Lezione XXVI

(Onde Acustiche:

Strumenti a corda
Strumenti a fiato

Effetto Doppler, Onda d'Urto)

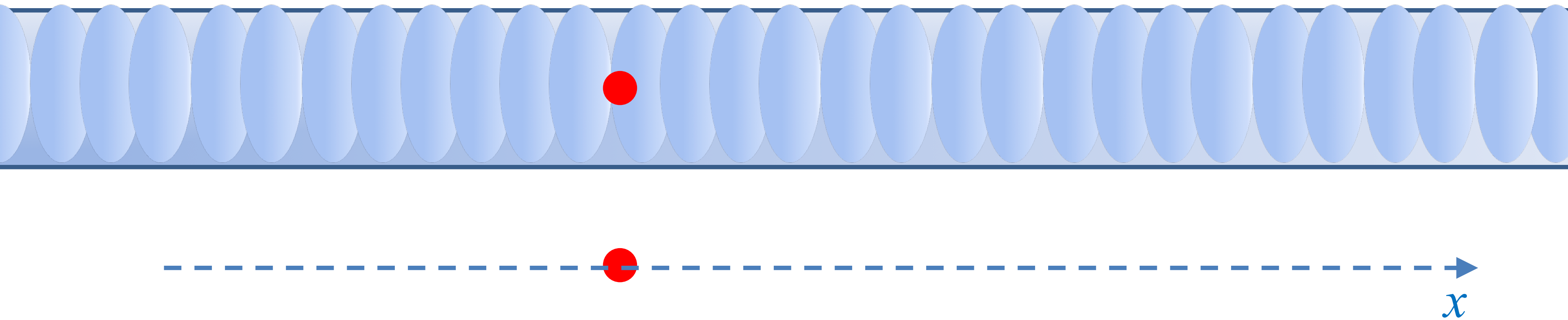
FRUIZIONE E UTILIZZO DEI MATERIALI DIDATTICI

- **E' vietata** la **copia**, la **rielaborazione**, la **riproduzione** dei contenuti e immagini presenti nelle lezioni in qualsiasi forma

- **E' inoltre vietata** la **diffusione**, la **redistribuzione** e la **pubblicazione** dei contenuti e immagini, incluse le registrazioni delle videolezioni con qualsiasi modalità e mezzo non autorizzati espressamente
dall'autore o da Unica

Propagazione di un’onda longitudinale

Consideriamo di nuovo un treno continuo di compressioni/rarefazioni che si propaga lungo un tubo. Mentre l’onda si propaga, ogni singola particella oscilla avanti e indietro, cioè lungo la direzione di propagazione, attorno alla sua posizione di equilibrio.

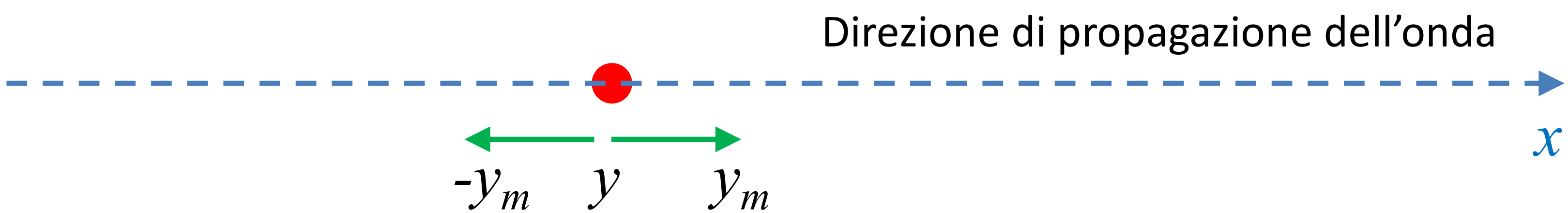


La particella si sposta avanti e indietro **dalla sua posizione di equilibrio** x di una certa quantità massima (elongazione).

Per comodità di formalismo, battezziamo y lo **spostamento longitudinale** della particella

in questione dalla sua posizione di equilibrio x. Resta inteso che lo spostamento y avviene

lungo la direzione di propagazione.



Allora l'equazione di un'onda longitudinale che si propaga verso destra sarà:

$$y = f(x - \mathrm{v}\, t)$$

che nel caso particolare, come abbiamo visto per onde meccanica in generale, di una oscillazione armonica corrisponde alla seguente relazione:

$$y = y_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - \mathrm{v}\, t)\right)$$

In questa equazione:

$$y = y_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \; (x - \mathrm{v}\, t) \right)$$

- v rappresenta la velocità di propagazione dell’onda longitudinale
- y_m rappresenta l’ampiezza (elongazione massima)
- λ rappresenta la lunghezza d’onda
- y fornisce lo spostamento all’istante t di una particella la cui posizione di equilibrio è

  x (spostamento nella direzione di propagazione)

Come abbiamo già fatto per le onde trasversali possiamo riscrivere quella equazione

più concisamente nel modo seguente:

$$y = y_m \cos (kx - \omega\, t)$$

Dove ricordiamo:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad\qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Nel caso delle onde sonore, di solito si fa riferimento alle variazioni di pressione piuttosto che allo spostamento delle singole particelle.

Definita p la variazione di pressione rispetto alla pressione nello stato di equilibrio p_0, si dimostra che l'equazione d'onda nel caso armonico è la seguente:

$$p = P \sin (kx - \omega\, t)$$

dove la grandezza P è definita ampiezza di pressione e vale:

$$P = k\, \sigma_0\, \mathrm{v}^2\, y_m$$

Quindi un'onda sonora può essere trattata **sia come un'onda di spostamento**, sia come **un'onda di pressione**. Nella prima formulazione interviene la **funzione coseno**, nella seconda interviene **la funzione seno**, cioè l'onda di spostamento è sfasata di 90° rispetto all'onda di pressione. Il che riflette il fatto che quando lo spostamento dalla posizione di equilibrio è massimo (sia positivo che negativo), in quel punto e a quell'istante la variazione di pressione è nulla e viceversa.

Onde longitudinali stazionarie

Considerazioni del tutto analoghe a quelle fatte per le onde stazionarie trasversali si applicano al fenomeno delle onde stazionarie longitudinali e quindi alle onde sonore.

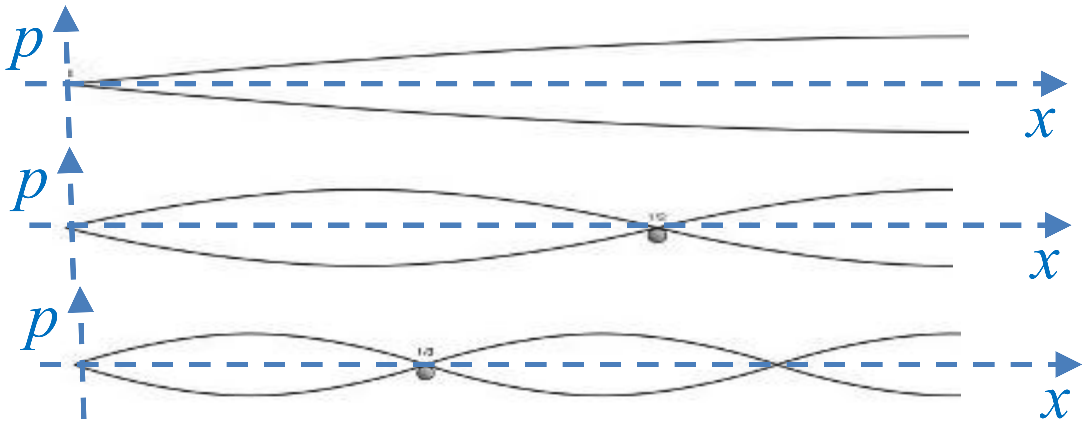
Si consideri un tubo (il tipico esempio potrebbe essere uno strumento a fiato), sollecitato ad una estremità dalla presenza di un diaframma che genera un treno di onde nel tubo. Occorre distinguere il caso in cui l'altra estremità sia chiusa dal caso in cui non sia chiusa.

a) Estremità chiusa: l'onda giunta alla fine del tubo può comprimere lo strato d'aria sulla parete fissa, quindi si può avere un massimo di pressione. L'estremità fissa quindi è un **ventre dell'onda stazionaria di pressione**

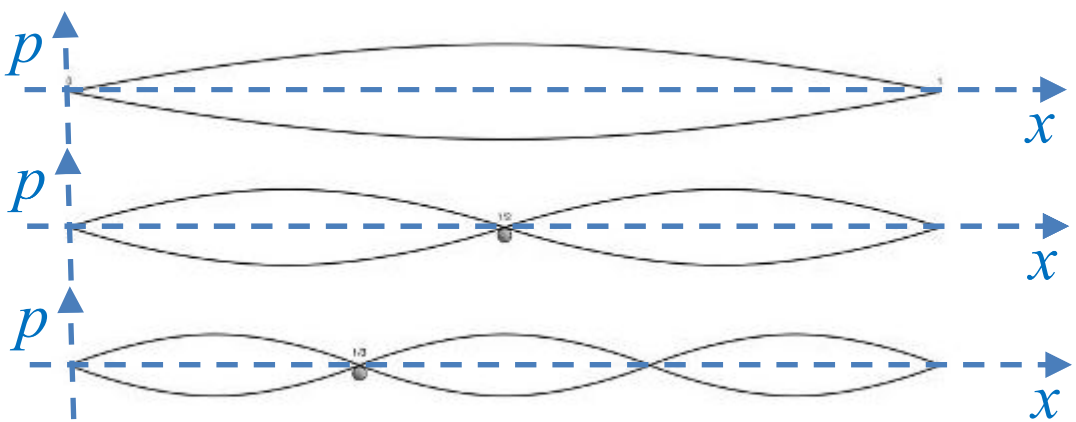
b) Estremità aperta: nella parte finale del tubo la pressione sarà uguale a quella esterna p_0 e non è possibile modificare la pressione in prossimità dell'apertura. All'estremità del tubo la pressione quindi è eguale alla pressione a riposo del mezzo, $\Delta p = 0$ e di conseguenza si ha un **nodo dell'onda stazionaria di pressione**

Ricapitolando la configurazione per l'onda di pressione è:

a) Estremità chiusa:



a) Estremità aperta:



Nota: ovviamente se rappresentiamo graficamente lo spostamento e non la pressione, ricordando che sono sfasati di 90° , si avrà una inversione di nodi e ventri.

Sistemi vibranti e sorgenti sonore

Se si sollecita una corda fissa agli estremi, delle vibrazioni **trasversali** viaggeranno lungo la corda stessa. Queste perturbazioni si riflettono agli estremi fissi e di conseguenza si stabiliscono delle onde stazionarie.

Nota: La massima parte dell'energia va a finire nei **modi naturali** di vibrazione della corda.

Le vibrazioni della corda secondo i suoi modi naturali danno origine nell'aria circostante ad onde **longitudinali** che arrivano al nostro orecchio e che noi percepiamo come suoni musicali.

Abbiamo visto che una corda di lunghezza l può risuonare a differenti frequenze:

$$f_n = \frac{n}{2\,l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \text{con:} \qquad n = 1,2,3,\ldots.$$

La frequenza che nella formula

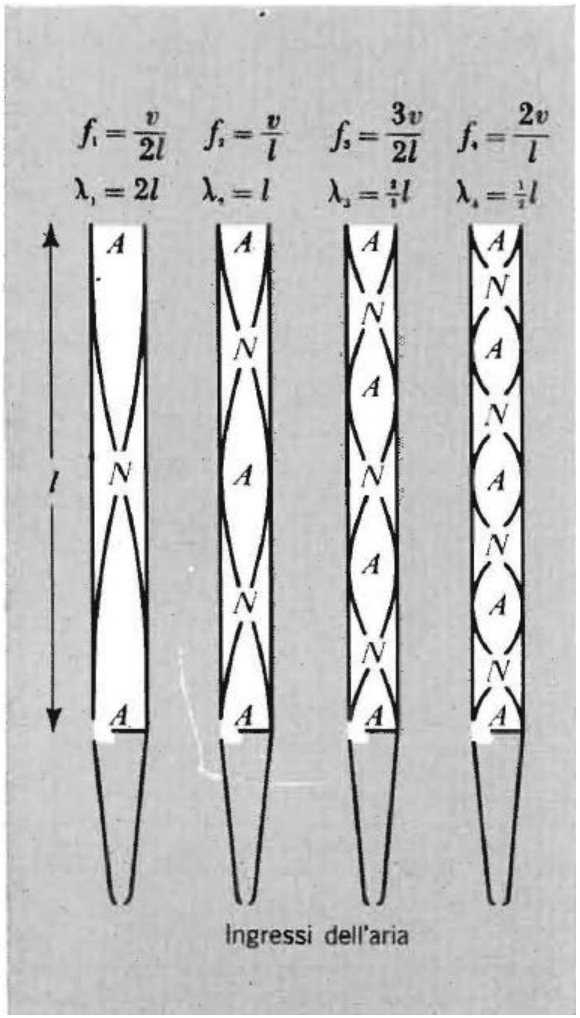
$$f_n = \frac{n}{2\,l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

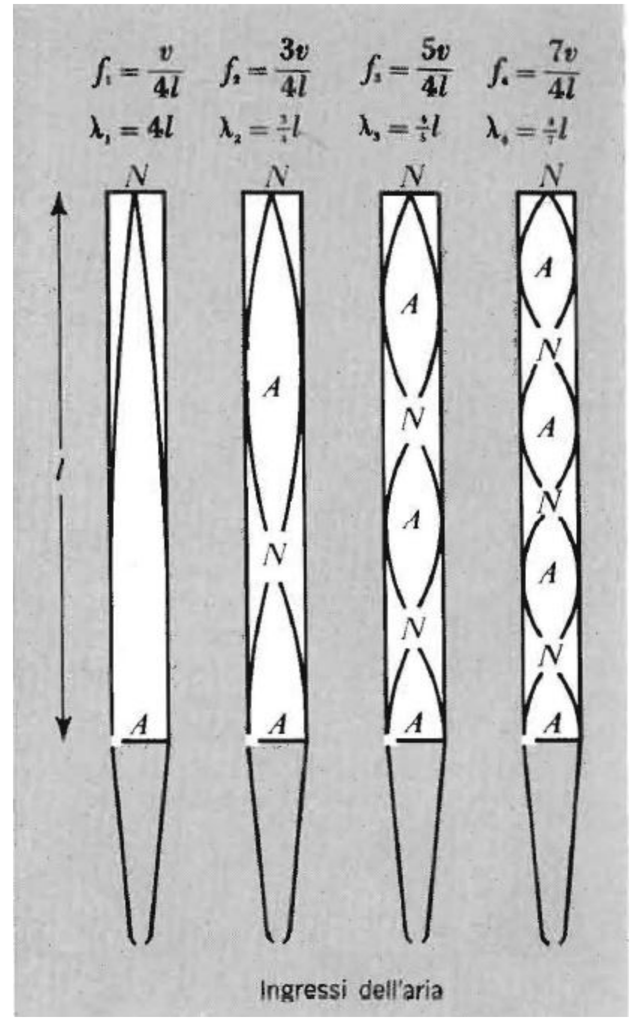
si ottiene per $n = 1$ è denominata **frequenza fondamentale.**

Le altre ($n > 1$) sono denominate **armoniche superiori .**

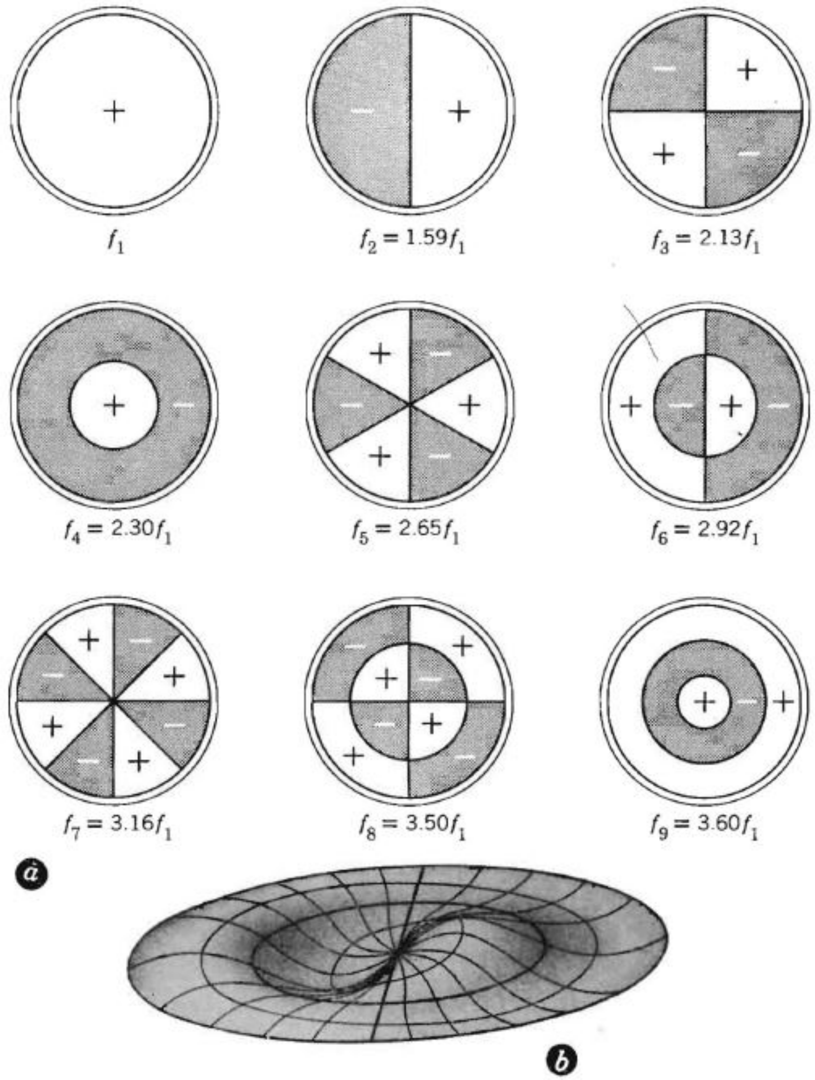
Se inizialmente la corda viene pizzicata in modo tale che la sua forma sia simile a quella di una delle possibili armoniche, la corda vibrerà alla frequenza che corrisponde a quella data armonica. In generale invece si avrà una combinazione di un certo numero di armoniche.

Considerazioni analoghe si applicano per l'individuazione di onde stazionarie negli strumenti a fiato:





O per le onde stazionarie che si generano nelle membrane degli strumenti a percussione



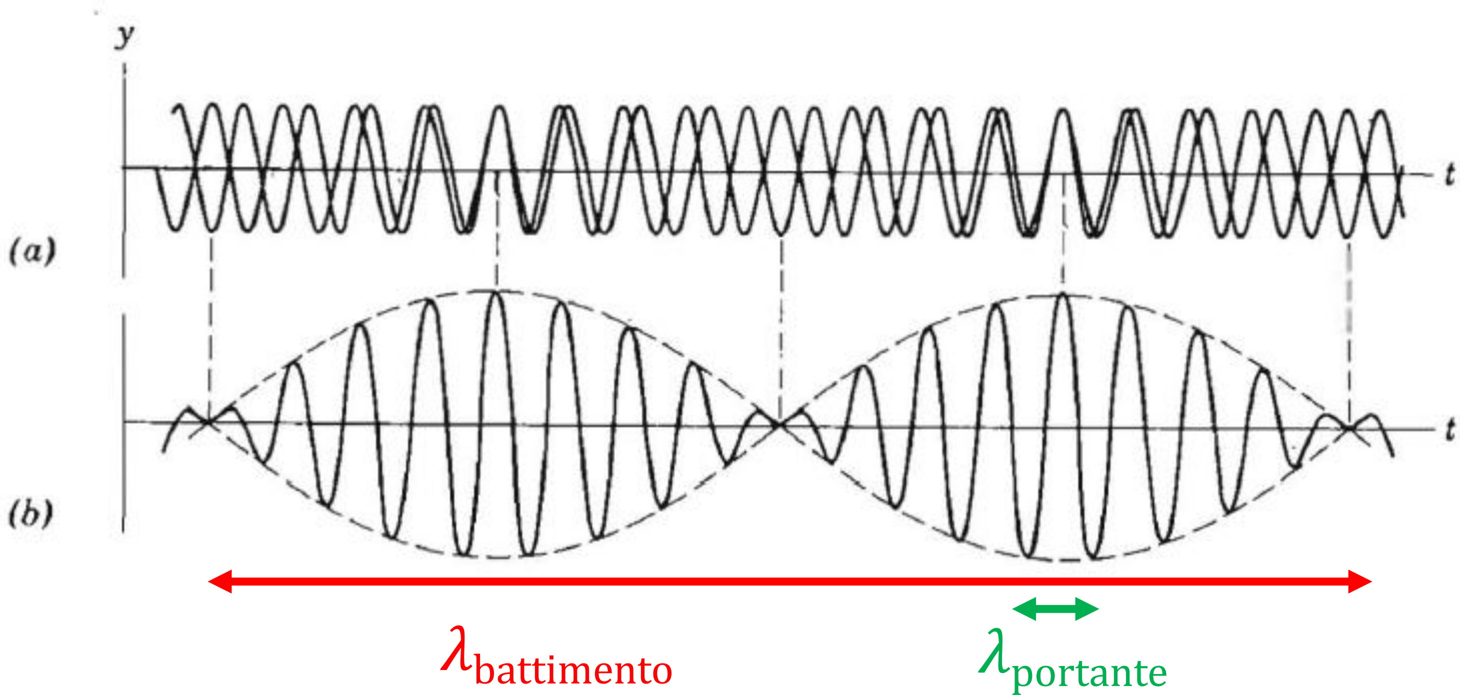
Battimenti

Abbiamo visto che treni d'onda che viaggiano in un mezzo con la stessa frequenza ma in direzioni opposte, producono onde stazionarie. Questo non è altro che un caso di interferenza (o se vogliamo anche una applicazione del principio di sovrapposizione).

Ci si chiede cosa succede laddove le onde interferenti abbiano frequenze differenti.

Un caso interessante che esaminiamo adesso è quello in cui le frequenze di due onde sono **leggermente** differenti.

Consideriamo un punto dello spazio in cui passano due onde di frequenza leggermente differente. Le vibrazioni prodotte in funzione del tempo dalle due onde in quel punto sono Illustrate nella figura di seguito.



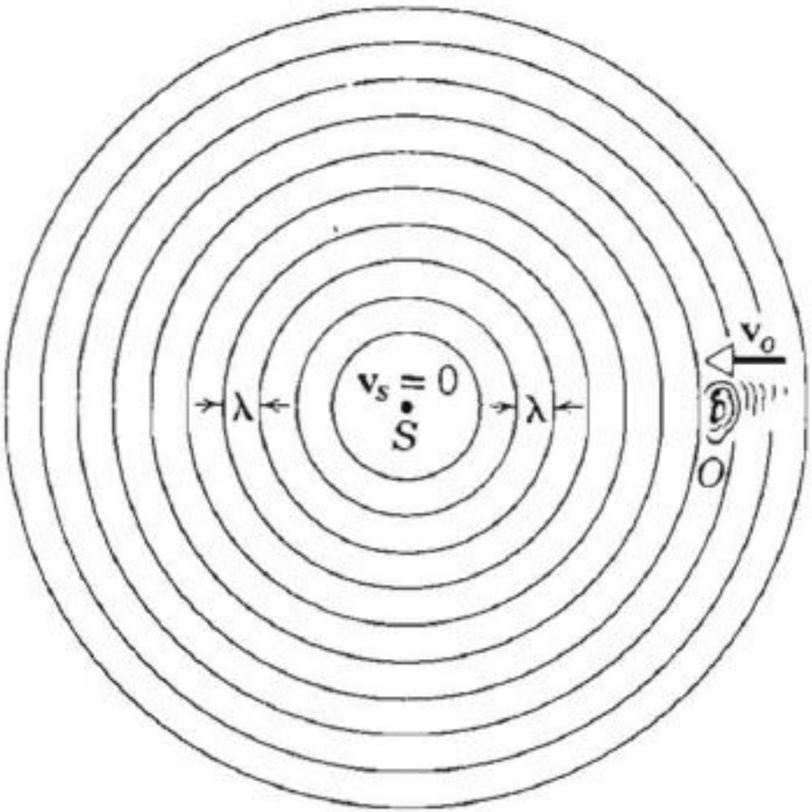
L'onda risultante presenta due frequenze caratteristiche:

i) una **frequenza "portante"** $f_{portante}$ prossima alla frequenza delle due onde che si sovrappongono,

ii) una frequenza "modulante" (molto più piccola della "portante") che è pari alla differenza fra le frequenze delle due onde che si sovrappongono: questa frequenza è detta **frequenza di battimento** $f_{battimento}$

Effetto Doppler

Se un osservatore si muove con una certa velocità v_0 verso una sorgente di onde sonore ferma, di frequenza f, percepirà una frequenza f' più elevata. Vediamo perché:



Se l'osservatore si muove verso la sorgente riceve per <u>unità di tempo</u> più fronti d'onda rispetto a quando è fermo.

Si dimostra che il valore della frequenza osservata è dato da:

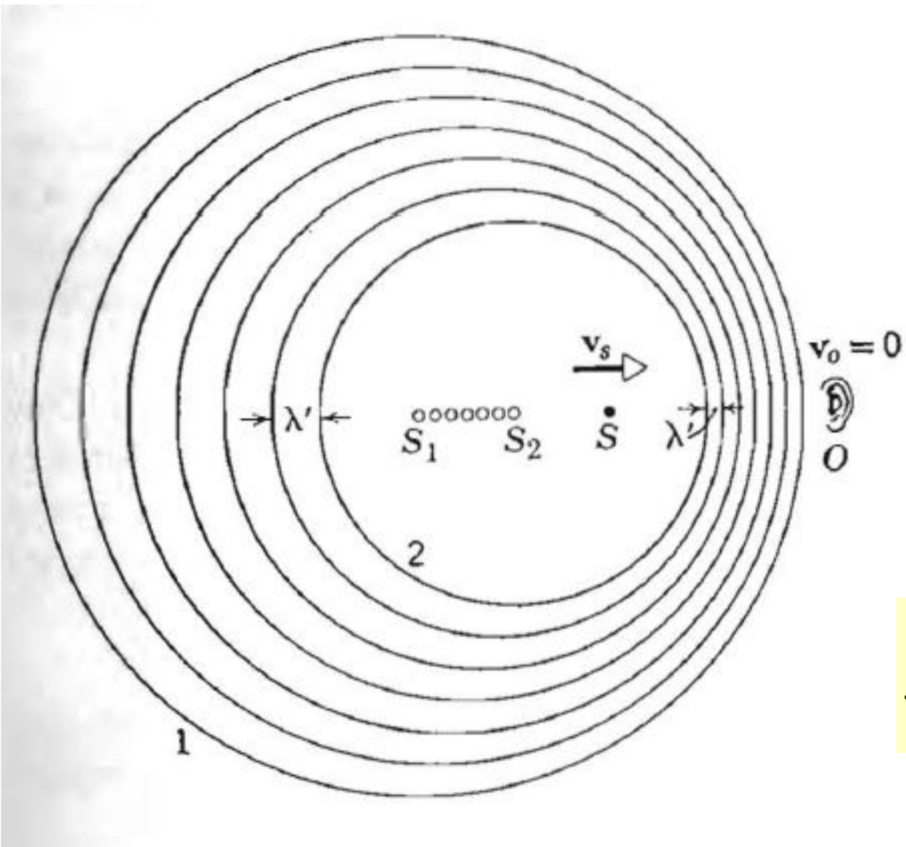
$$f' = f\,\frac{v+vo}{v}$$

Analogamente, se l'osservatore si allontana, percepirà una frequenza più bassa e si ha:

$$f' = f\,\frac{v-vo}{v}$$

dove v è la velocità di propagazione dell'onda

Se invece è la sorgente che si avvicina all'osservatore con una velocita v_s , i fronti d'onda emessi ad istanti successivi si trovano ravvicinati, il che corrisponde nuovamente alla percezione da parte dell'osservatore di una frequenza più elevata



In questo caso il valore della frequenza osservata è dato da:

$$f' = f\,\frac{v}{v - v_s}$$

Analogamente, se la sorgente si allontana, si percepirà una frequenza più bassa data dalla:

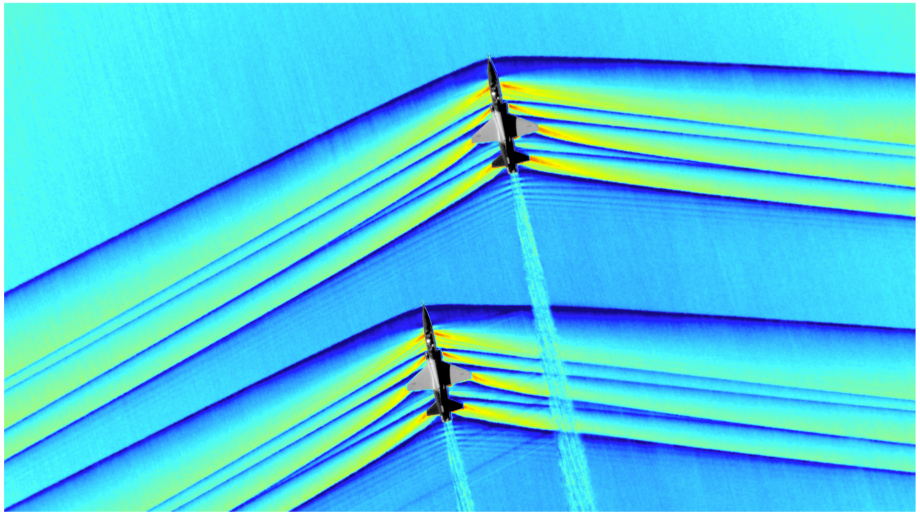
$$f' = f\,\frac{v}{v + v_s}$$

dove v è la velocità di propagazione dell'onda

Onda d'Urto – numero di Mach

Se la sorgente si muove a velocità maggiore della velocità del suono, le formule per l'effetto Doppler non si possono più applicare.

I fronti d'onda si accumulano su una superficie conica con vertice nel corpo in moto e ciò crea un cosiddetto fronte d'urto attraverso il quale la pressione sale repentinamente e poi scende altrettanto repentinamente. A livello acustico si percepisce un secco «bang» quando questo fronte raggiunge i nostri timpani.



Il rapporto fra la velocità della sorgente e la velocità del suono determina l'angolo Θ al vertice del cono

$$\sin\theta = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{N_{\mathrm{Mach}}}$$