

Nome e Cognome Matricola:

--	--	--	--	--

Prova Scritta di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici
07 febbraio 2020

Numerare e scrivere il nome in tutti i fogli che si consegnano.
Risultati senza svolgimento non verranno presi in considerazione.

1. Assegnata la matrice

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 7 & -1 & 2\sqrt{2}i \\ -1 & 7 & -2\sqrt{2}i \\ 2\sqrt{2}i & -2\sqrt{2}i & 8 \end{bmatrix}$$

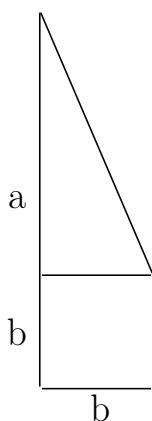
- a) indicarne spettro e il raggio spettrale sapendo che $\lambda_1 = 2$;
- b) calcolare il suo determinante;

2. Data l'equazione non lineare

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = 0$$

- a) indicare l'intervallo $[k, k + 1]$ in cui è contenuta la radice;
- b) indicare l'approssimazione che si ottiene eseguendo due passi dell'algoritmo di Newton partendo dall'estremo destro dell'intervallo determinato al punto a);
- c) indicare l'approssimazione che si ottiene eseguendo due passi utilizzando il metodo delle corde partendo dall'estremo destro dell'intervallo determinato al punto a) e utilizzando il valore $m = f'(k + 1)$;
- d) qual è l'ordine di convergenza del metodo di Newton?

3. Data la seguente figura



calcolarne l'area, essendo

$$a = 213.712 \cdot 10^{-2} \quad \text{e} \quad b = 0.000624331 \cdot 10^4,$$

nel sistema in virgola mobile $\mathbb{F}(\beta, t, -L, U)$ con $\beta = 10$, $t = 3$, $L = U = 9$
Calcolare l'errore relativo.

4. Assegnata la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 12 & 8 & 30 \\ 1 & \frac{5}{2} & \frac{59}{6} & \frac{37}{3} \\ -2 & -4 & \frac{5}{3} & \frac{26}{3} \end{bmatrix}$$

- a) determinare le matrici P , L e U che la fattorizzano tramite l'algoritmo di Gauss con pivoting;
- b) tramite le matrici determinate al punto a), calcolare la quarta colonna dell'inversa di A e il suo determinante.

5. Assegnata la matrice dipendente dal parametro reale β

$$B = \begin{bmatrix} 1/\beta & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -1/\beta & 5 & 4 \\ 0 & 0 & -1/2 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

- a) determinare i valori di β che rendono il metodo di Gauss-Seidel convergente;
- b) assegnato il valore $\beta = -2$:
 - b1) indicare l'approssimazione della soluzione che si ottiene facendo due iterate del metodo di Jacobi partendo dal vettore $\mathbf{x}^{(0)} = [1, -1, 1, -1]^T$ e utilizzando $\mathbf{b} = [7/4, -1/4, -3/4, 1/8]^T$;
 - b2) risolto il sistema utilizzando il metodo diretto computazionalmente più conveniente, calcolare l'errore relativo, rispetto alla norma infinito, che si commette utilizzando il metodo iterativo di Jacobi e motivare la scelta fatta.