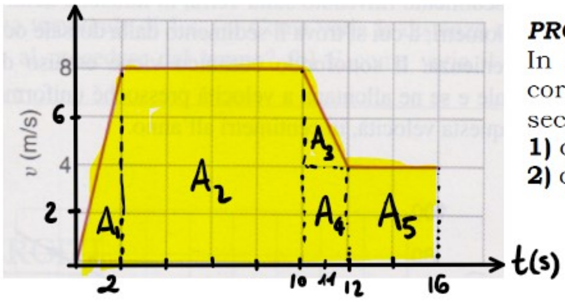
Svolgimento a cura di: **Vasco Calzia**
(vasco.calzia@gmail.com)



PROBLEMA A :
In figura è riportata la velocità in funzione del tempo di un corridore. I quadretti di riferimento hanno lato uguale a 2,00 secondi sull'asse x e di 2,00 m/s sull'asse y. Calcolare:
1) quanto vale la strada S percorsa dopo t = 16,0 s
2) quanto vale l'accelerazione del corridore al tempo t = 11,0 s

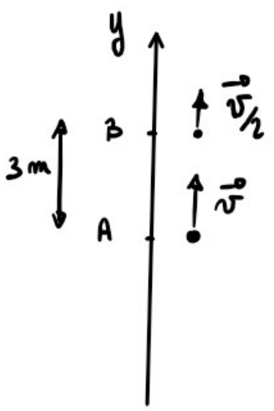
1) $s(16\,s) = A_{TOT} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$

$$= 8 + 64 + 4 + 8 + 16 = 100\ m$$

2) Per $t \in [10;12]\ s \qquad a = cost$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12} - v_{10}}{12 - 10} = \frac{4{,}00 - 8{,}00}{2} = -2{,}00\ \frac{m}{s^2}$$

PROBLEMA B :
Si getta un sasso verticalmente in aria, in assenza di attrito. Durante l'ascesa il sasso passa attraverso il punto A con velocità v e poi passa attraverso il punto B, situato d = 3,00 m più in alto del punto A, con una velocità $v/2$. Sapendo che l'accelerazione di gravità g = 9,81 m/s², stimare:
3) la velocità v
4) la distanza percorsa fra il punto B e l'apice del moto



$v_A = v \qquad v_B = \frac{v}{2} \qquad (v_A = 2 v_B)$

$$\begin{cases} y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_y = v_0 - g t \end{cases}$$

A: punto iniziale   B: punto finale

3)

$$\begin{cases} y_B = y_A + v t - \frac{1}{2} g t^2 \\ \frac{v}{2} = v - g t \to g t = \frac{v}{2} \to t = \frac{v}{2g} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_B = y_A + v\,t - \frac{1}{2} g t^2 \\ \frac{v}{2} = v - gt \rightarrow gt = \frac{v}{2} \rightarrow t = \frac{v}{2g} \end{cases}$$

$$\rightarrow \underbrace{y_B - y_A}_{3,00} = v \frac{v}{2g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v^2}{4g^{\cancel{2}}}$$

$$3 = \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{8g} \rightarrow \overset{1}{\cancel{3}} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{8} \frac{v^2}{g}$$

$$v = \sqrt{8g} = 8{,}86\ \frac{m}{s}$$

4) $v_B = \frac{v}{2} = 4{,}43\ \frac{m}{s}$ C: punto di arresto

$v_C = 0$

$E_C = E_B$

$\underset{0}{\underset{\shortparallel}{K_C}} + U_C = K_B + U_B$

$\Delta U = \frac{1}{2} m v_B^2$

$\cancel{m} g \Delta h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2$

$\Delta h = \frac{v_B^2}{2g} = 1{,}00\ m$

PROBLEMA C :

Un modulo di atterraggio sta avvicinandosi alla superficie di Callisto, un satellite di Giove privo di atmosfera. Il modulo scende con velocità costante qualora il razzo di frenata produca una spinta verso l'alto di intensità F_{sp1} = 3260 N. Se invece la spinta è pari a F_{sp2} = 2200 N, il modulo subisce una accelerazione verso la superficie di Callisto pari ad a_2 = 0,3900 m/s^2 . Calcolare:

5) il peso p_{modulo} del modulo di atterraggio quando è vicino alla superficie di Callisto

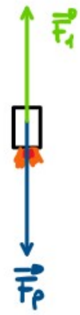
6) la massa m_{modulo} del modulo di atterraggio

7) l'accelerazione di gravità g_{Call} alla superficie di Callisto

5) $v = \text{cost} \qquad F_1 = 3260\,N$

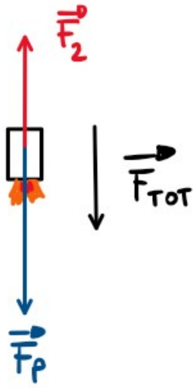
$\downarrow$

$F_{TOT} = 0 \rightarrow F_p = F_1 = 3260\,N$



6) $F_2 = 2200\,N$

$a_2 = 0{,}3900\,\frac{m}{s^2}$



$F_{TOT} = ma$

$$\frac{F_p - F_2}{a_2} = \frac{m a_2}{a_2}$$

$$m = \frac{F_p - F_2}{a_2} = 2718\ \text{Kg}$$

7) $F_p = m g_c \rightarrow g_c = \frac{F_p}{m} = 1{,}199\ \frac{m}{s^2}$

PROBLEMA D :

Nell'intervallo di tempo $[\,0\,,\,t\,]$ un volano ruota con equazione angolare oraria

$$\phi(t) = a\,t + b\,t^3 - c\,t^4$$

laddove a = 3,0 rad/s , b = 2,0 rad/s^3 e c = 1,0 rad/s^4 sono costanti. Calcolare:

8) quanto vale la velocità angolare ω al tempo t_1 = 2 s

9) quanto vale l'accelerazione angolare α al tempo t_2 = 3 s

8) $\omega = \frac{d\phi}{dt} = a + 3bt^2 - 4ct^3 \qquad \omega(2) = -5{,}0\ \frac{rad}{s}$

9) $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 6bt - 12ct^2 \qquad \alpha(3) = -72\ \frac{rad}{s^2}$

PROBLEMA E :

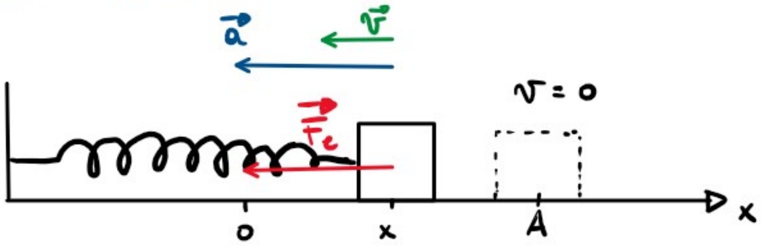
Un oscillatore monodimensionale è costituito da un corpo attaccato all'estremo libero di una molla di costante k = 456 N/m. A un certo momento t_0 il corpo possiede accelerazione a = -123 m/s^2 , velocità v = -13,6 m/s ed è posizionato nel punto x = 0,112 m. Si determinino:

10) la frequenza f delle oscillazioni

PROBLEMA E :

Un oscillatore monodimensionale è costituito da un corpo attaccato all'estremo libero di una molla di costante k = 456 N/m. A un certo momento t_0 il corpo possiede accelerazione a = -123 m/s^2 , velocità v = -13,6 m/s ed è posizionato nel punto x = 0,112 m. Si determinino:

10) la frequenza f delle oscillazioni
11) l'ampiezza A delle oscillazioni
12) la massa m del corpo



$$F_e = k\,x$$

12) $$F_{TOT} = F_e \longrightarrow \frac{m|a|}{|a|} = \frac{k\,x}{|a|}$$

$$m = \frac{k\,x}{|a|} = 0{,}415 \text{ kg}$$

10) $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 5{,}28 \text{ Hz}$$

11) t_0 : istante in cui sono forniti i dati

t_1 : " " " il blocco si trova in $x = A$

$$E_1 = E_0$$

$$\underset{\substack{\parallel \\ 0}}{K_1} + U_1 = K_0 + U_0$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} k\,x_1^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m\,v_0^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} k\,x_0^2$$

$$\frac{\cancel{k} A^2}{\cancel{k}} = \frac{m v^2}{k} + \frac{\cancel{k} x^2}{\cancel{k}}$$

$$A = \sqrt{\frac{m v^2}{k} + x^2} = 0{,}425 \text{ m}$$

PROBLEMA F :
Un gas perfetto alla temperatura T_1 = 12,0 °C e alla pressione P_1 = 108 kPa occupa un volume V_1 = 2,47 m³. Successivamente si eleva la temperatura fino a T_2 = 31,0 °C e la pressione raggiunge il valore P_2 = 316 kPa. Ricordando che la costante dei gas vale R = 8,31 J/(moli °K), stabilire:
13) da quante moli n è composto il gas
14) quale è il volume V_2 <u>in litri</u> occupato nello stato finale

$T_1 = 285\ K \qquad P_1 = 1{,}08 \cdot 10^5\ Pa \qquad V_1 = 2{,}47\ m^3$

$T_2 = 304\ K \qquad P_2 = 3{,}16 \cdot 10^5\ Pa$

13) $P_1 V_1 = n R T_1 \rightarrow n = \dfrac{P_1 V_1}{R T_1} = 113\ mol$

14) $P_2 V_2 = n R T_2 \rightarrow V_2 = \dfrac{n R T_2}{P_2} = 0{,}903\ m^3$

$= 9{,}03 \cdot 10^2\ l$

DOMANDA G :
15) Scrivere la definizione più generale (cioè quella in forma d'integrale) di Momento di Inerzia per un corpo esteso e continuo, indicando il significato delle grandezze fisiche che debbono entrare nella relazione.

$I = \int_M r^2\, dm$

M : massa del corpo

dm : elemento infinitesimo di massa

r : distanza di dm dall'asse di rotazione