

Lezione XXV

(Onde nei mezzi elastici:

Interferenza, Risonanza, Onde stazionarie

Onde Acustiche:

classificazione, velocità)



FRUIZIONE E UTILIZZO DEI MATERIALI DIDATTICI

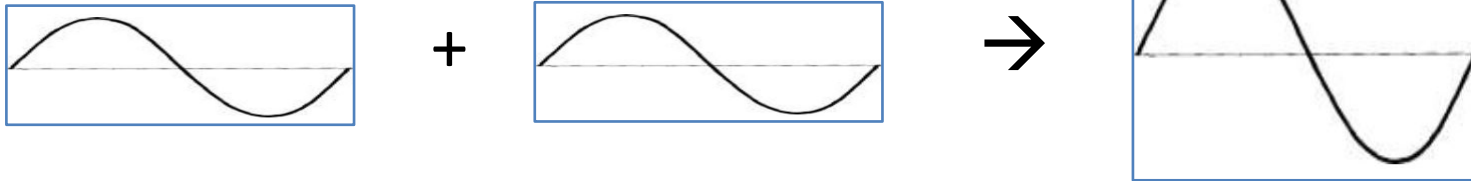
- ➔ **E' vietata** la **copia**, la **rielaborazione**, la **riproduzione** dei contenuti e immagini presenti nelle lezioni in qualsiasi forma
- ➔ **E' inoltre vietata** la **diffusione**, la **redistribuzione** e la **pubblicazione** dei contenuti e immagini, incluse le registrazioni delle videolezioni con qualsiasi modalità e mezzo non autorizzati espressamente dall'autore o da Unica

Interferenza delle onde

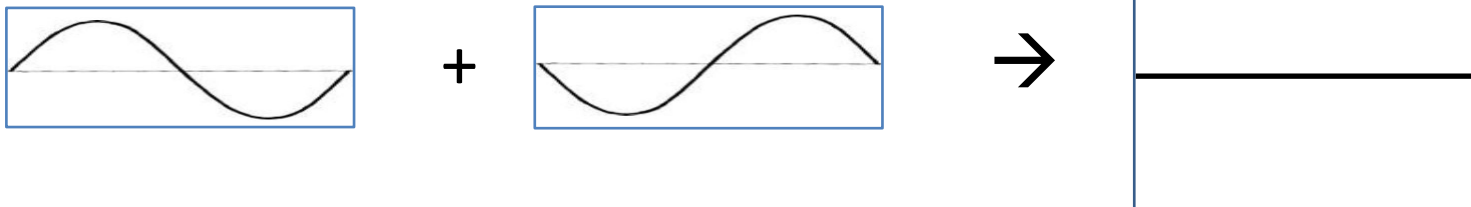
Con il termine interferenza si intende l'effetto fisico della sovrapposizione di due o più treni d'onda.

Limitandoci al caso di treni d'onda con la **stessa frequenza**, ci si rende conto che, a seconda della differenza di fase, le onde possono sommarsi:

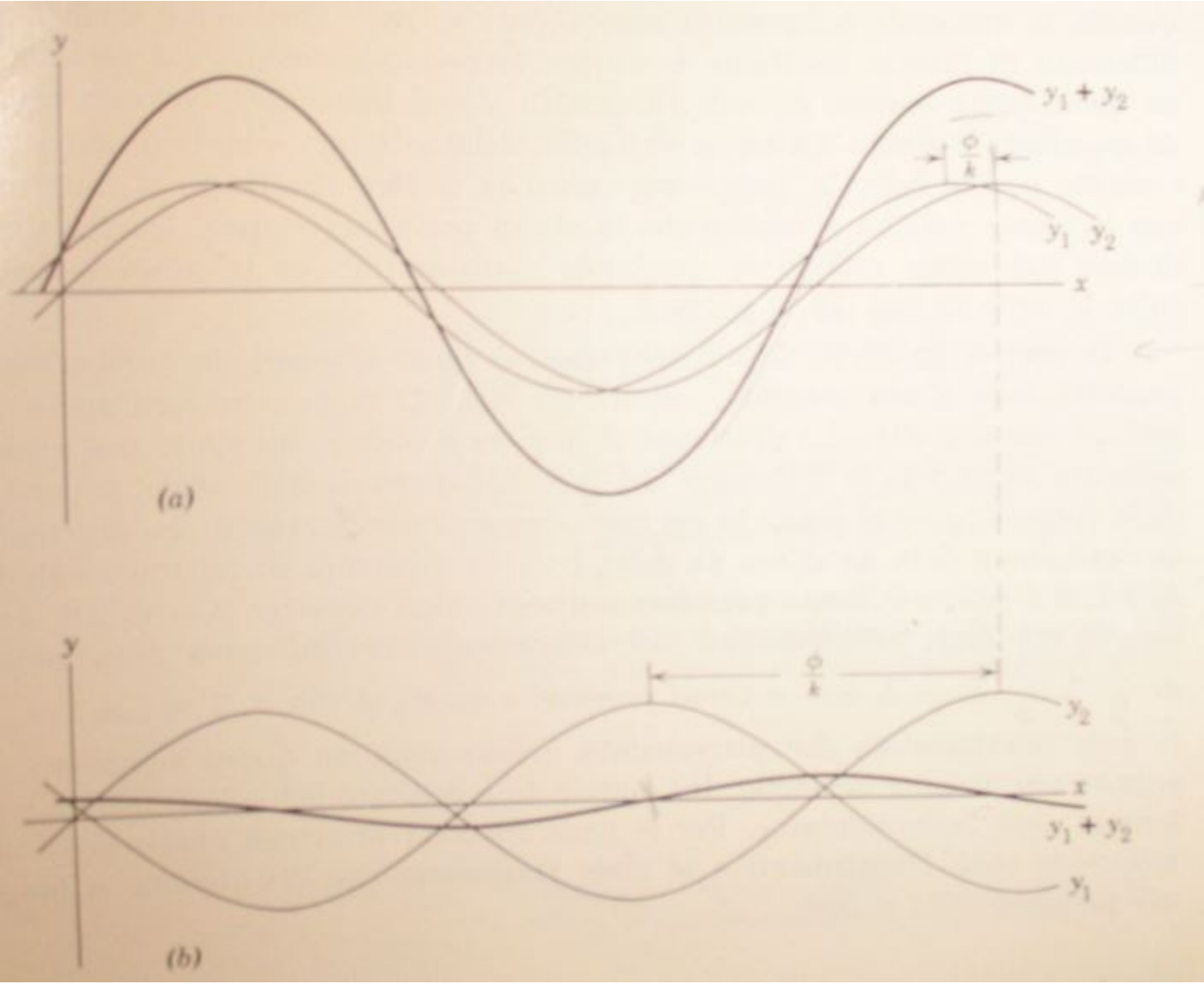
a) **Costruttivamente** se la differenza di fase è zero



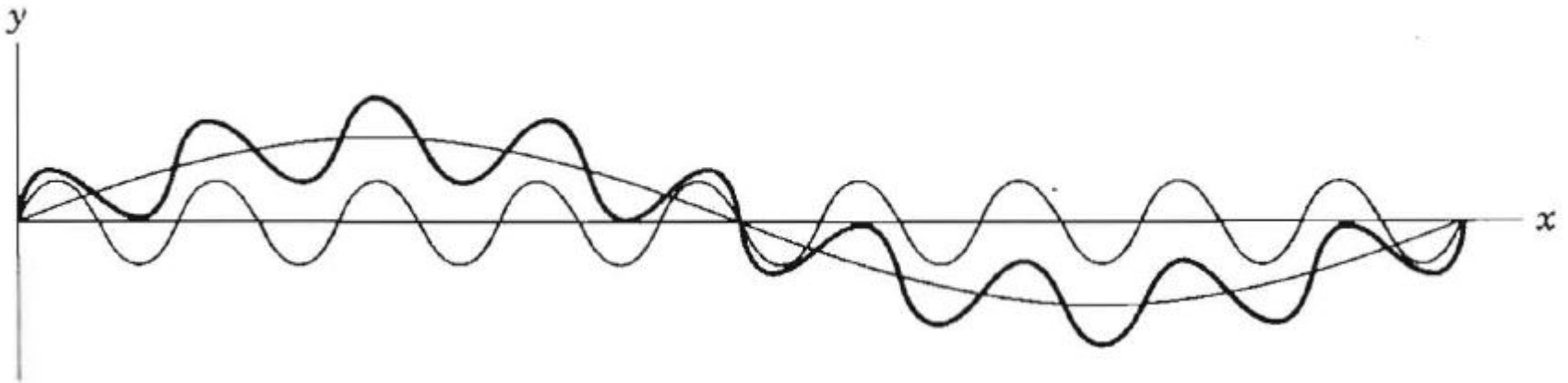
b) **Distruttivamente** se la differenza di fase è 180°



E a secondo della differenza di fase si possono avere differenti combinazioni



Diverso e più complicato è il caso in cui l'interferenza (e cioè la somma per sovrapposizione) avviene fra treni d'onda con **frequenze differenti e non multiple o sotto multiple** (come nel caso della somma di Fourier). In questo caso, le onde che ne risultano sono complesse e il risultato può generare per esempio forme d'onda come in figura:



Onde stazionarie

In un corpo di dimensioni finite, un'onda che si propaga in un verso subisce una riflessione all'estremità del corpo, dando origine ad un'onda che si propaga in senso opposto.

Si dimostra che date due onde del tipo (in questo caso l'onda incidente e l'onda riflessa):

$$y_1 = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_m \sin(kx + \omega t)$$

La loro sovrapposizione genera un'onda descritta dalla seguente equazione d'onda:

$$y = 2 y_m \sin kx \cos \omega t$$

Definiremo questa equazione come l'equazione di un' **onda stazionaria** : vediamo perché si adotta questo termine

Una caratteristica di questa equazione d'onda è che **l'ampiezza massima del moto** di ogni particella non è la stessa per tutte le particelle, ma **varia con la posizione x** .

Infatti l'ampiezza dell'oscillazione ad ogni posizione x :

$$2 y_m \sin kx$$

ha **massimi** pari a $2 y_m$ nei punti in cui:

$$kx = \pi/2, \pi 3/2, \pi 5/2, \text{ etc...}$$

ossia per

$$x = \lambda/4, \lambda 3/4, \lambda 5/4, \text{ etc..}$$

Ricordiamo:

$$k = 2\pi / \lambda$$

Questi punti vengono **denominati ventri** e sono **intervallati da $\frac{1}{2}$ lunghezza d'onda**.

Si hanno poi **minimi** invece nei punti:

$$kx = \pi, 2\pi, 3\pi, \text{ etc...}$$

ossia:

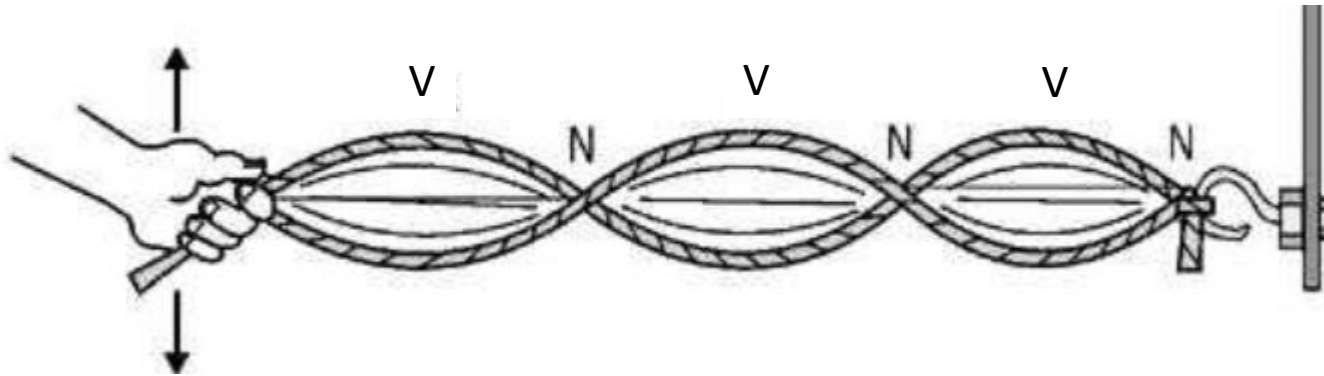
$$x = \lambda/2, \lambda 2/2, \lambda 3/2$$

Ricordiamo:

$$k = 2\pi / \lambda$$

Questi punti vengono **denominati nodi** e sono **intervallati da $\frac{1}{2}$ lunghezza d'onda**.

Ecco come si presenta un'onda stazionaria:



L'energia rimane **stazionaria**, non si propaga lungo la corda in quanto **non può passare** attraverso i punti nodali che sono rigorosamente fermi.

A tutti gli effetti **questa non è un'onda** (non c'è propagazione), ma è una semplice oscillazione della corda nel suo insieme.

E' definita impropriamente onda semplicemente perché **è il risultato** della sovrapposizione di onde.

Risonanza

In generale, quando un sistema è sottoposto ad una sollecitazione periodica di frequenza eguale o vicina ad una delle sue frequenze naturali di oscillazione, il sistema oscilla con ampiezza relativamente elevata.

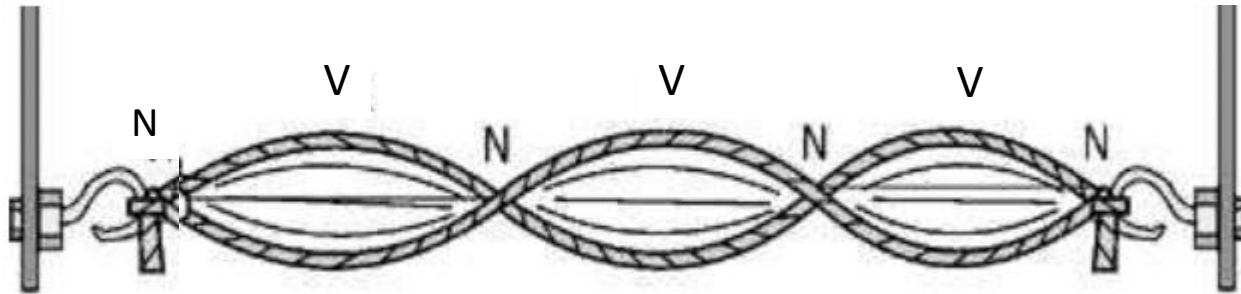
Questo fenomeno, che avevamo visto già nei moti oscillatori, è denominato **risonanza**.

In questo caso diremo che **il sistema è in risonanza con la sollecitazione applicata**.

Consideriamo una corda elastica con gli estremi fissi sottoposta ad una sollecitazione periodica che genera onde stazionarie.

Consideriamo il caso particolare in cui le dimensioni relative della corda e della lunghezza d'onda in questione siano tali che **le estremità della corda coincidano con dei nodi**.

Quali sono le frequenze naturali di questo sistema ?



In questo caso, fra le estremità potrà esserci un numero qualsiasi di nodi, e quindi la lunghezza d'onda associata alle onde stazionarie potrà essere differente.

Due nodi adiacenti distano $\lambda/2$, quindi in una corda di lunghezza l ci saranno esattamente un numero intero n di mezze lunghezze d'onda, cioè:

$$l / (\lambda/2) = n$$

Ossia:

$$\lambda = 2 l / n \quad \text{con: } n = 1, 2, 3, \dots$$

Ora, sappiamo che già che:

$$\lambda = v / f \quad \text{e} \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Scriveremo quindi:

$$f = v / \lambda \quad \rightarrow \quad f = v n / (2l) = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{con: } n = 1, 2, 3, \dots$$

Queste sono le **frequenze naturali della corda** in funzione della sua lunghezza, la sua elasticità e la sua densità.

Quindi un sistema di questo tipo ha un **gran numero** di frequenze di risonanza e può **risuonare a frequenze differenti**.

Questo fatto è **ben diverso** dal caso di un semplice sistema **massa-molla** in cui vi è **una sola** frequenza di risonanza.

Onde sonore

Fino adesso abbiamo trattato prevalentemente il caso di onde trasversali, prendendo come caso caratteristico le onde che si propagano in una corda elastica.

Adesso tratteremo il caso delle **onde sonore che sono
invece onde meccaniche longitudinali**

Le onde sonore possono propagarsi nei solidi, nei liquidi e nei gas. Trattandosi di onde longitudinali, le particelle che oscillano si **muovono avanti e indietro** lungo la **direzione di propagazione dell'onda**.

Vi è un ampio campo di frequenze in cui possono essere generate onde meccaniche longitudinali

**L'orecchio umano è sensibile a frequenze nel l'intervallo
fra 20 cicli/sec (Hz) e 20 000 cicli/sec (Hz)**

Al di fuori del campo di frequenze udibile dall'orecchio umano si hanno:

- a) gli **infrasuoni** se $f < 20$ Hz, generati tipicamente da sorgenti estese: per esempio gli spostamenti tellurici che danno origine ai terremoti

- b) gli **ultrasuoni** se $f > 20\,000$ Hz, generati tipicamente da sorgenti di dimensioni ridotte, per esempio le oscillazioni di un cristallo di quarzo indotto in risonanza tramite l'applicazione di un campo elettrico.

Le onde sonore possono essere generate:

- 1) Da corde vibranti, per esempio le corde di violino, le nostre corde vocali, etc...
- 2) Da colonne d'aria vibranti, per esempio un organo, un flauto, etc..
- 3) Da piastre o membrane vibranti, per esempio tamburi, altoparlanti, etc...

Tutti questi dispositivi vibranti inducono una compressione e rarefazione periodica dell'aria che si trova nelle vicinanze. L'aria trasmette queste perturbazioni sotto forma di un'onda che si propaga allontanandosi dalla sorgente.

Entrando nell'orecchio quest'onda produce la sensazione sonora.

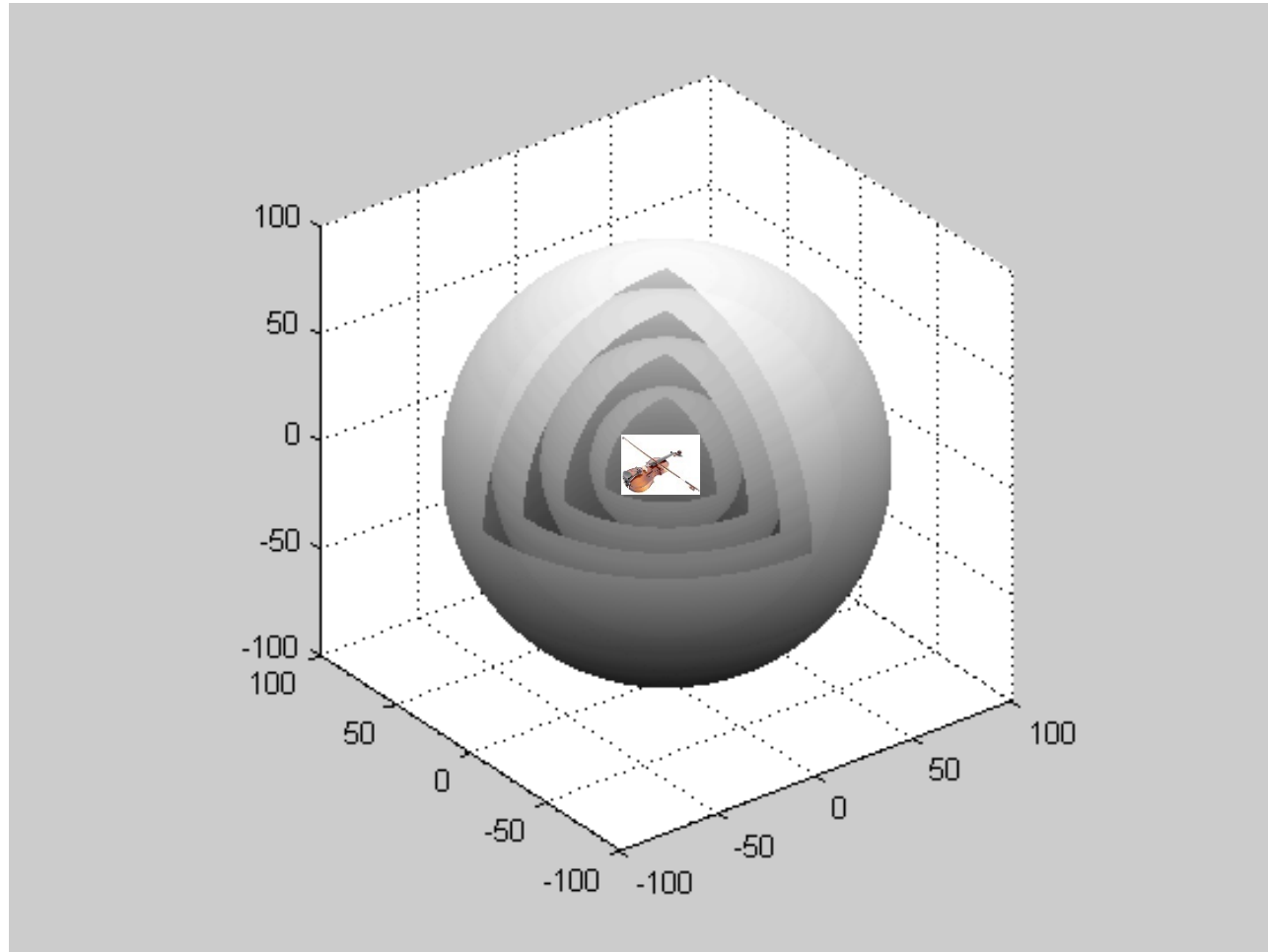
Quelle onde che sono armoniche o approssimativamente armoniche o consistono di un numero relativamente piccolo di componenti armoniche, danno luogo ad una *sensazione di suono piacevole*, come per esempio *i suoni musicali*.

Quelle onde che invece hanno forme molto irregolari (e che in base a Fourier corrispondono alla somma di un numero elevato di componenti armoniche) producono una *sensazione sgradevole*, sono percepite cioè come *disturbi*.

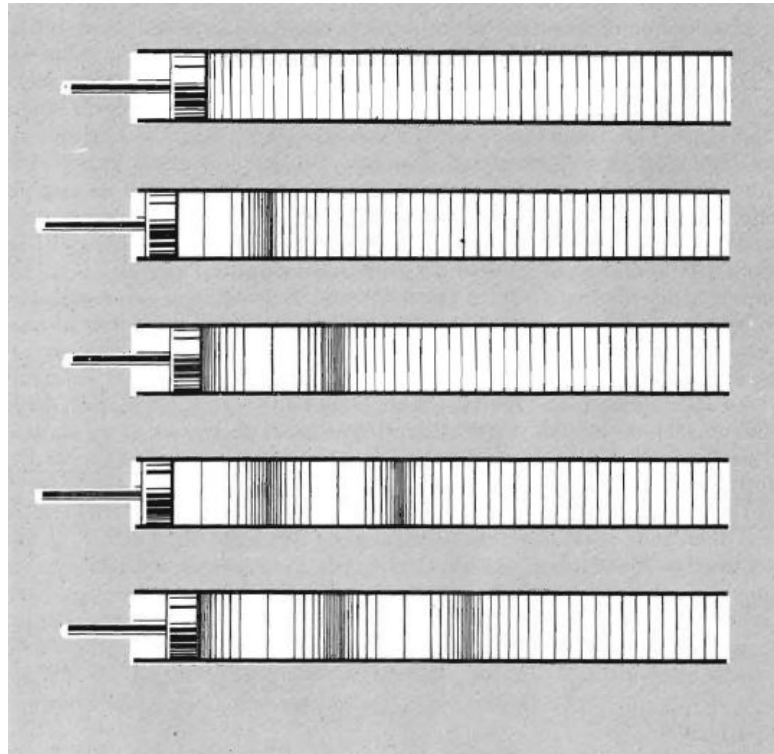
Di seguito studieremo le proprietà delle onde meccaniche longitudinali, di cui le onde sonore sono un tipico esempio.

Propagazione e velocità delle onde longitudinali

Le onde sonore, esempio tipico di onde meccaniche longitudinali, sono libere di propagarsi in tutte le direzioni, quindi richiederebbero una trattazione 3D



Tuttavia la trattazione è più semplice nel caso unidimensionale, che è quello che vedremo adesso. Consideriamo un pistone all'estremità di un tubo contenente un fluido compressibile. Nella figura, i segmenti verticali rappresentano idealmente strati molecolari successivi, e la distanza fra questi strati simboleggia la densità.



La figura mostra il propagarsi della perturbazione dovuta ad una compressione, e ad una serie di impulsi di compressione successivi ottenuti spingendo il pistone avanti/indietro.

In questo esempio c'è una perfetta analogia con il caso della corda vibrante, con la sola differenza che nella corda il moto oscillatorio è ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda, in questo caso invece è nella stessa direzione: **se il pistone oscilla avanti e indietro ci sarà un treno di impulsi di compressione/rarefazione che viaggia lungo il tubo.**

Si dimostra che in questo caso la velocità di propagazione dell'onda è data dalla:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\sigma_0}}$$

Dove: σ_0 è la densità del fluido indisturbato

B è il cosiddetto modulo di compressione del corpo: $B = - V \Delta P / \Delta V$

dove: ΔP = variazione di pressione esercitata sul corpo

$-\Delta V / V$ = variazione percentuale di volume che ne risulta

Anche in questo caso, come nel caso delle onde trasversali in una corda elastica, la **velocità di propagazione della perturbazione dipende dalle caratteristiche del mezzo di propagazione.**

In particolare:

- Densità
- Compressibilità

Mezzo	Temperatura °C	Velocità metri/sec.
Aria	0	331,3
Idrogeno	0	1·286
Ossigeno	0	317,2
Acqua	15	1·450
Piombo	20	1·230
Alluminio	20	5·100
Rame	20	3·560
Ferro	20	5·130