Lezione XIV

(Urti a una dimensione)

FRUIZIONE E UTILIZZO DEI MATERIALI DIDATTICI

- E’ vietata la **copia**, la **rielaborazione**, la **riproduzione** dei contenuti e immagini presenti nelle lezioni in qualsiasi forma

- E’ inoltre vietata la **diffusione**, la **redistribuzione** e la **pubblicazione** dei contenuti e immagini, incluse le registrazioni delle videolezioni con qualsiasi modalità e mezzo non autorizzati espressamente dall'autore o da Unica

Gli urti di norma sono classificati a seconda che si conservi o non si conservi **l'energia cinetica.**

1 Quando **l'energia cinetica si conserva**, l'urto è definito **urto elastico**

2 Se l'energia cinetica **non** si conserva, l'urto è definito **urto anelastico**

Un altro caso:

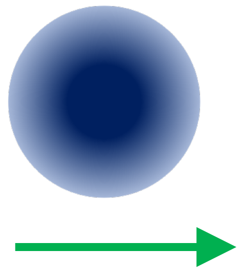
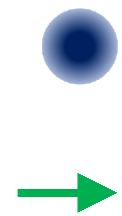
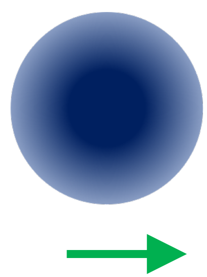
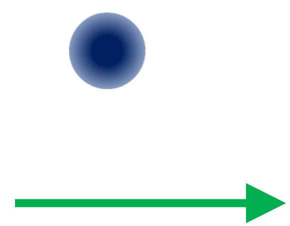
3 Un urto anelastico in cui i due corpi restano **attaccati** dopo l'urto è definito **urto completamente anelastico**

Cominciamo adesso col discutere più a fondo gli

urti elastici unidimensionali

Trattiamo il caso **in cui tutte e due le biglie** hanno una certa **velocità inziale**

La velocità iniziale delle due biglie potrà essere nello stesso verso come nell'esempio illustrato, così da dare luogo all'urto come in «un inseguimento», o potrà essere di verso opposto, così da dare luogo ad un urto frontale.

	m_1	m_2
Prima dell'urto (velocità u)	 velocità $= u_1$	 velocita $= u_2$
Dopo l'urto (velocità v)	 velocità $= v_1$	 velocità $= v_2$

In base alle **Leggi di Conservazione** che abbiamo studiato potremo scrivere:

	Prima dell'urto		**Dopo l'urto**
Conservazione della Quantità di Moto	$m_1 \mathrm{u}_1 + m_2 \mathrm{u}_2$	$=$	$m_1 \mathrm{v}_1 + m_2 \mathrm{v}_2$
Conservazione della Energia Cinetica (Urto elastico)	$\frac{1}{2}\, m_1 \mathrm{u}_1^2 + \frac{1}{2}\, m_2 \mathrm{u}_2^2$	$=$	$\frac{1}{2}\, m_1 \mathrm{v}_1^2 + \frac{1}{2}\, m_2 \mathrm{v}_2^2$

L'equazione per la quantità di moto:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad = \quad m_1 v_1 + m_2 v_2$$

si può scrivere:

$$m_1 (u_1 - v_1) \quad = \quad m_2 (v_2 - u_2)$$

e quella per l'energia cinetica:

$$\tfrac{1}{2} m_1 u_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 u_2^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2$$

si può scrivere:

$$m_1 (u_1^2 - v_1^2) = m_2 (v_2^2 - u_2^2)$$

Dividendo l'equazione

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)$$

per l'equazione

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2)$$

si ha

$$(u_1^2 - v_1^2) / (u_1 - v_1) = (v_2^2 - u_2^2) / (v_2 - u_2)$$

cioè:

$$[(u_1 - v_1)\ (u_1 + v_1)] / (u_1 - v_1) = [(v_2 - u_2)\ (v_2 + u_2)] / (v_2 - u_2)$$

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$$

Cioè **la somma delle velocità della massa m_1 prima e dopo l'urto è uguale alla somma delle velocità prima e dopo l'urto della massa m_2**

Questa equazione:

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$$

può anche essere scritta:

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

Cioè:

le <u>differenze</u> di velocità di ognuna delle due biglie prima e dopo l'urto sono eguali e contrarie.

Per determinare le velocità v_1 e v_2 delle due biglie dopo l'urto, note le velocità prima

dell'urto u_1 e u_2, possiamo usare una delle due equazioni precedenti.

Per esempio, utilizzando la:

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$$

scriveremo:

$$v_2 = u_1 + v_1 - u_2$$

Introducendo questa equazione nella precedente: $m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2)$

si ricava:

$$m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (u_1 + v_1 - 2u_2) \rightarrow m_1 u_1 - m_1 v_1 = m_2 u_1 + m_2 v_1 - 2 m_2 u_2$$

che riscriviamo alla slide seguente....

$$m_1 u_1 - m_1 v_1 = m_2 u_1 + m_2 v_1 - 2\, m_2 u_2$$

$$m_1 u_1 + 2\, m_2 u_2 - m_2 u_1 = m_2 v_1 + m_1 v_1$$

$$m_1 u_1 + m_2 (2\, u_2 - u_1) = v_1 (m_2 + m_1)$$

$$v_1 = [\, m_1 u_1 + m_2 (2\, u_2 - u_1)\,] / (m_2 + m_1)$$

$$v_1 = m_1 u_1 / (m_2 + m_1) + m_2\, 2\, u_2 / (m_2 + m_1) - m_2 u_1 / (m_2 + m_1)$$

$$v_1 = u_1 [m_1 / (m_2 + m_1) - m_2 / (m_2 + m_1)\,] + m_2\, 2\, u_2 / (m_2 + m_1)$$

Da cui si ricava:

$$v_1 = u_1\,(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2) + u_2\,2\,m_2/(m_1 + m_2)$$

E analogamente per v_2 si ricava:

$$v_2 = u_1\,2\,m_1/(m_1 + m_2) + u_2\,(m_2 - m_1)/(m_1 + m_2)$$

Un caso particolare:

$$m_1 = m_2$$

Risulta:

$v_1 = u_2$ → velocità finale particella 1 = velocità iniziale particella 2

$v_2 = u_1$ → velocità finale particella 2 = velocità iniziale particella 1

Cioè se $m_1 = m_2$ **le due particelle si scambiano le velocità**

Un altro caso interessante è quello in cui la particella m_2 è inizialmente ferma, cioè $u_2 = 0$

In questo caso risulta:

$$v_1 = u_1 (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2)$$

$$v_2 = u_1 \, 2 \, m_1 / (m_1 + m_2)$$

Se allo stesso tempo $m_1 = m_2$ si ottiene

$v_1 = 0$ → la prima particella si ferma

$v_2 = u_1$ → la seconda particella scatta via con la sua velocità

Se invece $m_2 >> m_1$ (particella ferma MOLTO più massiva di quella incidente) si ha:

$v_1 \approx -u_1$ → la prima particella, quella incidente, rimbalza circa con la stessa velocità (caso della palla che cade per terra)

$v_2 \approx 0$ → la seconda particella, quella ferma e molto massiva, non si muove (caso della terra colpita dalla palla)

Se infine si ha $m_2 << m_1$ (particella ferma MOLTO più leggera di quella incidente) si ha:

$v_1 \approx u_1$ → la velocità della particella pesante rimane invariata

$v_2 \approx 2u_1$ → la velocità con cui schizza via la particella leggera che era ferma è il doppio della velocità della biglia pesante incidente.

Urti anelastici

Nel caso di urti anelastici, continua a valere la Conservazione della Quantità di Moto ma non possiamo utilizzare la Conservazione dell'Energia Cinetica, in quanto parte dell'energia cinetica viene dissipata in calore.

Per potere ricavare le velocità delle particelle dopo l'urto dovremmo pertanto applicare la conservazione **dell'energia totale** il che in molti casi non è semplice in quanto potrebbe non essere noto quanta energia cinetica si è dissipata in energia termica.

Fra gli urti **anelastici**, l'**unico** che può essere risolto avendo a disposizione la **sola** legge di conservazione della quantità di moto è l'urto **completamente anelastico**. In questo caso infatti le due particelle rimangono attaccate e dopo l'urto hanno quindi la stessa velocità V**.** Avendo una sola velocità da determinare, può essere ricavata con una sola equazione:

$$m_1\,\mathrm{u}_1 + m_2\,\mathrm{u}_2 = (m_1 + m_2)\,\mathrm{v}$$

Urti in due dimensioni

Abbiamo visto che nel caso di **urti elastici unidimensionali**, l'applicazione delle due leggi di conservazione studiate ci fornisce **sufficienti equazioni** per determinare le velocità **dopo** l'urto, note le velocità prima dell'urto.

Nel caso di urti **elastici in due dimensioni** invece abbiamo **4 incognite** che sono le componenti x e y delle velocità dopo l'urto delle due particelle, ma abbiamo a disposizione solo **3 equazioni**: **due** per la quantità di moto lungo x e lungo y e **una** per l'energia cinetica.

L'unico caso in cui un urto in due dimensioni può essere risolto è infatti il caso di un urto **completamente anelastico**: in questo caso infatti le due particelle rimangono attaccate, hanno cioè la stessa velocità e abbiamo pertanto **2 incognite in meno**

Pertanto, nel caso di **urti elastici** in due dimensioni, occorrono **maggiori informazioni** sul particolare esperimento in questione.

Una situazione semplice è quella in cui viene fornito come dato del problema **l'angolo** con cui viene deviata una delle due particelle.