Jorge Vitória, email: jorge.vitoria@unica.it
Sergio Pavon, email: sergio.pavon@math.unipd.it
Università di Studi di Cagliari, 2019/2020
Corso di Laurea in Informatica

Esercizi per il Corso di MATEMATICA DISCRETA

Foglio 8
22 novembre 2019

1. Si usi il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan per determinare se i seguenti sistemi hanno soluzioni. In caso positivo, si determini l'insieme di soluzioni di ogni sistema.

   (a) $\begin{cases} -7x - 3y + 3z = 12 \\ 2x + 2y + 2z = 0 \\ -x - 4y + 3z = -9 \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} 2x - 4y + z = 3 \\ x - y + 7z = 2 \\ 5x - 11y - 4z = 7 \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ -x - 2y - 5z = 2 \\ 2x - y + 6z = 1 \end{cases}$

   (d) $\begin{cases} 3x - 2y + 3z = 7 \\ -4x + 2y - z = 2 \\ 7y - 3z + 4x = 4 \end{cases}$

   (e) $\begin{cases} 2x - 6y + 4z = 12 \\ 3y - 2z - x = -6 \\ y - \frac{1}{3}(x + 2z) = -2 \end{cases}$

2. Per ogni dei sistemi di equazioni dell'esercizio 1, si indichi il rango della matrice completa associata al sistema.

3. Sia B una base dello spazio, e si considerino le seguenti equazioni cartesiane di rette e piani nello spazio:

$$r\colon \begin{cases} -x - y + 2z = 3 \\ 2x + y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$s\colon \begin{cases} -2x + 3y - z = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$\eta\colon\ 2y - x + z = 0$$

$$\psi\colon\ 3x + y - 4z = 1$$

   Si determinino:

   (a) $r \cap s$

   (b) $\eta \cap r$

   (c) $\eta \cap s$

   (d) $\psi \cap r$

(e) $\psi \cap s$

(f) $\eta \cap \psi \cap s$

4. Sia B una base dello spazio e si considerino i seguenti punti

$$P \equiv (0,2,3) \quad Q \equiv (3,-2,-1) \quad R \equiv (4,5,2) \quad S \equiv (3,-2,4)$$

(a) Si determini l'equazione cartesiana del piano ψ che contiene i punti P, Q e S.

(b) Il punto R appartiene al piano ψ?

(c) Si determini l'equazione della retta r che contiene i punti Q e S.

(d) Si determini l'equazione della retta s che contiene i punti P e R.

(e) Si determini l'intersezione $r \cap s$.

(f) Si determini l'equazione generale dei piani che contengono la retta r.

(g) Si determini quale dei piani che contiene la retta r contiene anche il punto S.

5. Sia B una base dello spazio e si consideri la retta r definita da

$$r\colon \begin{cases} kx + y + 3z = 3 \\ -x + 5y - z = 1 \end{cases}$$

dove k è un numero reale.

(a) Si determini se esiste k tale che il punto di coordinate $(1,1,3)$ appartenga alla retta r. In caso positivo, si calcoli un tale k.

(b) Si determini se esiste k tale che la retta r sia contenuta nel piano $5x - 4y + 4z = 5$. In caso positivo, si calcoli un tale k.

(c) Si determini se esiste k tale che la retta r non interseca la retta s.

$$s\colon \begin{cases} -2x + 3y + z = 2 \\ -x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$$

In caso positivo, si calcoli un tale k.

(d) Per il valore di k ottenuto nella domanda (c), si determini se r e s sono parallele o sghombe.

Alcuni risultati del Foglio 6

3. Ammettono soluzione unica (a meno di congruenza) le equazioni modulari a), d); ammettono più di una soluzione (a meno di congruenza) le equazioni modulari c), e), g); le altre non ammettono soluzioni.

4. c) $= 43$, d) $= 4$, e) $= 4$, f) $= 9$, g) $= 5$