**Sito per reperire le slide delle lezioni e (in futuro)
gli esiti di prove parziali e di esami**

https://www.unica.it/unica/it/ateneo_s07.page

**Individuare Andrea Possenti nella lista Docenti e poi
clikkare su Materiali Didattici nel menu a destra**

Lezione II

FRUIZIONE E UTILIZZO DEI MATERIALI DIDATTICI

- **E' vietata** la **copia**, la **rielaborazione**, la **riproduzione** dei contenuti e immagini presenti nelle lezioni in qualsiasi forma

- **E' inoltre vietata** la **diffusione**, la **redistribuzione** e la **pubblicazione** dei contenuti e immagini, incluse le registrazioni delle videolezioni con qualsiasi modalità e mezzo non autorizzati espressamente
dall'autore o da Unica

ACCURATEZZA DELLE MISURE E CIFRE SIGNIFICATIVE

Con il migliorare della qualità della strumentazione moderna, aumenta **l'accuratezza** delle nostre misure delle grandezze fisiche. Questo significa che il **numero di cifre significative** con le quali esprimiamo i risultati delle nostre misure (e dei calcoli che ne seguono), aumenta. **Ma cosa si intende per cifre significative ?**

Se esprimiamo una data misura di lunghezza come segue:

$$x = 4 \text{ m} \quad \text{(una cifra significativa)}$$

stiamo in sostanza affermando che la lunghezza in questione è compresa fra 3 e 5 metri, in quanto NON stiamo fornendo alcuna informazione sui decimetri o su centimetri. E anche se scrivessimo $x = 0{,}004 \text{ km}$ il numero di cifre significative non cambierebbe (anche se ne abbiamo usato di più)

Se invece scriviamo $x = 4,0 \text{ m}$ stiamo affermando che la lunghezza in questione è di 4 m e 0 decimetri, e di conseguenza l'incertezza è al livello dei centimetri.

o in modo equivalente se scriviamo $x = 0{,}0040 \ \text{km}$ stiamo affermando che la lunghezza in questione è di 4 metri e 0 decimetri, e di conseguenza l'incertezza è al livello dei centimetri.

Quindi:

Prima regola: il numero di cifre significative è il numero di cifre che contando da sinistra risultano **successive agli zeri**, troncando quelle di valore incerto oltre alla prima diversa da zero.

Seconda regola:

Moltiplicando o dividendo più fattori, il numero di cifre significative con cui va rappresentato il risultato NON deve contenere più cifre significative del fattore meno preciso:

$$2{,}6\ \text{m} \times 3{,}12345\ \text{m} = 8{,}1\ \text{m}^2$$

Terza regola:

Nelle addizioni e sottrazioni, dando significato per ciascun addendo alla sua ultima cifra significativa, nel risultato sono da considerare **incerte tutte le cifre** che occupano una posizione di **incertezza** in uno qualsiasi degli addendi:

10,9 cm

250,31 cm

2,315 cm

263, 5**25** cm → 263,5. cm

ANALISI DIMENSIONALE

Indicheremo le dimensioni di una grandezza fisica racchiudendola tra parentesi quadre. Per esempio:

$[\,x\,] = L$ (simbolo della dimensione della lunghezza x)

$[\,t\,] = T$ (simbolo della dimensione del tempo t)

Allora risulta per esempio che la dimensione della grandezza fisica **velocità** v, che come vedremo si misura in metri al secondo (m/s) sarà

$[\,v\,] = L\,/\,T$ ovvero LT^{-1}

Vedremo durante il corso l'utilità di fare un'analisi dimensionale delle equazioni, cioè verificare la coerenza dimensionale dei due termini

GRANDEZZE SCALARI E GRANDEZZE VETTORIALI

Ripensando agli esperimenti che abbiamo immaginato, ci rendiamo conto che in Fisica esistono sia:

grandezze scalari o più semplicemente uno **scalare**

sia

grandezze vettoriali o più semplicemente un **vettore**

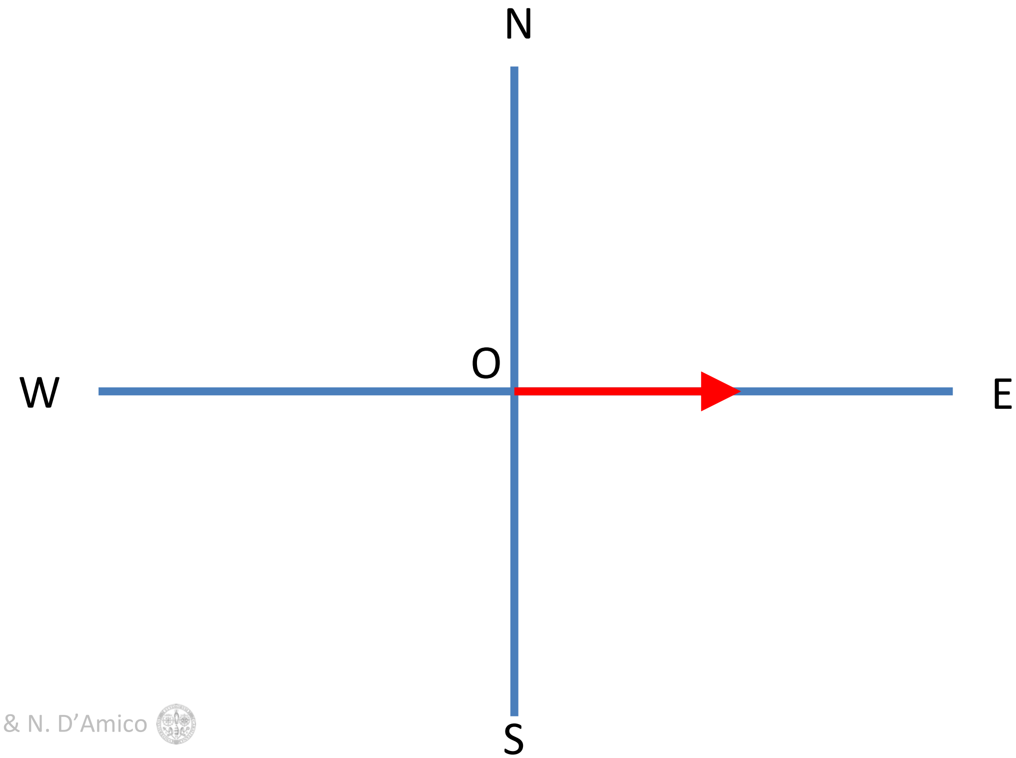
Per grandezza **scalare** intendiamo una grandezza fisica identificata semplicemente da un valore numerico: per esempio fra quelle che abbiamo già trattato nei nostri esperimenti, la **massa.** Diremo quindi la **massa** è uno **scalare.**

Per grandezza **vettoriale** intendiamo invece una grandezza fisica che oltre ad un valore numerico, necessita anche della individuazione di una **direzione** e un **verso,** per esempio fra quelle che abbiamo già trattato nei nostri esperimenti, la **velocità**. Diremo quindi che la **velocità** è un **vettore**

Proprietà dei vettori

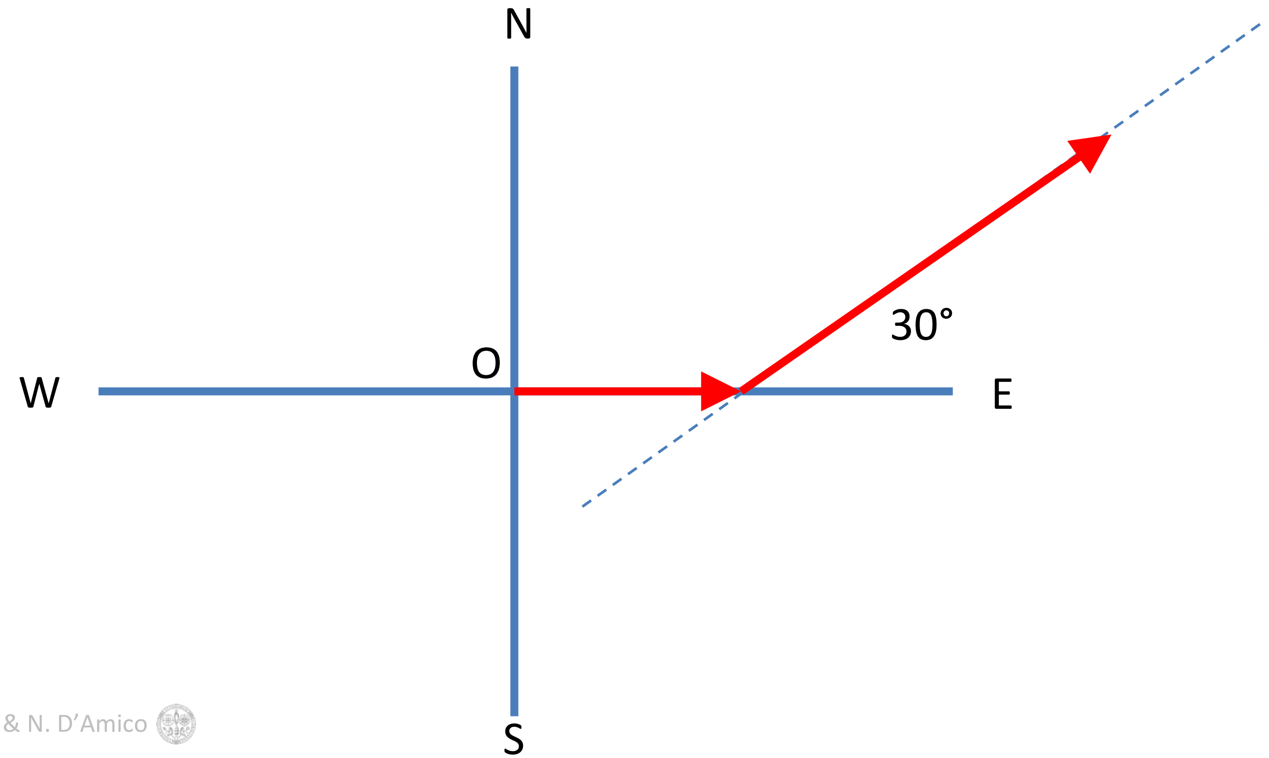
Le proprietà dei vettori possono essere facilmente descritte ricorrendo alla loro rappresentazione grafica. Prendiamo in considerazione il vettore «spostamento»

Supponiamo di muoverci verso Est per 3km a partire da una posizione iniziale «0». Possiamo indicare questo spostamento nel grafico di seguito come segue:



1 km

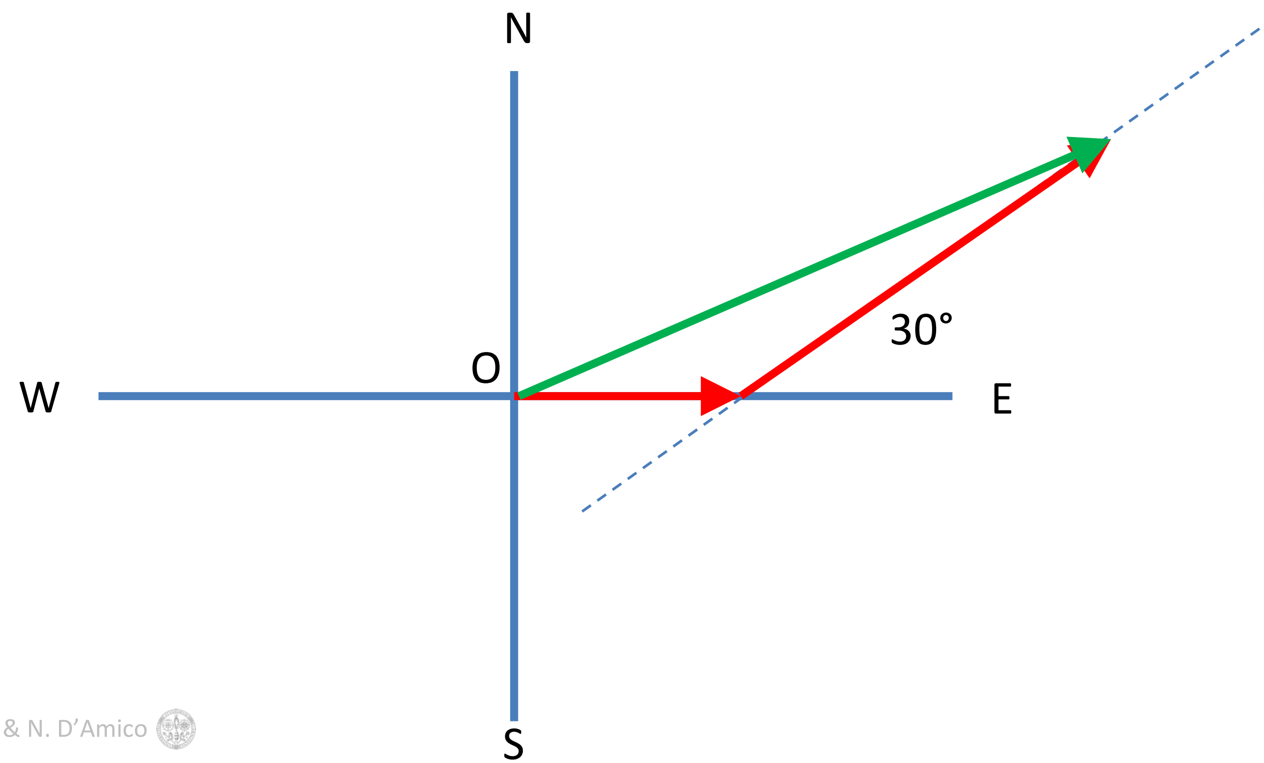
Immaginiamo quindi di svoltare di 30 gradi a sinistra e di spostarci lungo questa nuova direzione di altri 5 km. Siamo in contatto radio coi nostri corrispondenti fermi al punto «0». Per farci raggiungere dobbiamo necessariamente descrivere il percorso che abbiamo fatto, o possiamo piuttosto indicare un percorso diretto ?



1 km

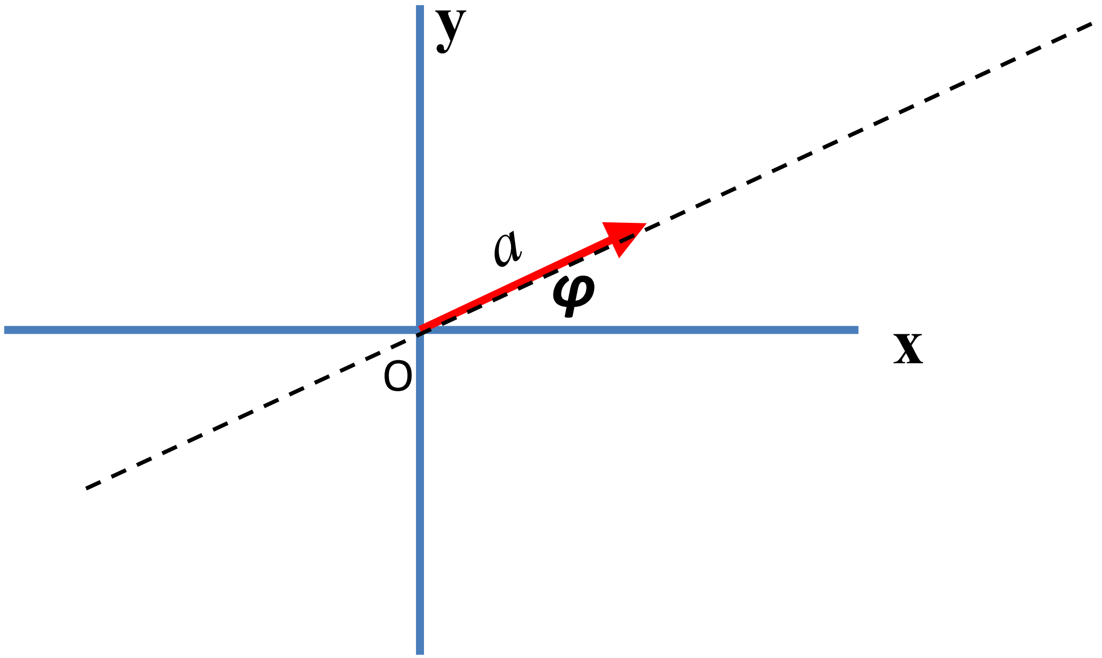
Immaginiamo quindi di svoltare di 30 gradi a sinistra e di spostarci lungo questa nuova direzione di altri 5 km. Siamo in contatto radio coi nostri corrispondenti fermi al punto «0». Per farci raggiungere dobbiamo necessariamente descrivere il percorso che abbiamo fatto, o possiamo piuttosto indicare un percorso diretto ?

Ok, graficamente è semplice ma come ricavare la lunghezza (modulo) e l'angolo del vettore risultante ? (che sono poi le grandezze da comunicare ai nostri corrispondenti!)

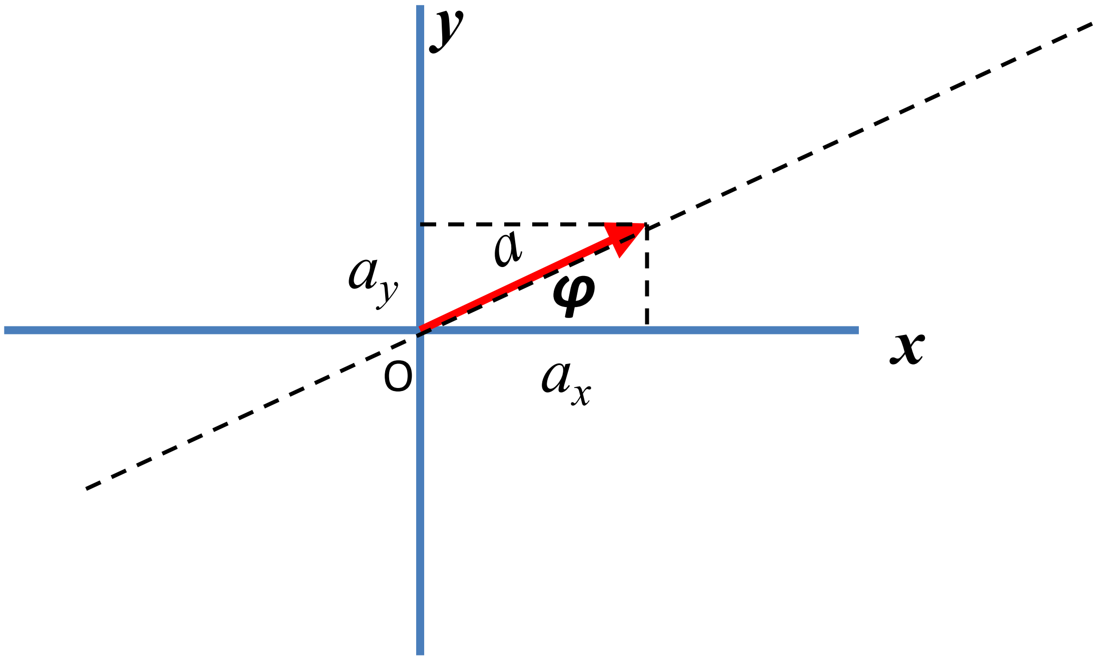


Componenti dei vettori

Possiamo individuare un vettore indicandone il modulo (la lunghezza), la direzione e il verso:



Possiamo individuare un vettore indicandone il modulo (la lunghezza), la direzione e il verso:



Le componenti lungo l'asse $\boldsymbol{x}$ e l'asse $\boldsymbol{y}$ saranno rispettivamente:

$$a_x = a \cos(\boldsymbol{\varphi})$$

$$a_y = a \sin(\boldsymbol{\varphi})$$

Quindi, conoscendo a e $\boldsymbol{\varphi}$ possiamo determinare a_x e a_y

$a_x = a \cos(\boldsymbol{\varphi})$

$a_y = a \sin(\boldsymbol{\varphi})$

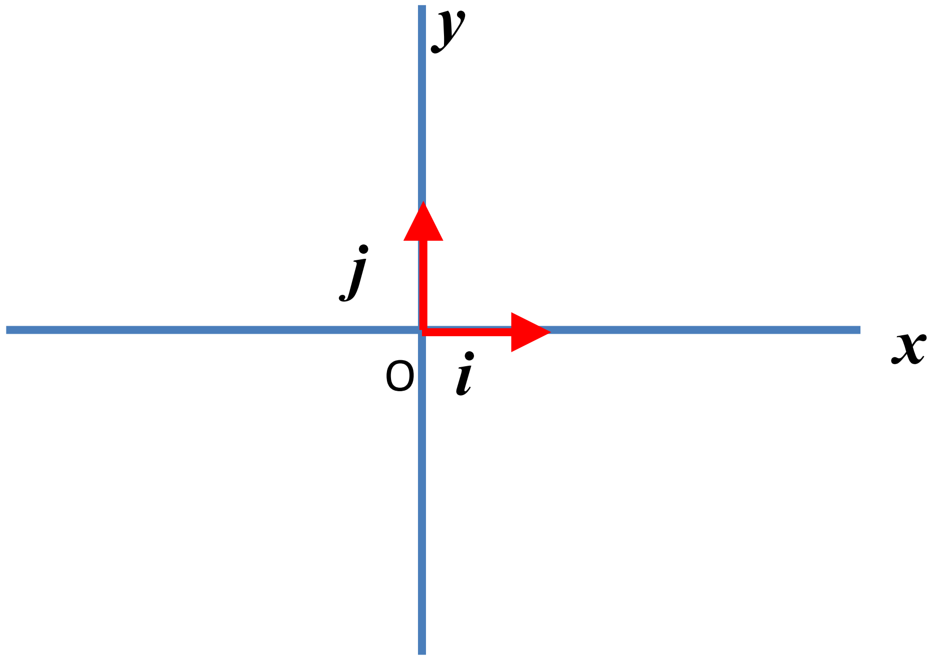
Viceversa, conoscendo a_x e a_y possiamo determinare a e $\boldsymbol{\varphi}$

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}}$$

$$\tan \boldsymbol{\varphi} = a_y / a_x$$

Vettori unitari (versori)

I versori sono vettori unitari (modulo = 1) che hanno direzione e verso di ciascuno degli assi cartesiani e vengono indicati con i simboli $\boldsymbol{i}$ e $\boldsymbol{j}$ rispettivamente:



Adottando questo formalismo, possiamo scrivere il vettore $\boldsymbol{a}$ come:

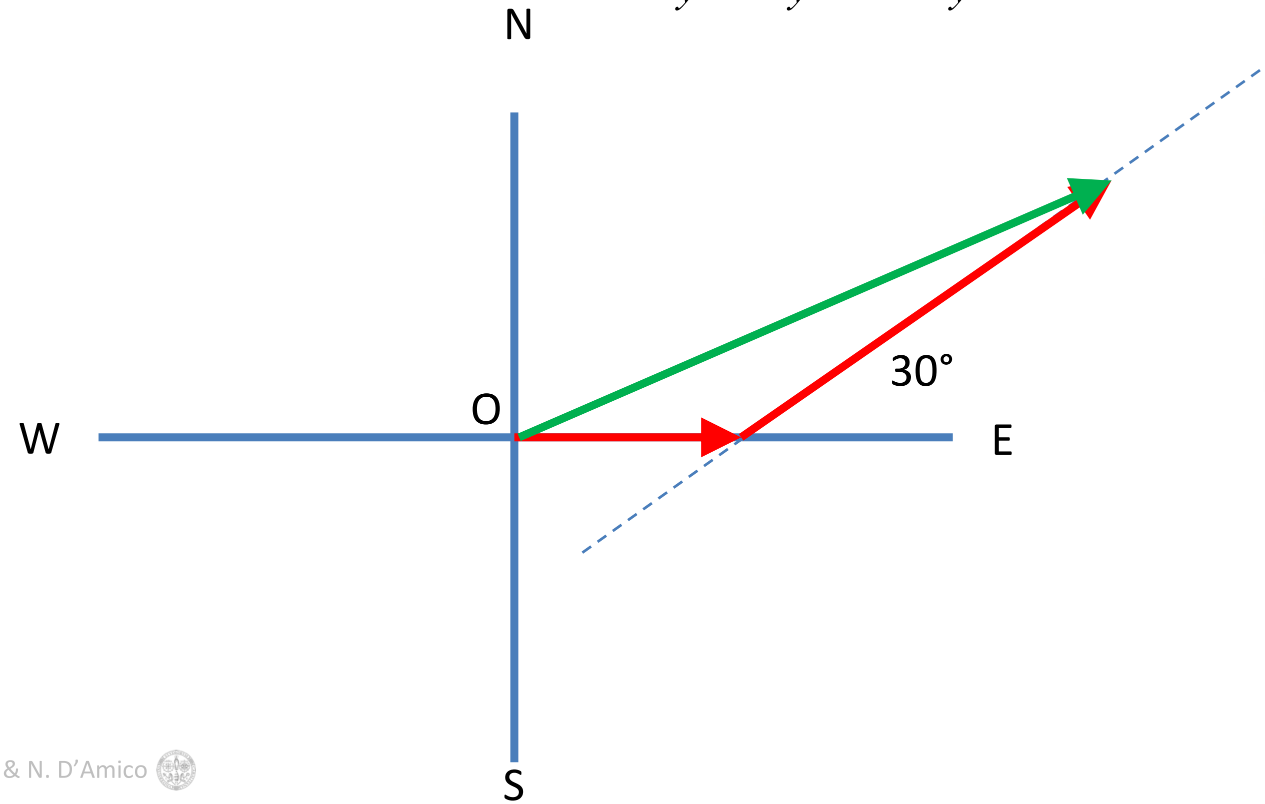
$$\boldsymbol{a} = a_x\,\boldsymbol{i} + a_y\,\boldsymbol{j}$$

E torniamo adesso al quesito da cui eravamo partiti: la somma vettoriale

Vogliamo definire il vettore $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$

E' intuitivo rendersi conto che, posto $\boldsymbol{s} = s_x \boldsymbol{i} + s_y \boldsymbol{j}$

Risulta:
$$s_x = a_x + b_x$$
$$s_y = a_y + b_y$$



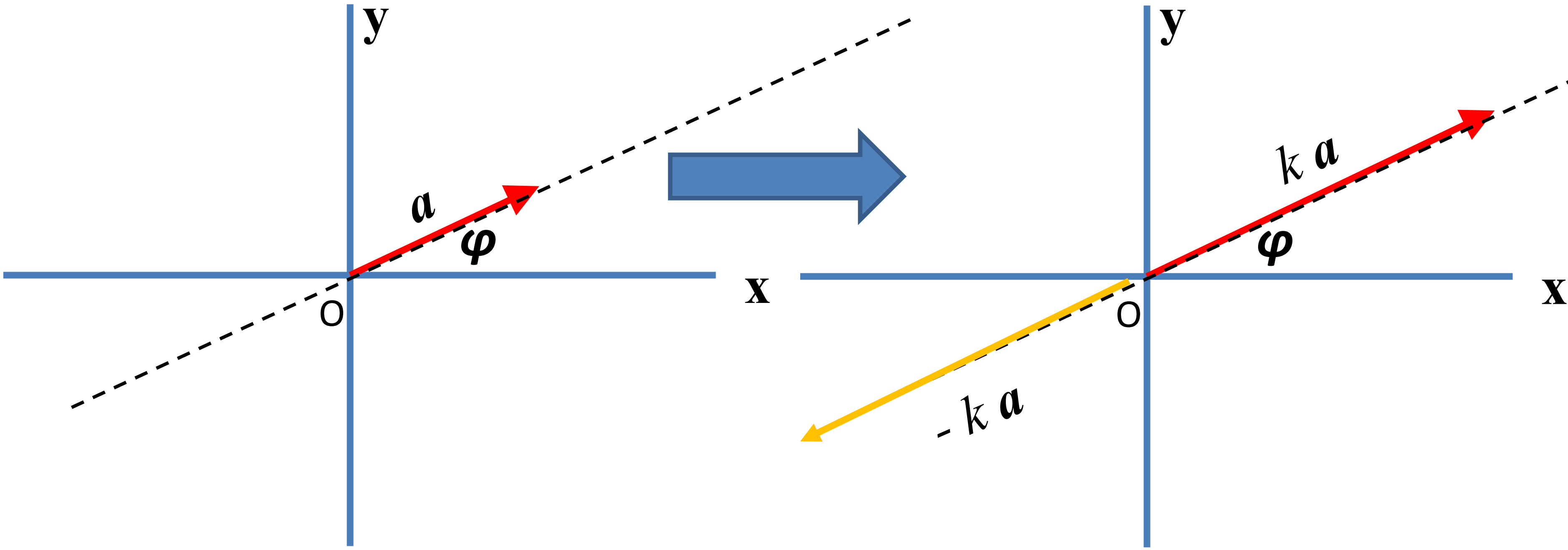
1 km

Ecco i dati da comunicare ai nostri corrispondenti fermi al punto «0»

$$s = \sqrt{s_x^{\,2} + s_y^{\,2}}$$

$$\tan \boldsymbol{\varphi} = s_y / s_x$$

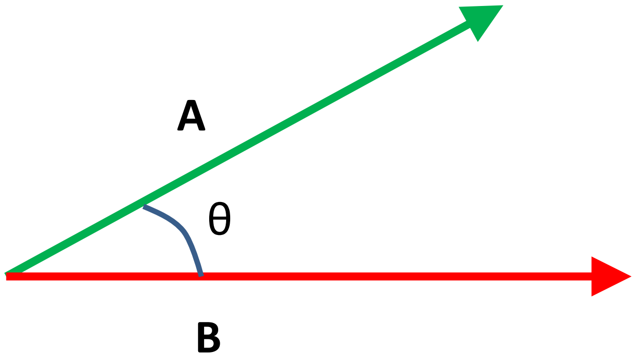
Moltiplicazione di un vettore per uno scalare



Moltiplicare un vettore per uno scalare, significa semplicemente variarne il modulo

Prodotto scalare di due vettori

Dati due vettori **A** e **B**:



Definito θ l'angolo fra i due vettori, si definisce prodotto scalare di **A** e **B**

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = A \times B \cos(\theta)$$

Cioè il prodotto del modulo di **A** per il modulo di **B** per il coseno dell'angolo.

Prodotto vettoriale di due vettori

Lo vedremo più avanti quando ne troveremo un'applicazione in Fisica

Cinematica

(descrizione quantitativa del moto dei corpi)

Cinematica
(descrizione quantitativa del moto dei corpi)

Adesso riprenderemo una serie di concetti e di grandezze fisiche di cui abbiamo già parlato e di cui abbiamo già fatto uso sia pure empiricamente e ne daremo la definizione formale e operativa. In particolare:

Posizione

Spostamento

Velocità

Accelerazione

Lo faremo prima per il caso **unidimensionale** e poi per i moti in **due o tre dimensioni**

L'oggetto di cui studieremo il moto sarà un «**punto materiale**», cioè uno oggetto privo di estensioni e quindi privo di fenomeni vibrazionali o rotazionali

Moto in una dimensione

Posizione

Spostamento

Velocità

Accelerazione

Posizione

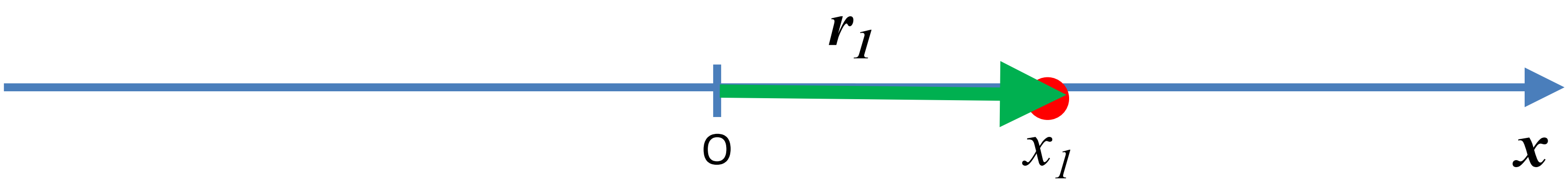
La **posizione** di un punto materiale in una dimensione

è la sua coordinata sull'asse di riferimento

Quindi: di quante informazioni abbiamo bisogno per definire la posizione di un punto materiale ? Una sola: x_1

Quindi la **posizione**
in un «*universo unidimensionale*»
è in linea di principio semplicemente uno **scalare**

Non c'è dubbio però che la posizione di un punto materiale può anche essere definita come un **vettore**



Nel caso in questione il vettore $\boldsymbol{r_1}$ ha modulo x_1 ed è orientato secondo il versore $\boldsymbol{i}$

$$\boxed{\boldsymbol{r_1} = x_1\, \boldsymbol{i}}$$

Questa è la definizione che spesso adotteremo, sia perché la formulazione è più elegante, sia perché la cosa ci tornerà utile quando passeremo dalla trattazione del caso unidimensionale al caso a due o tre dimensioni

Spostamento

Supponiamo che il nostro punto materiale si sposti

dal punto x_1 al punto x_2

Di quante informazioni abbiamo bisogno per definire lo spostamento del punto materiale ?

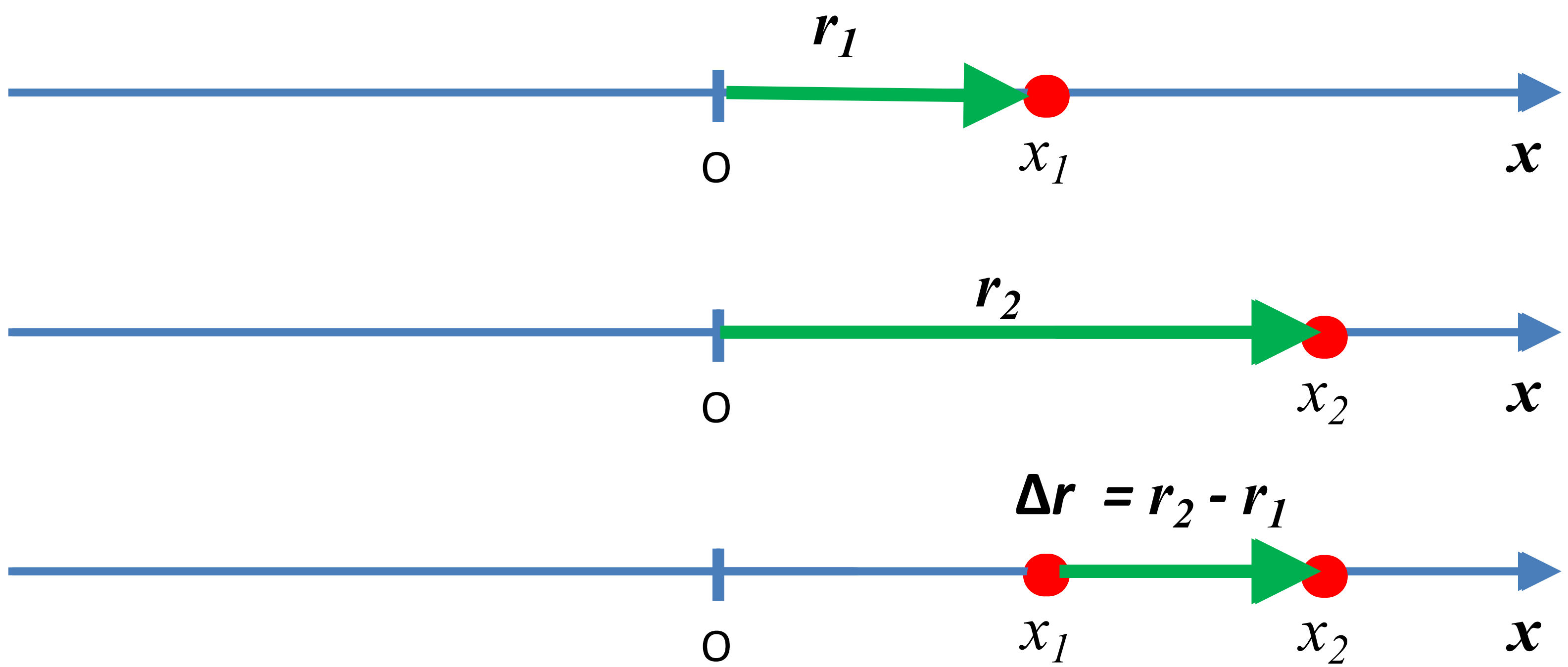
Posizione originaria
Entità dello spostamento
Direzione e verso

Quindi lo spostamento è comunque un **vettore,**

anche nel caso di un universo unidimensionale

Nel formalismo che abbiamo adottato per la definizione della **posizione**, e cioè un formalismo **vettoriale**, lo **spostamento** altro non è che la variazione $\boldsymbol{\Delta r}$ del vettore posizione $\boldsymbol{r}$

$$\boldsymbol{\Delta r} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}$$

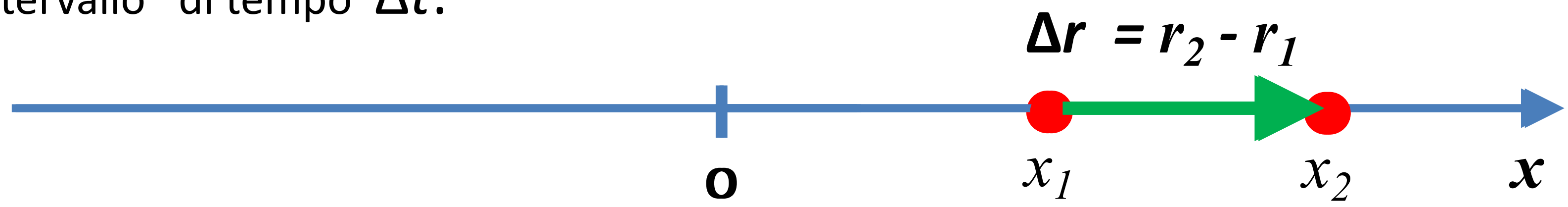


Velocità

La velocità di un punto materiale è la rapidità con cui la sua posizione cambia nel tempo

Quindi: se il nostro punto materiale effettua il suo spostamento da x_1 a x_2 in un

Intervallo di tempo Δt:



Tempo impiegato

Δt

definiremo la **velocità media** come:

$$\overline{\mathbf{v}} = \Delta \boldsymbol{r} \,/\, \Delta t \qquad \mathrm{m / s}$$

La velocità così definita è detta velocità **media** in quanto la misura dello spostamento $\Delta \boldsymbol{r}$ e del tempo trascorso Δt non ci danno informazioni sull'effettivo moto effettuato dal punto materiale fra i punti x_1 e x_2 ed è un **vettore**, in quanto risulta dal rapporto fra un **vettore** (lo spostamento) ed uno **scalare** (il tempo).

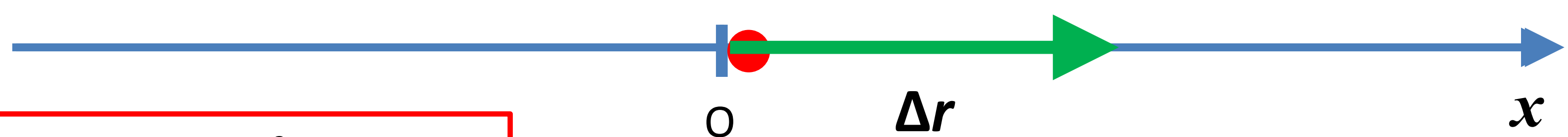
Velocità istantanea

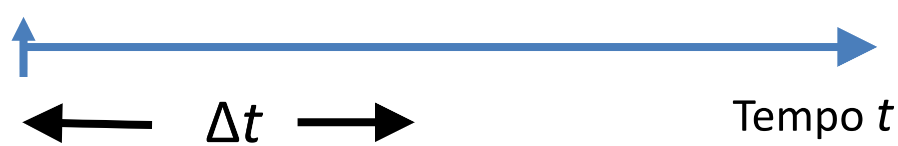
La definizione di velocità **media** può essere utile, ma non ci aiuta a descrive i **dettagli del movimento** del nostro punto materiale.

Si noti per esempio che se durante l'intervallo di tempo Δt il punto materiale in questione torna al punto di partenza, la sua velocità media durante quell'intervallo di tempo risulta pari a zero.

Siamo quindi certamente interessati alla definizione di **velocità istantanea**

così da potere ottenere informazioni per esempio su un moto del genere:

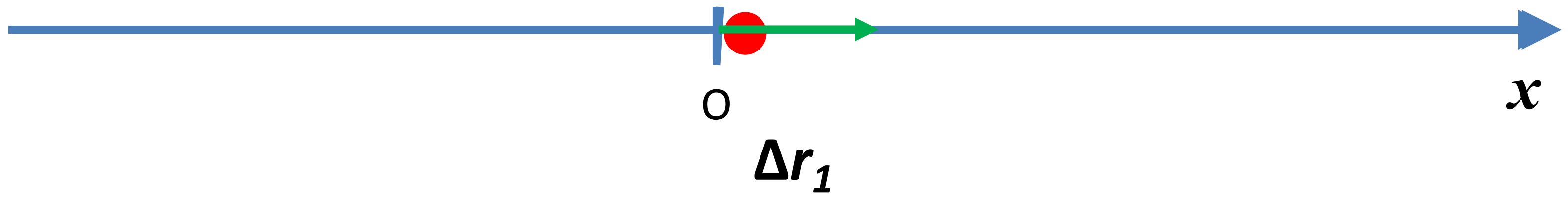


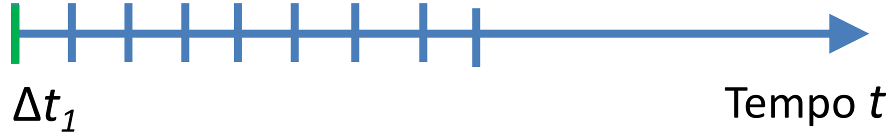


Come ottenere informazioni più dettagliate del semplice rapporto:

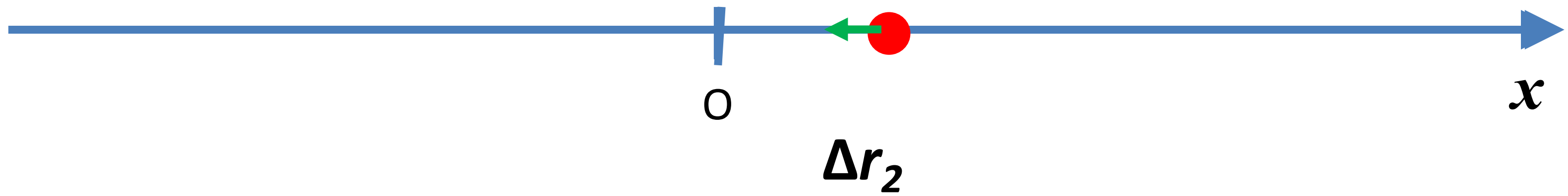
$$\overline{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\Delta r} \,/\, \Delta t$$

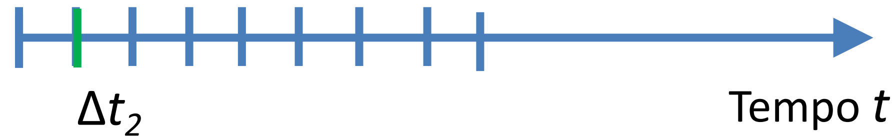
?



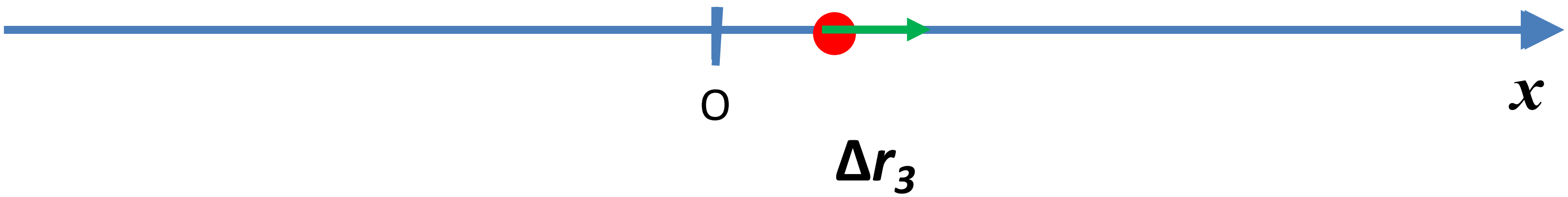


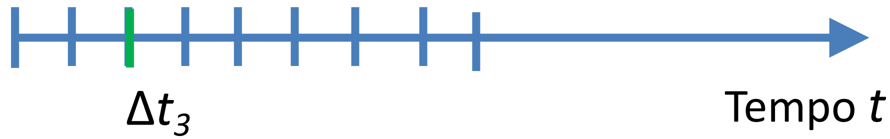
$$\boxed{\overline{\mathbf{v}}_1 = \boldsymbol{\Delta r_1} / \Delta t_1}$$



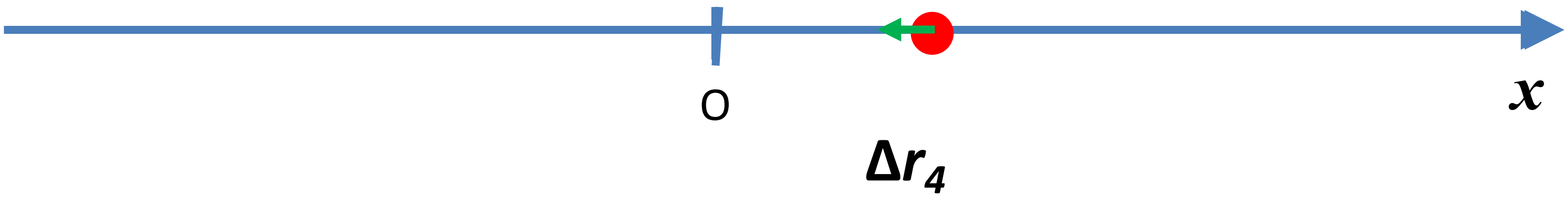


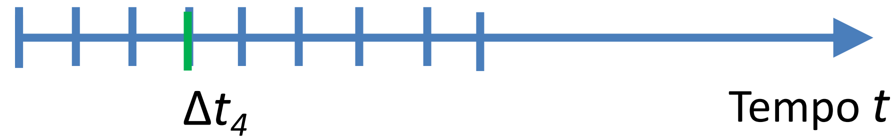
$$\boxed{\overline{\mathbf{v}}_2 = \boldsymbol{\Delta r_2} \,/\, \Delta t_2}$$



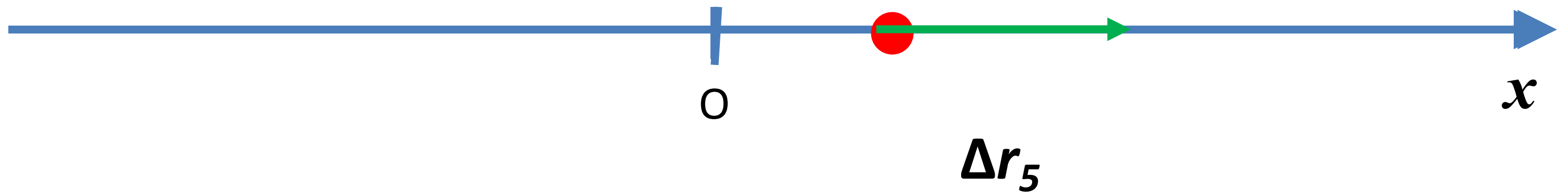


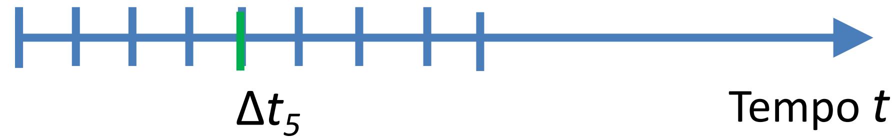
$$\boxed{\bar{\mathbf{v}}_3 = \boldsymbol{\Delta r_3} / \Delta t_3}$$



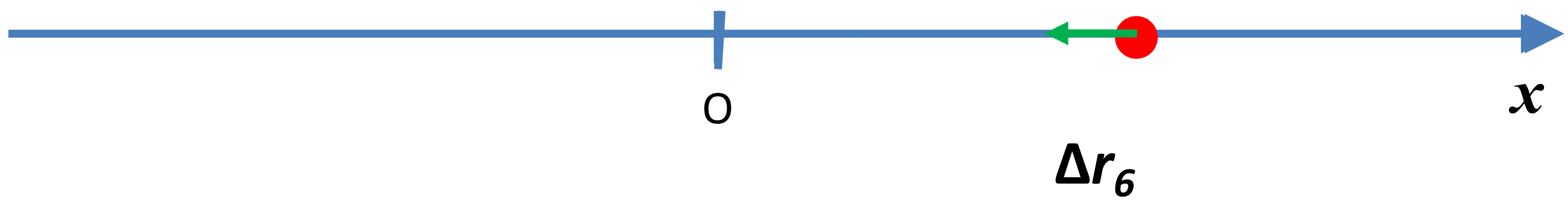


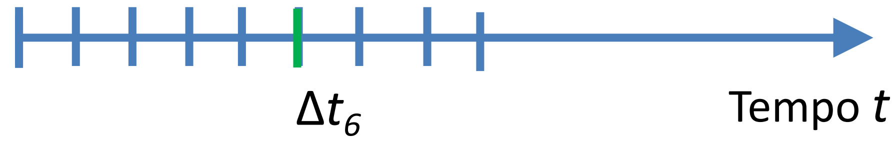
$$\boxed{\bar{\mathbf{v}}_4 = \boldsymbol{\Delta r_4} / \Delta t_4}$$



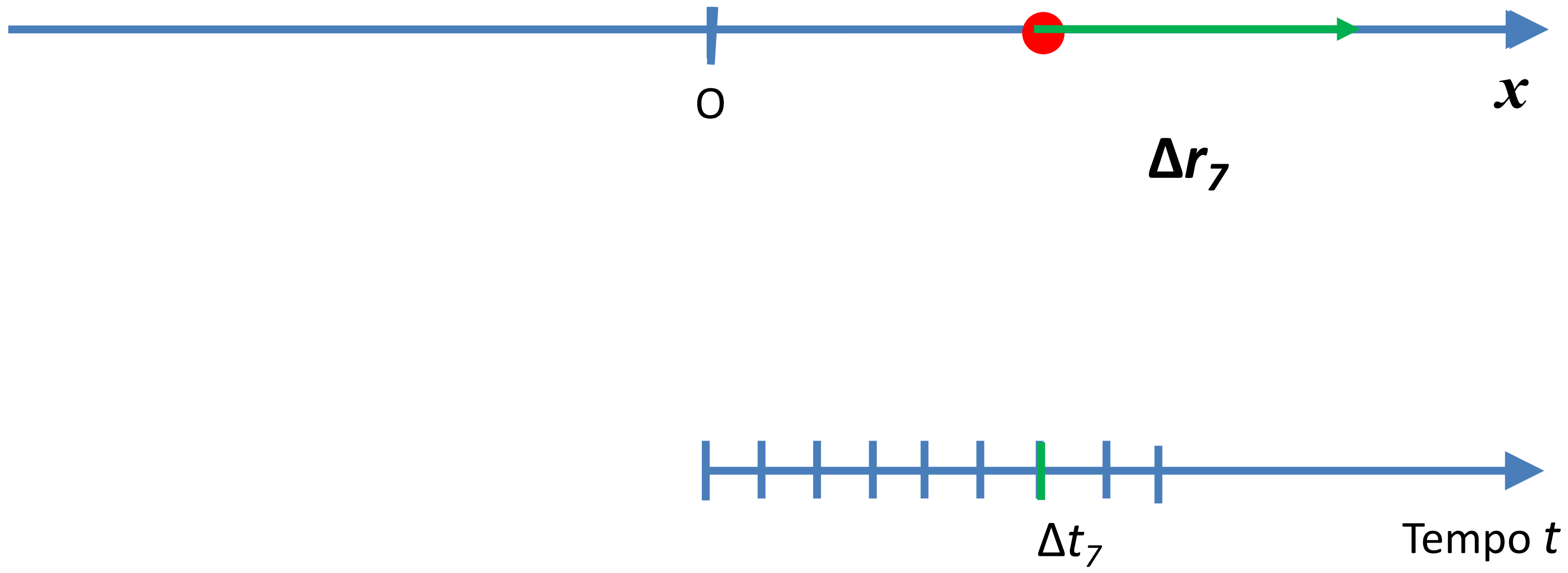


$$\boxed{\bar{\mathrm{v}}_5 = \Delta \boldsymbol{r}_5 \,/\, \Delta t_5}$$

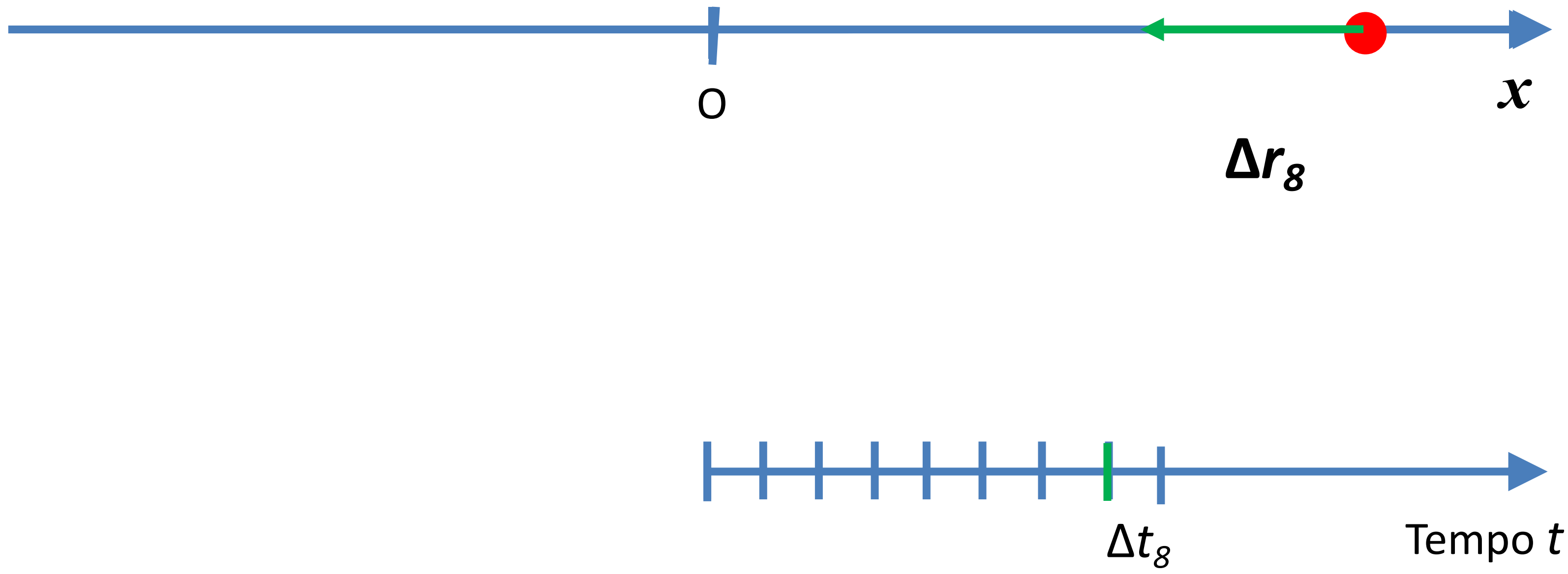




$$\boxed{\overline{\mathbf{v}}_6 = \boldsymbol{\Delta r_6} / \Delta t_6}$$

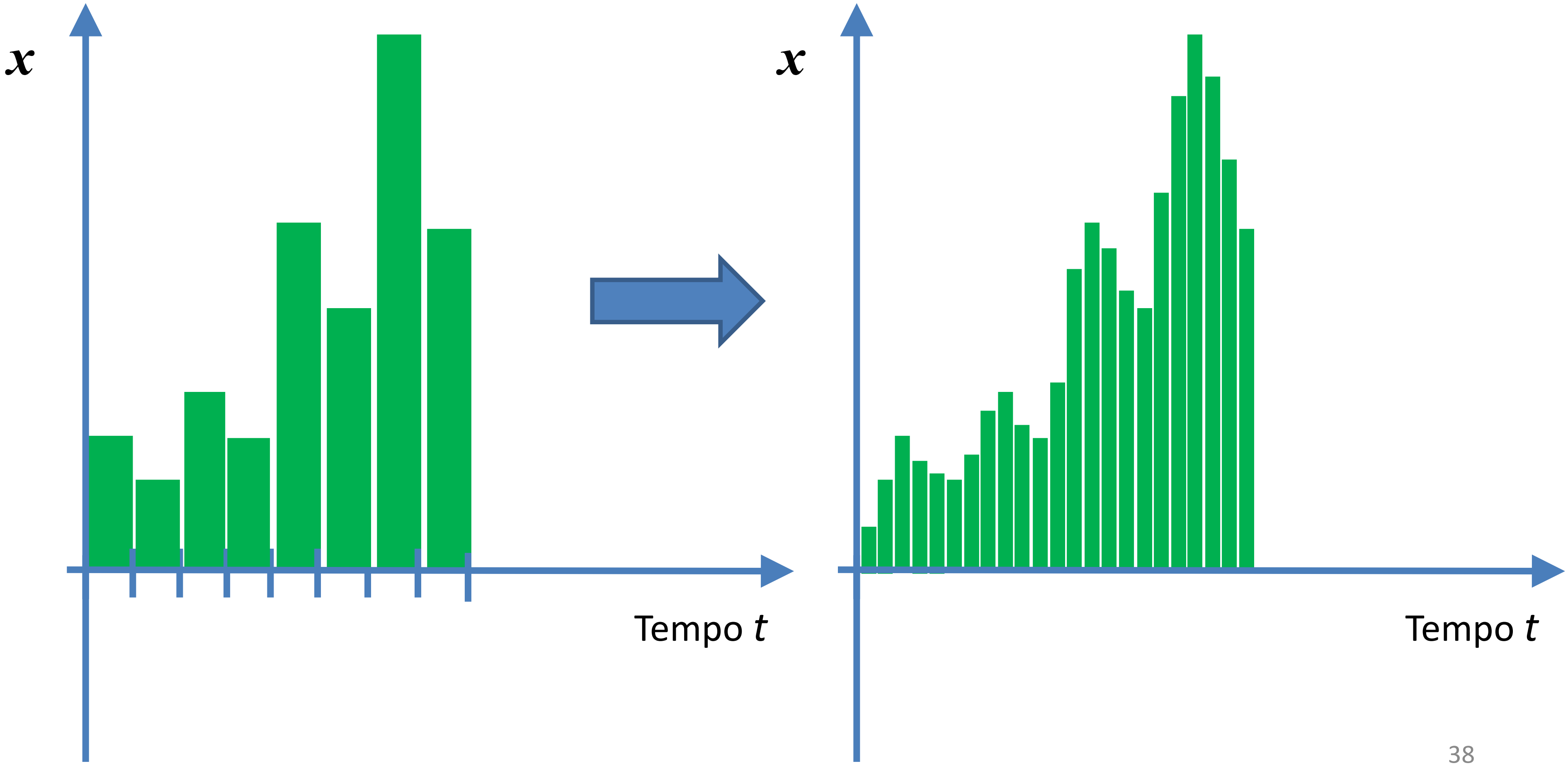


$$\boxed{\bar{\mathbf{v}}_7 = \boldsymbol{\Delta r_7} / \Delta t_7}$$



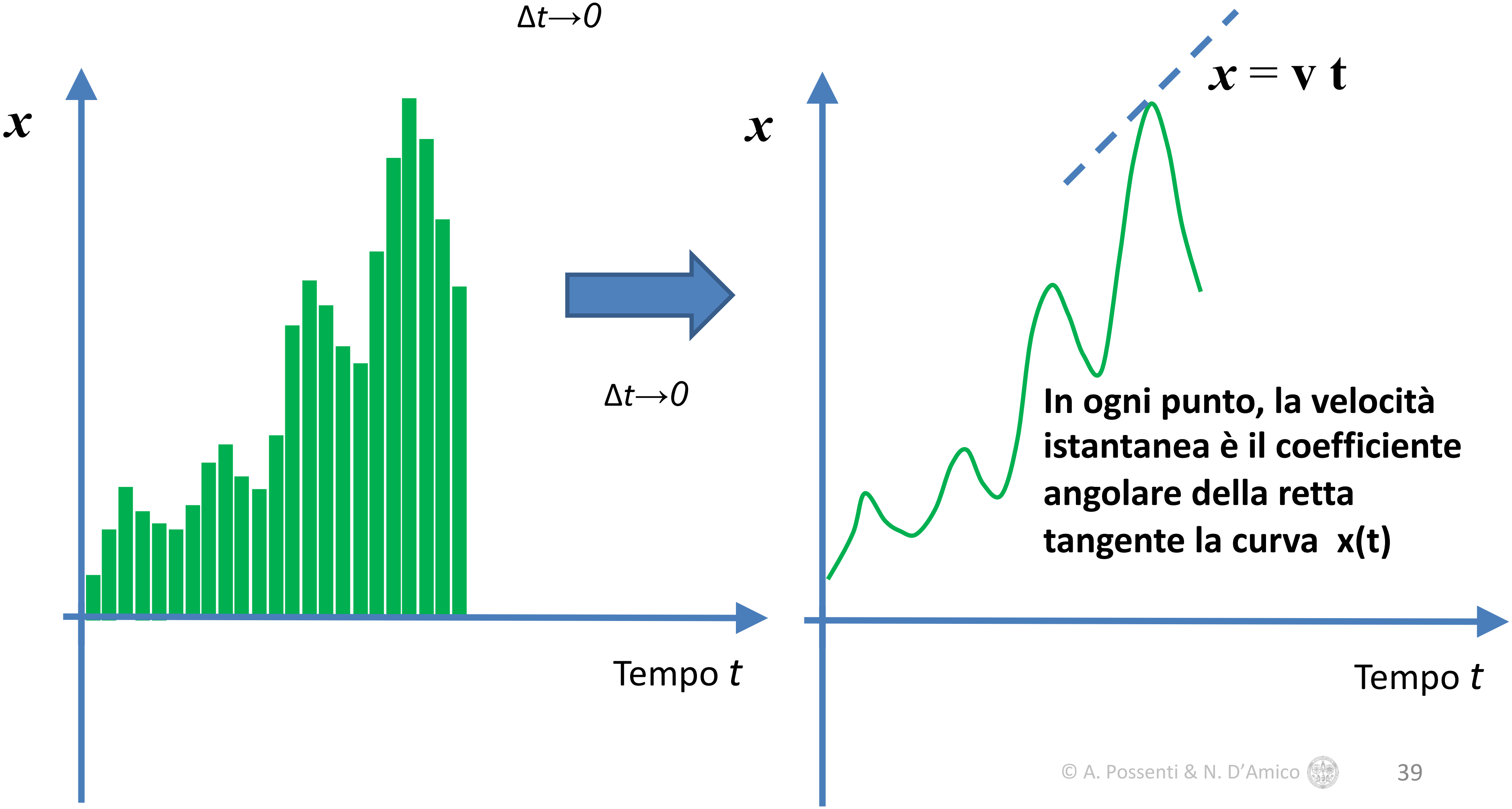
$$\boxed{\overline{\mathbf{v}}_8 = \boldsymbol{\Delta r_8} \,/\, \Delta t_8}$$

Possiamo rifare questo esperimento, adottando intervalli consecutivi di tempo $\boldsymbol{\Delta t_i}$ sempre più piccoli, ottenendo così informazioni sempre più dettagliate sulla **velocità media** $\mathbf{v}_i$ durante ogni istante di tempo.



Ad un dato istante t si definisce **velocità istantanea V** il valor limite a cui tende il rapporto $\boldsymbol{\Delta r} / \Delta t$ quando Δt tende a zero:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\boldsymbol{\Delta r} / \Delta t \right) \quad \mathbf{m\,/\,s}$$



In ogni punto, la velocità istantanea è il coefficiente angolare della retta tangente la curva x(t)

Il limite:

$$\mathbf{v} = \lim\,(\boldsymbol{\Delta r}/\Delta t)$$

è la definizione matematica di derivata:

$$\mathbf{v} = \mathbf{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$$

che nel caso unidimensionale in questione si riduce a:

$$v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{dt}$$

mentre in generale la derivata di un vettore in uno spazio tridimensionale (x,y,z) sarà data dalla somma delle derivate delle sue componenti:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i} + \mathrm{y}\boldsymbol{j} + \mathrm{z}\boldsymbol{k}) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$\boxed{\mathbf{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}}$$

Accelerazione

Come abbiamo visto, in generale la velocità istantanea di un punto materiale in movimento può cambiare nel tempo, e questo porta alla definizione di un'altra grandezza fisica: l'**accelerazione**. Così come la velocità esprime la rapidità con cui il punto materiale cambia la sua posizione, l'accelerazione esprime la rapidità con cui il punto materiale cambia la sua velocità.

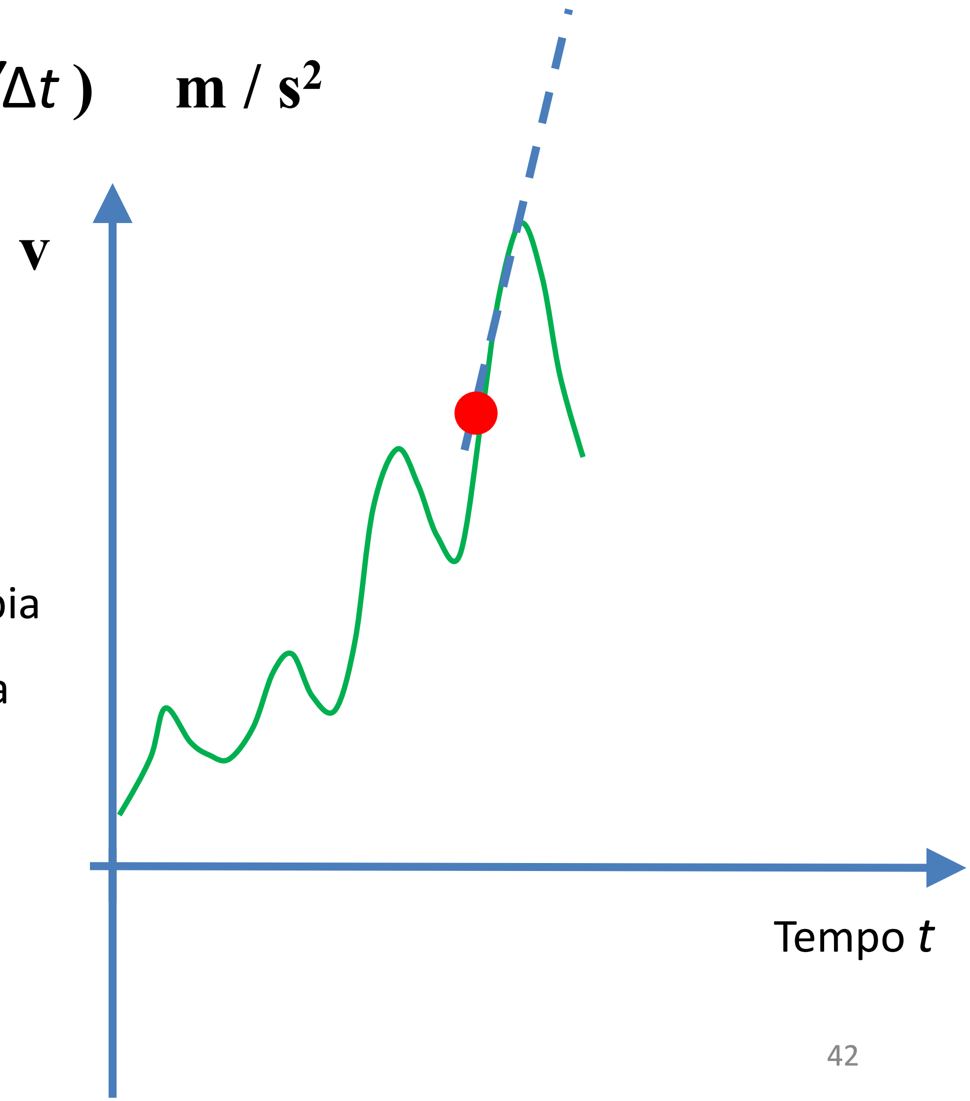
Se un punto materiale ad un dato istante t_1 si muove con velocità $\mathbf{v_1}$ e ad un altro dato istante t_2 si muove con velocità $\mathbf{v_2}$ l'**accelerazione media** $\overline{\mathbf{a}}$ è data dal rapporto:

$$\overline{\mathbf{a}} = (\mathbf{v_2} - \mathbf{v_1}) / (t_2 - t_1) = \Delta \mathbf{v} \,/\, \Delta t \qquad \mathbf{m / s^2}$$

Osservando di nuovo il fenomeno con maggiore risoluzione temporale, misurando cioè l'accelerazione in intervalli di tempo Δt sempre più piccoli, perveniamo alla definizione di accelerazione istantanea:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\Delta \mathbf{v} / \Delta t \right) \qquad \mathbf{m} / \mathbf{s}^2$$

In sostanza, l'accelerazione istantanea tiene conto della rapidità con cui cambia nel tempo il coefficiente angolare della tangente alla curva v(t).



Anche in questo caso il limite:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} (\mathbf{\Delta v}/\Delta t)$$

è la definizione matematica di derivata:

$$\mathbf{a} = \mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$$

che nel caso unidimensionale in questione si riduce a:

$$a_x = \mathrm{dv}_x/\mathrm{dt}$$

Anche in questo caso, in generale la derivata di un vettore in uno spazio

tridimensionale (x,y,z) sarà data dalla somma delle derivate delle sue componenti:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{v}_x\boldsymbol{i} + \mathrm{v}_y\boldsymbol{j} + \mathrm{v}_z\boldsymbol{k}) = \frac{\mathrm{dv}_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{dv}_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{dv}_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$\boxed{\mathbf{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}}$$