

# Lezione VI

(Forza peso,  
Esercizi statica e dinamica  
con forza peso)



## FRUIZIONE E UTILIZZO DEI MATERIALI DIDATTICI

- ➔ **E' vietata** la **copia**, la **rielaborazione**, la **riproduzione** dei contenuti e immagini presenti nelle lezioni in qualsiasi forma
- ➔ **E' inoltre vietata** la **diffusione**, la **redistribuzione** e la **pubblicazione** dei contenuti e immagini, incluse le registrazioni delle videolezioni con qualsiasi modalità e mezzo non autorizzati espressamente dall'autore o da Unica

# Peso e massa

Il **peso** di un corpo è la **forza gravitazionale** esercitata su di esso dalla Terra, e come tutte le forze è una **quantità vettoriale**. Quando un corpo di massa  $m$  è in caduta libera, la sua accelerazione è  $\mathbf{g}$ , l'accelerazione di gravità, e la forza agente su di esso è  $\mathbf{P}$ , suo peso. In base alla II Legge di Newton  $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$  si ha per il corpo in questione:

$$\mathbf{P} = m \mathbf{g}$$

In un **medesimo** luogo,  $\mathbf{g}$  ha lo stesso valore. Segue da questo che il rapporto fra i pesi di due corpi è eguale al rapporto fra le masse. Tuttavia l'accelerazione di gravità  $\mathbf{g}$  varia leggermente da un punto all'altro della superficie terrestre. La differenza di peso di un corpo in due punti della superficie terrestre (apprezzabile tramite la deformazione di una molla) rivela la **differenza di  $\mathbf{g}$** . La massa al contrario è una proprietà intrinseca di un corpo.

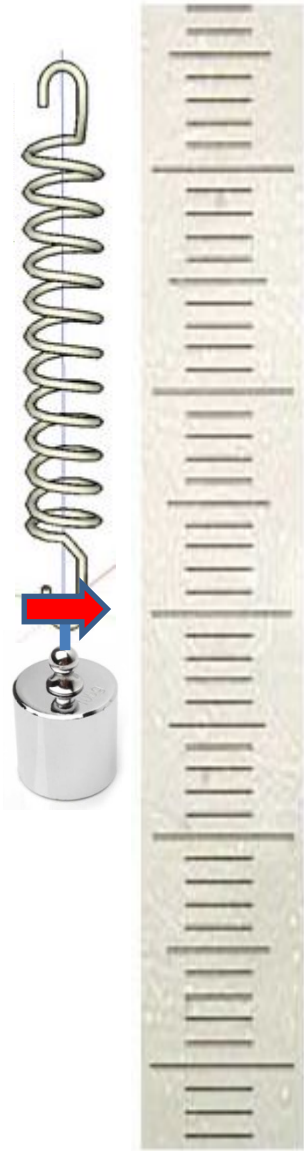
# Misure dinamiche e misure statiche di una forza

Abbiamo imparato a misurare una forza  $F$  in base a come cambia lo stato di moto di un corpo di massa  $m$  al quale la forza stessa è applicata. In sostanza abbiamo imparato a misurare la forza attraverso la misura dell'**accelerazione** che essa imprime ad un corpo.

**Questa è una misura dinamica.**

Nel caso statico, il corpo **non** è soggetto ad un cambiamento del suo stato di quiete o di moto, in quanto la risultante delle forze agenti su di esso è nulla (I Legge di Newton). Eppure delle **forze** applicate possono essere presenti e occorre **definire come misurarle**

# Il Dinamometro



Una forza applicata al dinamometro cambia la lunghezza della sua molla.

Se un corpo da 1 kg è appeso alla molla, questa si deforma finché la sua trazione sul corpo ne eguaglia il peso.

A questo punto possiamo indicare un segno sulla scala graduata, corrispondente alla **forza** di 1 kg-peso. Analogamente possiamo tarare la scala applicando pesi di 2kg, 3kg, etc.. In questo modo il dinamometro risulta tarato per misurare qualsiasi forza.

Abbiamo applicato la **III Legge di Newton** in quanto abbiamo assunto che la forza esercitata dalla molla sul corpo sia eguale e contraria a quella esercitata dal corpo sulla molla.

Abbiamo applicato la **I Legge di Newton** ponendo  $\mathbf{F} = 0$  (risultante delle forze) quando  $\mathbf{a} = 0$

## Esempio 1

Consideriamo una molla attaccata al soffitto con un peso agganciato all'estremità inferiore in **condizioni di equilibrio**.



Le forze esercitate sul blocco sono la tensione della molla deformata, che chiameremo  $\mathbf{T}$ , che tende a innalzare verticalmente la massa, e l'azione della gravità, la forza peso  $\mathbf{P}$ , che tende ad abbassarla verticalmente.

**NON** vi sono altre forze che agiscono sulla massa  $m$ .

La risultante delle forze applicate è:  $\mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{P}$ . Il sistema è in equilibrio, cioè la massa  $m$  è a riposo, quindi la sua accelerazione è  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ .



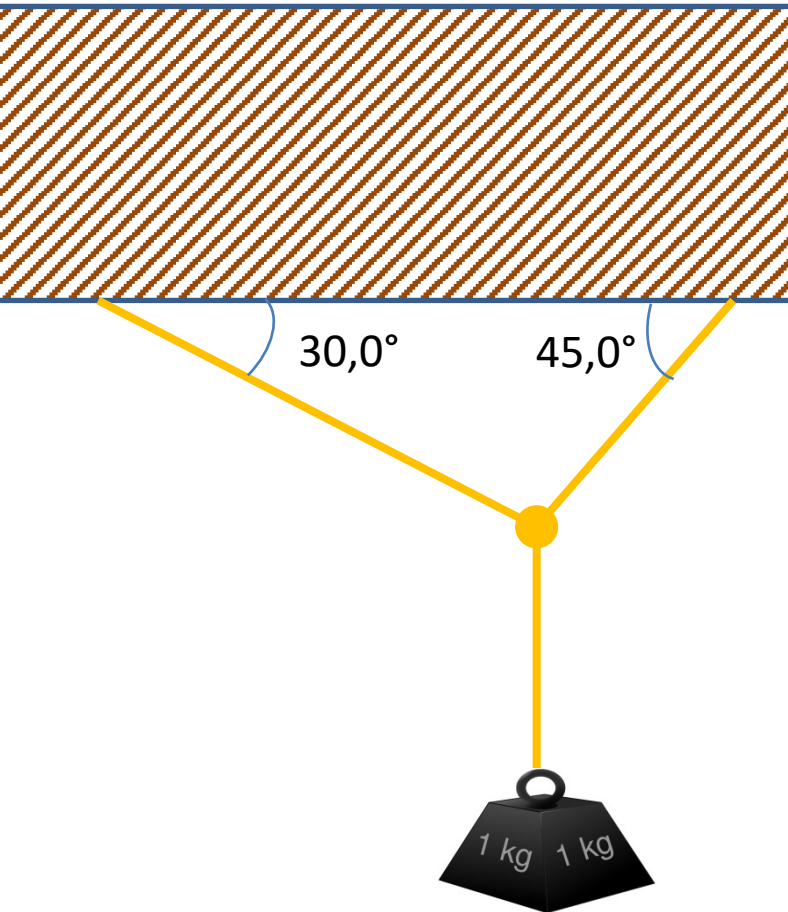
Pertanto, in base alla **II Legge di Newton**:  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ , risulta  $\mathbf{F} = \mathbf{0}$  e quindi

$$\mathbf{T} + \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \mathbf{T} = -\mathbf{P}$$

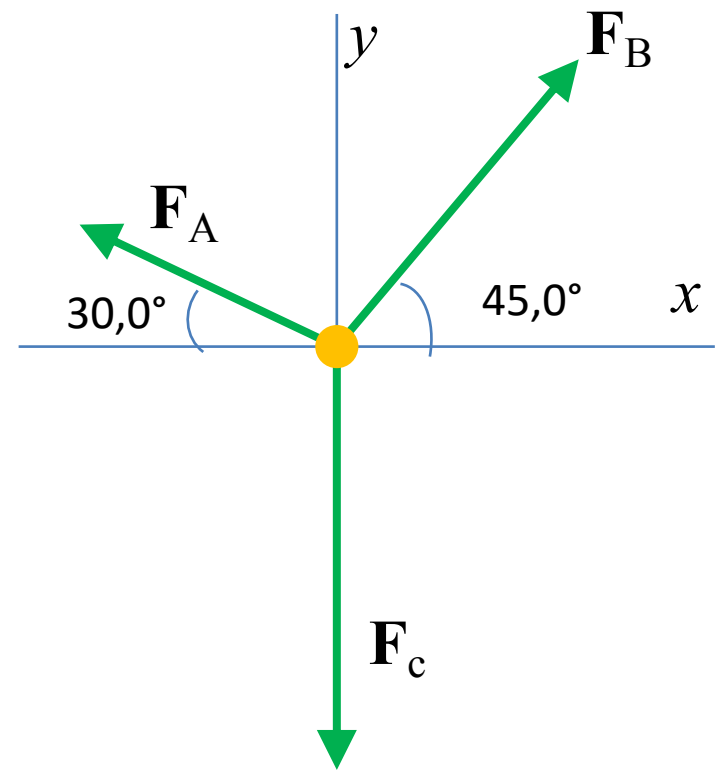
Pertanto, la tensione della molla è una **misura esatta** del peso. Si è fatto uso di questo risultato per definire un procedimento **statico** per misurare le forze (**DINAMOMETRO**).

## Esempio 2

Si consideri un peso appeso a dei fili come in figura, e si consideri come punto materiale il punto di unione dei tre fili.



Il punto risulta a riposo e su di esso agiscono le tre forze indicate in figura:



**Quesito:** Supponiamo di conoscere il modulo di una di queste tre forze, come si possono ricavare tutte le altre ?

Il punto in questione è a riposo, quindi la sua accelerazione è  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ . Pertanto:

$$\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C = \mathbf{0}$$

Questa equazione **vettoriale** può essere scritta in tre equazioni **scalari** equivalenti:

Per l'asse  $x$ :  $F_{Ax} + F_{Bx} = 0$

Per l'asse  $y$ :  $F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} = 0$

Per l'asse  $z$ :  $F_{Az} = F_{Bz} = F_{Cz} = 0$

Cioè tutti i vettori giacciono sul piano  $x$ - $y$  e non hanno componenti lungo l'asse  $z$

Dalla figura osserviamo che possiamo scrivere le seguenti relazioni:

$$F_{Ax} = -F_A \cos 30,0^\circ = -F_A (\sqrt{3})/2 = -0,866 F_A$$

$$F_{Ay} = F_A \sin 30,0^\circ = F_A (1/2) = 0,500 F_A$$

$$F_{Bx} = F_B \cos 45,0^\circ = F_B (\sqrt{2})/2 = 0,707 F_B$$

$$F_{By} = F_B \sin 45,0^\circ = F_B (\sqrt{2})/2 = 0,707 F_B$$

$$F_{Cy} = -F_C = -P$$

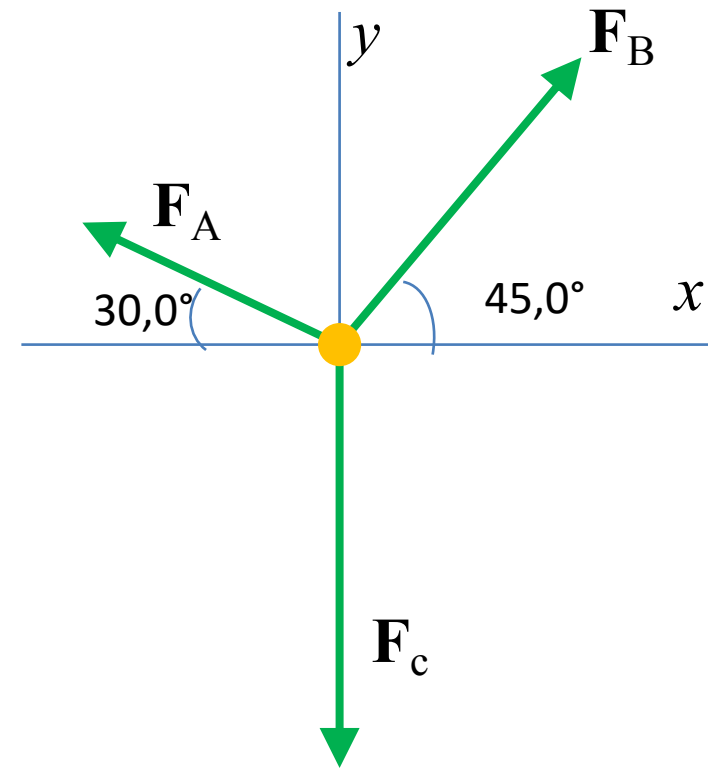
Sostituendo queste espressioni nelle equazioni iniziali:

$$\text{Per l'asse } x: \quad F_{Ax} + F_{Bx} = 0$$

$$\text{Per l'asse } y: \quad F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} = 0$$

$$\text{Si ottiene: } -0,866 F_A + 0,707 F_B = 0$$

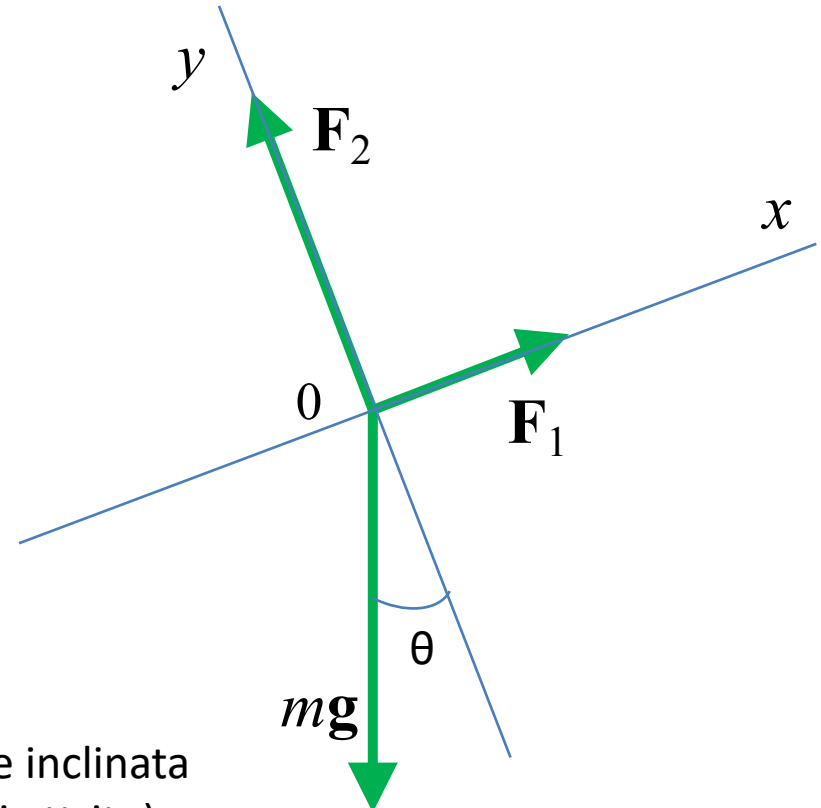
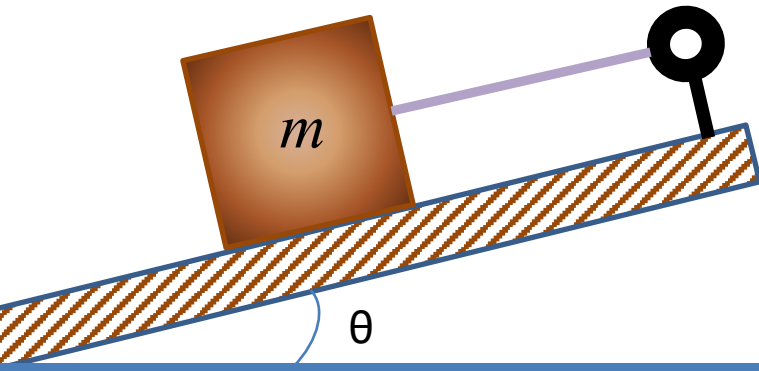
$$0,500 F_A + 0,707 F_B - P = 0 \quad \rightarrow \text{ Dato } P, \text{ possiamo ricavare le altre forze!}$$



### Esempio 3

Studiamo il moto di un blocco di massa  $m$  lungo un piano inclinato.

a) **Caso statico:** Il blocco è tenuto a riposo sul piano inclinato senza attrito tramite una fune agganciata all'estremità del piano inclinato. Le forze agenti sul blocco sono le seguenti:



$\mathbf{F}_1$  = Forza esercitata sul blocco dalla fune

$\mathbf{F}_2$  = Forza esercitata sul blocco dalla superficie inclinata (perpendicolare alla superficie data l'assenza di attrito)

$mg$  = attrazione gravitazionale

**Quesito:** Supponendo che  $m$  e  $\theta$  siano dati noti del problema, calcolare  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$



**Quesito:** Supponendo che  $m$  e  $\theta$  siano dati noti del problema, calcolare  $\mathbf{F}_1$  e  $\mathbf{F}_2$

Poiché il blocco è privo di accelerazione, scriveremo in **notazione vettoriale**:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + m\mathbf{g} = 0$$

Al solito risolviamo il problema del trattamento del formalismo vettoriale scrivendo le equazioni relative alle **componenti** dei vettori lungo gli assi di riferimento. Poiché abbiamo scelto di posizionare il sistema di assi in modo che l'asse  $x$  coincida con il profilo del piano

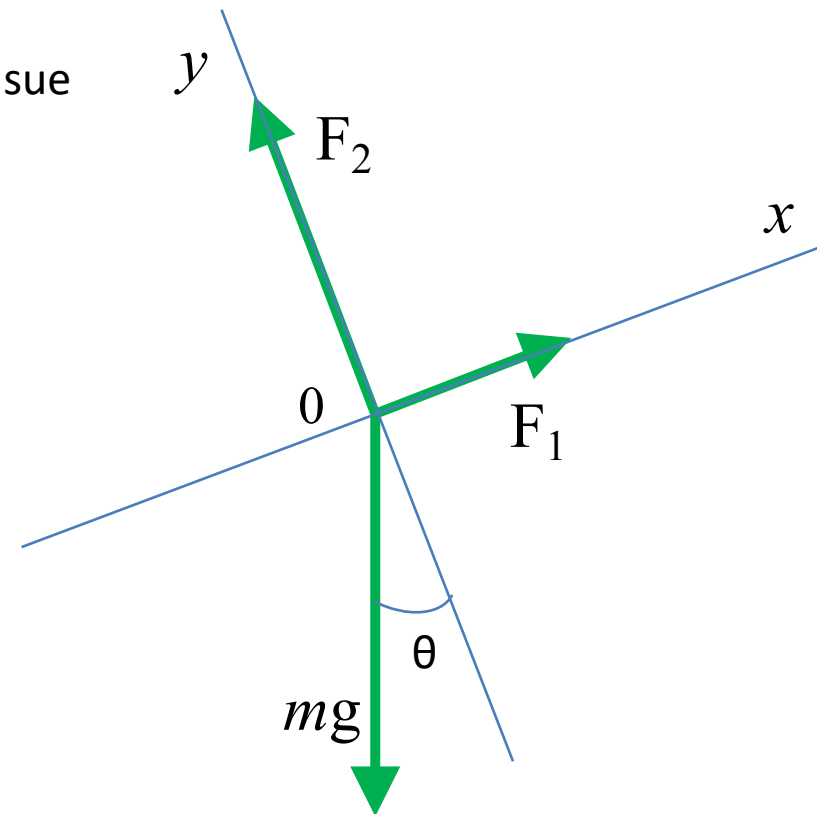
inclinato, dovremo scomporre **solo** la forza  $m\mathbf{g}$  nelle sue componenti, ottenendo le seguenti equazioni **scalari**:

$$F_1 - mg \sin \theta = 0 \quad \text{per asse } x$$

$$F_2 - mg \cos \theta = 0 \quad \text{per asse } y$$

Da cui si potranno ricavare  $F_1$  e  $F_2$

una volta dati  $\theta$  e  $m$



b) **Caso dinamico:** Supponiamo di tagliare il filo, così da eliminare a trazione della forza  $\mathbf{F}_1$  sul blocco. La risultante  $\mathbf{F}$  delle forze agenti sul blocco **NON** sarà più zero e quindi il blocco acquisirà una **accelerazione**.



b) **Caso dinamico:** Supponiamo di tagliare il filo, così da eliminare a trazione della forza  $\mathbf{F}_1$  sul blocco. La risultante  $\mathbf{F}$  delle forze agenti sul blocco **NON** sarà più zero e quindi il blocco acquisirà una **accelerazione**.

**Quesito:** quanto vale questa accelerazione ?

Dalla II Legge di Newton applicata alle componenti della forza risultante  $\mathbf{F}$  si ha:

$$F_x = m a_x$$

$$F_y = m a_y$$

Per il termine  $m a_y$  potremo scrivere:

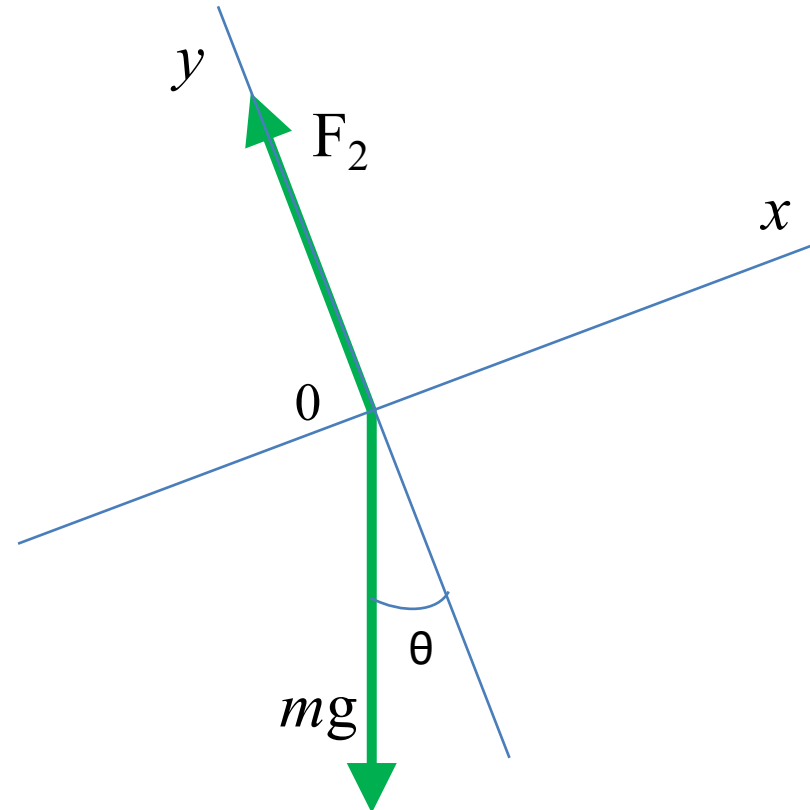
$$m a_y = F_2 - mg \cos \theta = 0$$

(equazione già scritta per il caso statico)

Per il termine  $m a_x$  potremo scrivere:

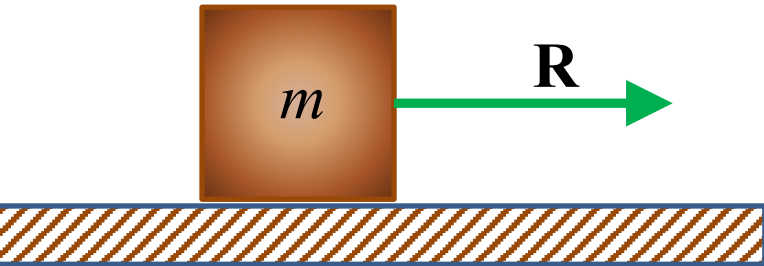
$$m a_x = -mg \sin \theta$$

Da cui:  $a_y = 0$  e  $a_x = -g \sin \theta$

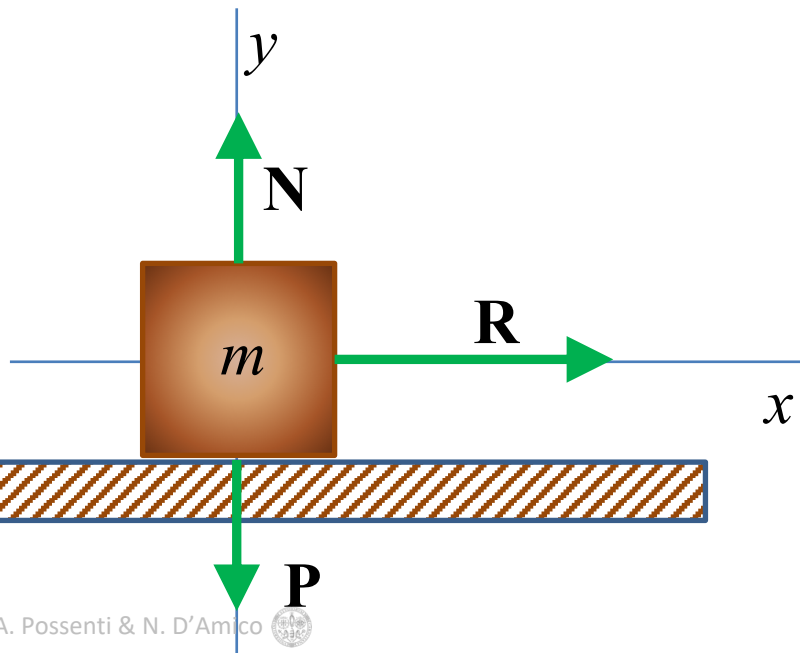


## Esempio 4

Si consideri un blocco di massa  $m$  spinto lungo un piano orizzontale senza attrito da una forza orizzontale  $\mathbf{R}$  come mostrato in figura:



Sul corpo agiscono evidentemente le seguenti forze:



$\mathbf{R}$  = la forza orizzontale

$\mathbf{P}$  = la forza peso

$\mathbf{N}$  = la forza normale esercitata sul blocco dalla superficie



**1° Quesito:** se il blocco ha una massa  $m$  di 2,0 kg, quale è la forza **normale** ?



**1° Quesito:** se il blocco ha una massa  $m$  di 2,0 kg, quale è la forza **normale** ?

Il blocco non esegue alcun moto in direzione verticale, cioè lungo  $y$ , quindi la sua accelerazione  $a_y$  lungo  $y$ , è nulla e pertanto applicando la II Legge di Newton, scriveremo per la risultante  $F_y = N - P$  delle forze lungo  $y$ :

$$F_y = m a_y = 0 \rightarrow N - P = 0$$

Quindi  $N = P = mg = (2,0 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) = 20 \text{ kg m/s}^2 = 20 \text{ N} = 20 \text{ nt}$

**2° Quesito:** Quale forza **R** occorre applicare per dare al blocco una velocità orizzontale di 4 m/s in un tempo di 2 s ?



**2° Quesito:** Quale forza **R** occorre applicare per dare al blocco una velocità orizzontale di 4 m/s in un tempo di 2 s ?

Siccome la forza R è costante, dovrà essere costante anche l'accelerazione. In questo caso allora l'accelerazione ad ogni istante coincide col l'accelerazione media.

Pertanto, l'accelerazione  $a_x$  che deve acquisire il blocco per arrivare alla velocità richiesta nel tempo richiesto è data dalla semplice formula

$$a = (v - v_0) / \Delta t$$

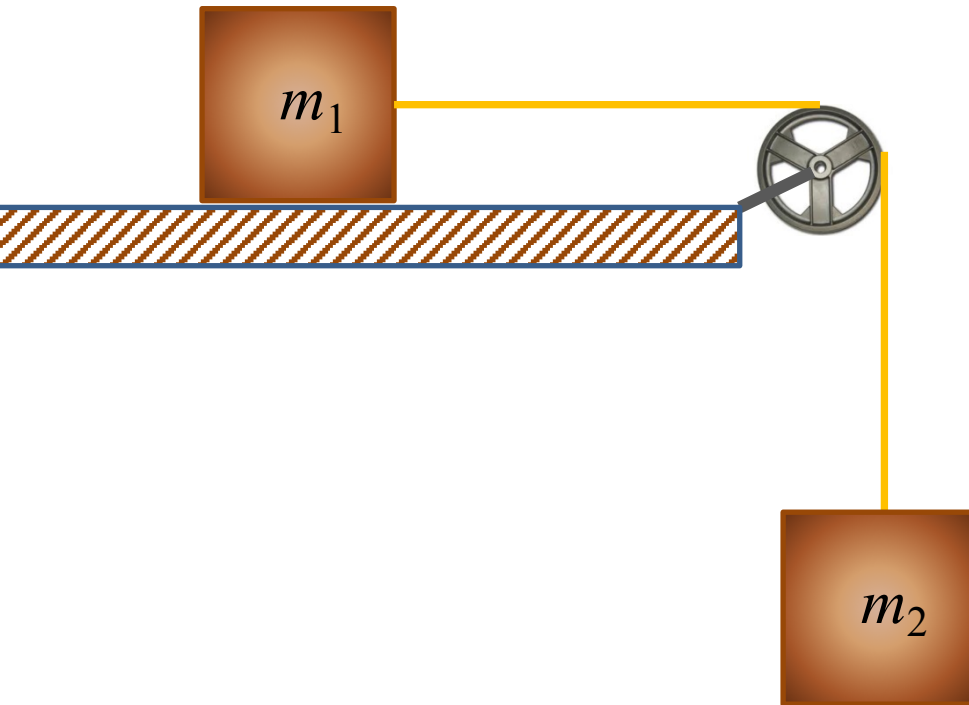
$$\text{Dove: } v = 4 \text{ m/s; } v_0 = 0; \text{ e } \Delta t = 2 \text{ s} \rightarrow a = (4 \text{ m/s}) / (2 \text{ s}) = 2 \text{ m/s}^2$$

Applicando la II Legge di Newton si ha:

$$R = m a_x = (2\text{kg}) \times 2 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ N}$$

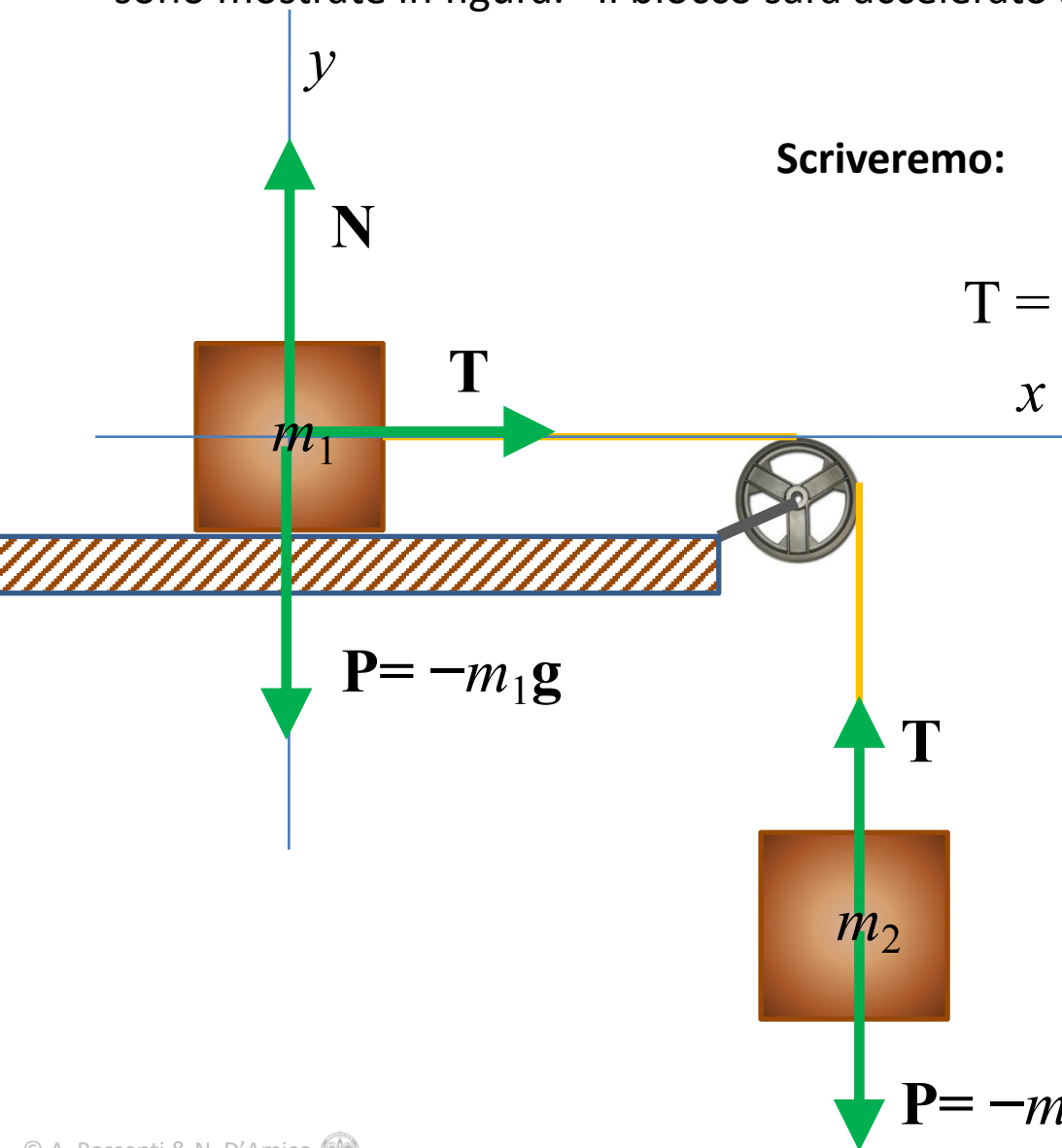
## Esempio 5

Un blocco di massa  $m_1$  posto su una superficie orizzontale senza attrito è tirato da una fune attaccata ad un blocco di massa  $m_2$  sospeso ad una puleggia. Si supponga la puleggia **priva** di massa e di attriti, così che il suo unico ruolo è quello di cambiare la direzione della tensione della fune



**Quesito:** Determinare l'**accelerazione** del sistema e la **tensione** della fune

Prendiamo in considerazione il blocco di massa  $m_1$ . Le forze che agiscono su di esso sono mostrate in figura. Il blocco sarà accelerato solo nella direzione  $x$  e quindi  $a_{1y} = 0$



Scriveremo: 
$$N - m_1g = m_1 a_{1y} = 0$$

$$T = m_1 a_{1x} \rightarrow a_{1x} = T / m_1 \quad [\text{eq. A}]$$

Per determinare  $T$  consideriamo il moto del blocco  $m_2$ . Poiché sia il blocco che la fune **hanno** una accelerazione, **non** possiamo scrivere che  $T = -m_2g$ . L'equazione del moto per il blocco sospeso è dunque:

$$-m_2g + T = m_2 a_{2y} \quad [\text{eq. B}]$$

E' chiaro che considerando la fune inestendibile e tenendo conto del suo cambiamento di direzione, e del fatto che l'accelerazione lungo  $y$  (per il corpo 2) nel nostro sistema di riferimento avrà segno opposto della accelerazione (lungo  $x$  (per il corpo 1) si ha:

$$a_{1x} = -a_{2y} = a$$

sopra indicando semplicemente con  $a$  il modulo dell'accelerazione del sistema.

Quindi riscriviamo le precedenti equazioni come

$$m_2 g - T = m_2 a \quad [\text{eq. B}]$$

$$T = m_1 a \quad [\text{eq. A}]$$

Da cui risulta:

$$m_2 g - m_1 a = m_2 a$$

$$m_2 g = a (m_2 + m_1)$$

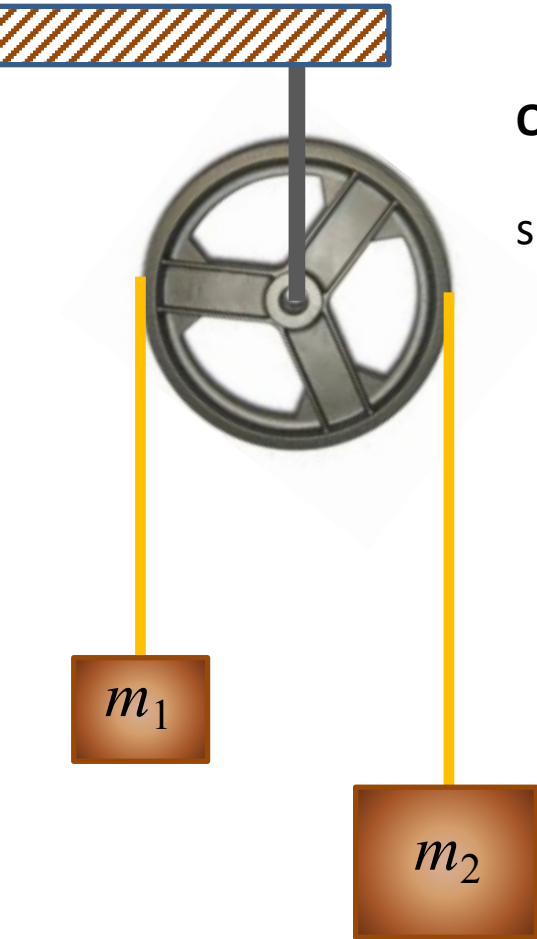
E quindi :

$$a = g m_2 / (m_2 + m_1) \quad \text{accelerazione blocchi}$$

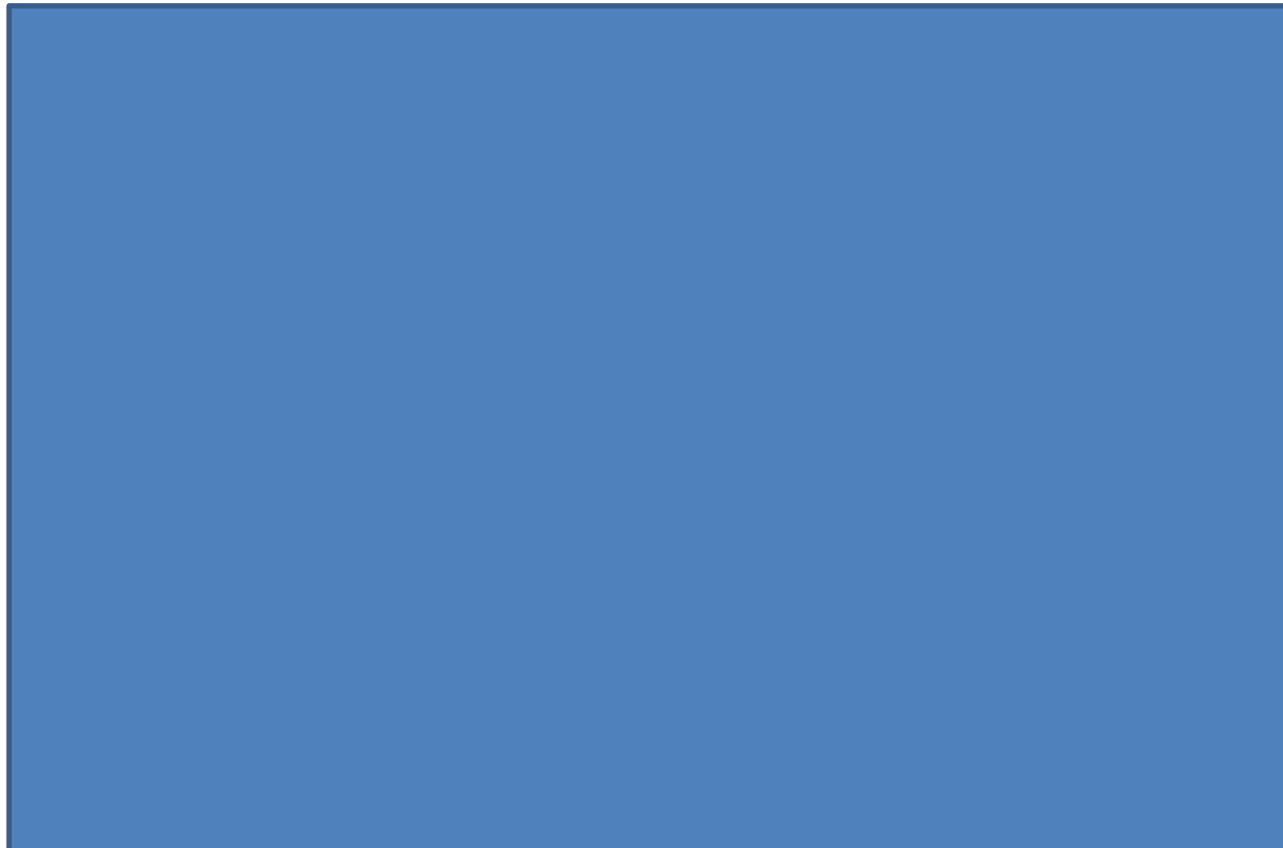
$$T = m_1 m_2 g / (m_2 + m_1) \quad \text{tensione fune}$$

## Esempio 6

Si considerino due masse  $m_1$  e  $m_2$  collegate da una fune che passa sopra una puleggia priva di massa e di attriti, come in figura.

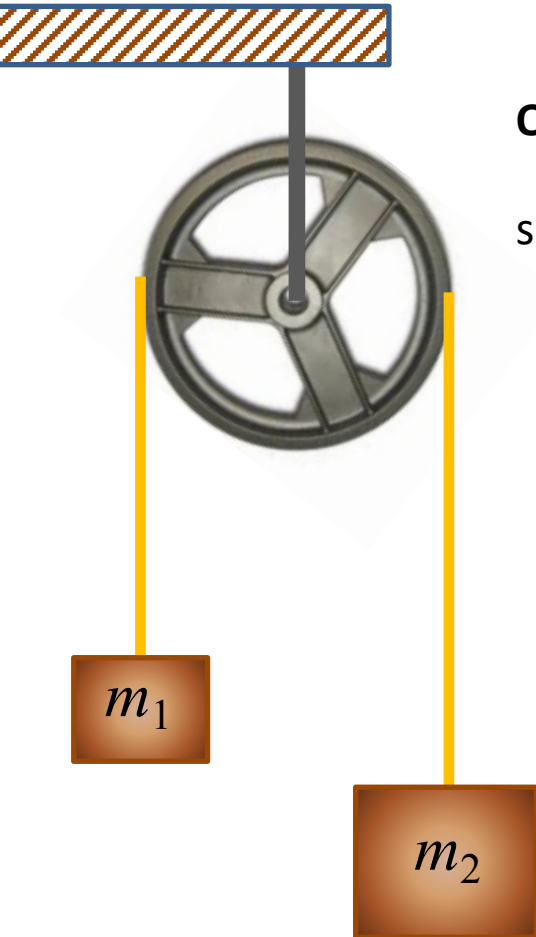


**Quesito:** trovare la tensione della fune e l'accelerazione delle masse supponendo che  $m_2 > m_1$



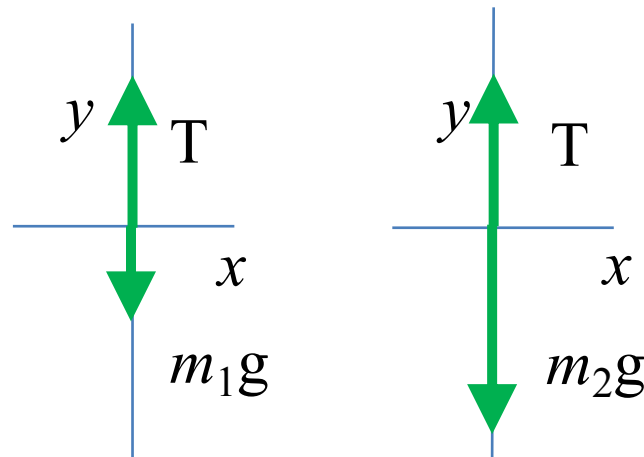
## Esempio 6

Si considerino due masse  $m_1$  e  $m_2$  collegate da una fune che passa sopra una puleggia priva di massa e di attriti, come in figura.

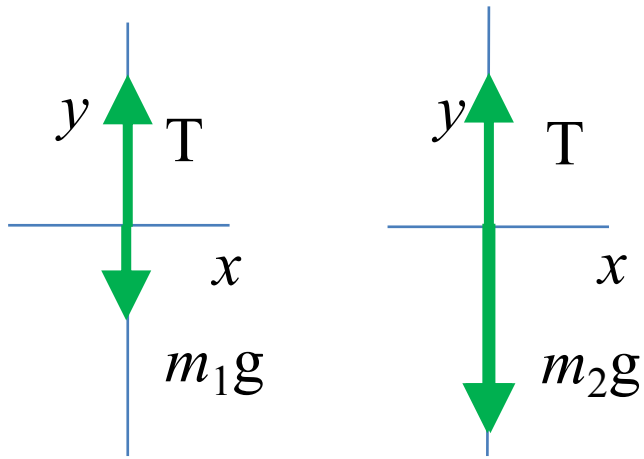


**Quesito:** trovare la tensione della fune e l'accelerazione delle masse supponendo che  $m_2 > m_1$

Se definiamo positiva una accelerazione verso l'alto, se l'accelerazione di  $m_1$  è  $a$ , l'accelerazione di  $m_2$  sarà  $-a$   
Se indichiamo con  $T$  la tensione della fune, le forze in gioco agiscono come in figura:



Tenendo a mente la configurazione delle forze che abbiamo individuato:



Le equazioni del moto per  $m_1$  e  $m_2$  saranno :

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$T - m_2 g = - m_2 a$$

Sommando le due equazioni si ottiene:  $m_1 g + m_1 a = m_2 g - m_2 a$

$$m_1 g - m_2 g = - m_1 a - m_2 a$$

$$(m_1 - m_2) g = -(m_1 + m_2) a$$

$$a = -g (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2)$$

$$a = g (m_2 - m_1) / (m_1 + m_2)$$

E per  $T$  si ottiene:

$$T = g (2m_1 m_2) / (m_1 + m_2)$$

## Esempio 7

Consideriamo un ascensore che si muove verticalmente con una accelerazione  $a$ .

Vogliamo calcolare la forza esercitata dal passeggero sul pavimento dell'ascensore.

Definiamo:

$a > 0$  se è diretta verso l'alto

$a < 0$  se è diretta verso il basso

Quindi: se  $a > 0 \rightarrow$  l'ascensore si muove verso l'alto con velocità crescente in modulo

l'ascensore si muove verso il basso con velocità decrescente in modulo

se  $a < 0 \rightarrow$  l'ascensore si muove verso l'alto con velocità decrescente in modulo

l'ascensore si muove verso il basso con velocità crescente in modulo

In base alla III Legge di Newton, possiamo affermare che: la forza esercitata dal passeggero sul pavimento è uguale e contraria a quella esercitata dal pavimento sul passeggero.

Indichiamo con  $\mathbf{P}$  il peso del passeggero e con  $\mathbf{R}$  la forza esercitata dal pavimento su di esso, e considereremo positive le forze dirette verso l'alto.

La forza risultante è  $\mathbf{P} + \mathbf{R}$  per cui in base alla II Legge di Newton  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  possiamo scrivere che:

$$\mathbf{R} - \mathbf{P} = m\mathbf{a}$$

Dove  $m$  è la massa del passeggero e  $a$  la sua accelerazione

Per esempio se  $m = 60,0 \text{ kg}$  e  $a = 0,500 \text{ m/s}^2$  si ricava:

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a} + \mathbf{P} = m(a + g) = 620 \text{ N}$$

$$\mathbf{R}/g = m\mathbf{a}/g + m = 60,0 \times (0,500/9,80) \text{ kg} + 60,0 \text{ kg} = 63,0 \text{ kg}$$

(il passeggero sente di essere più pesante)

