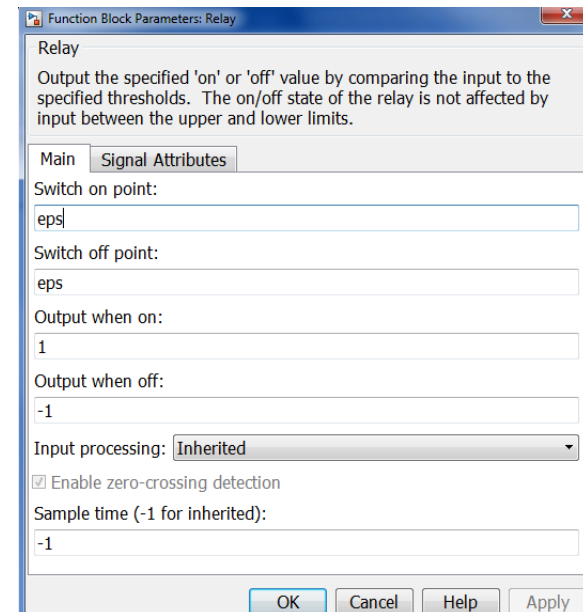


**Subsystem “ABS controller”** che riceve in ingresso lo scorrimento e produce in uscita la coppia frenante

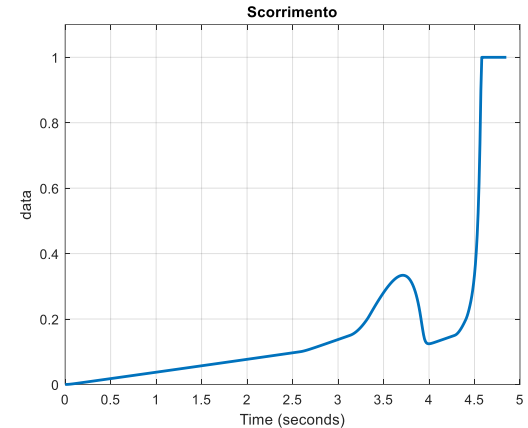
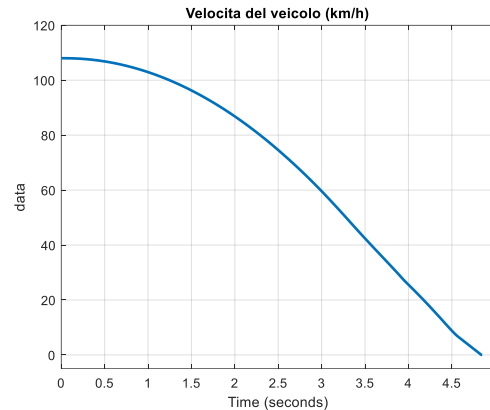
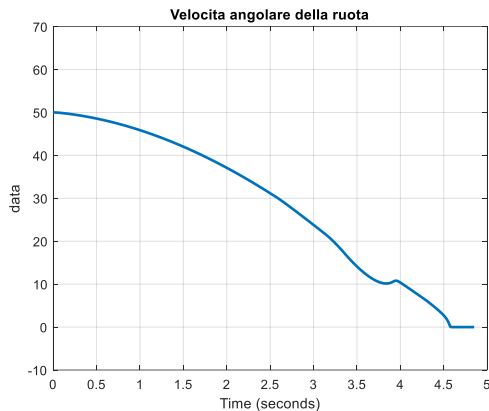


**Integratore saturato**  
 $0 \leq p(t) \leq p_{\max}$

La legge di controllo impiega un **blocco a relè** per la generazione del segnale  $u(t)$   
 L'apposito blocco Relay si trova nella libreria Discontinuities



## Frenatura con ABS attivato



Il pneumatico ora si blocca solo nell'ultima parte della frenata.

Il bloccaggio del pneumatico avviene quando ormai la velocità di marcia del veicolo è prossima a zero, la marcia del veicolo si arresta infatti dopo pochi decimi di secondo.

Lo scorrimento viene regolato attorno al set point desiderato 0.2. diventando unitario solo a frenata ormai conclusa.

Realizzare uno script che esegua tre diversi test corrispondenti a 3 valori distinti della velocità iniziale del veicolo

$$v_0 = 30 \text{ m/s}$$

$$v_0 = 35 \text{ m/s}$$

$$v_0 = 40 \text{ m/s}$$

```

%% ESECUZIONE DI 3 TEST CON
%% DIVERSE VELOCITA INIZIALI
v0=30;
omega0=v0/r;
sim('ABS_2020_controlledbreaking')
s30=s;
v0=35;
omega0=v0/r;
sim('ABS_2020_controlledbreaking')
s35=s;
v0=40;
omega0=v0/r;
sim('ABS_2020_controlledbreaking')
s40=s;
%% creazione grafico
close all
t30=s30.time;
t35=s35.time;
t40=s40.time;
figure(1)
plot(t30,s30.data,t35,s35.data,t40,s40.data,'LineWidth',2),
grid,
legend('v0=30 m/s','v0=35 m/s','v0=40 m/s'),
xlabel('Time [sec]')

```

