

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA

DOTTORATO IN FISICA

XXIX ciclo

Terzo set di esercizi

1. Dimostrare che è impossibile per un fotone trasferire tutta la sua energia e quantità di moto a un elettrone **libero** inizialmente a riposo
 2. Due eventi A e B hanno nel sistema S le coordinate spazio-temporali seguenti:
 $x_A=5 \text{ m}; y_A=z_A=0; t_A=10^{-8} \text{ s}$
 $x_B=10 \text{ m}; y_B=z_B=0; t_B=2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
Trovare a che velocità lungo X si muove il sistema di riferimento S' nel quale i due eventi sono simultanei.
 3. Dati 3 fili adiacenti a distanza d l'uno dall'altro, percorsi da correnti concordi, descrivere il moto del filo centrale, vincolato a muoversi lungo l'asse perpendicolare al piano dei tre fili, spostato dalla posizione di equilibrio di una quantità $x \ll d$ (raggio dei fili trascurabile).
 4. Elettroni vengono emessi ($v=0$) da un fotocatodo nel piano XZ ($y=0$) a potenziale V_1 e accelerati da una ΔV su una distanza d verso una seconda armatura parallela al piano XZ e posta a $y=d$. Tra le due armature c'è un campo magnetico perpendicolare diretto lungo Z. Si dimostri che per $\Delta V < 0.5 \cdot B^2 \cdot d^2 \cdot e/m$ nessun elettrone raggiunge la seconda armatura prima di invertire il suo moto.
 5. Una molla, costante di forza k e lunghezza l_0 , è attaccata al rotore di una centrifuga disposta su un piano orizzontale. Se all'altra estremità della molla mettiamo un oggetto di massa m e la centrifuga ruota con velocità angolare costante ω , di quanto si allunga la molla?
-

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

XXX ciclo

Prova I

Problema 1

Si consideri un cilindro di raggio R , lunghezza L , massa M e densità uniforme. Sia g l'accelerazione di gravità.

1. Si dimostri che il momento d'inerzia vale: $I = 0.5 M R^2$.

Partendo da fermo, il cilindro rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di lunghezza s che forma un angolo θ con il piano orizzontale su cui è fissato. Terminata la discesa, il cilindro prosegue, sempre rotolando, sul piano orizzontale. Si assuma inoltre che il piano inclinato si raccordi senza spigoli con il piano orizzontale in modo da garantire sempre la condizione di rotolamento.

2. Si calcoli la velocità di traslazione del cilindro rispetto al piano.

Problema 2

Agli estremi di una molla conduttrice di massa trascurabile, di lunghezza l_0 e costante elastica k , vengono fissate due sferette metalliche di massa m e raggio $r \ll l_0$; la capacità elettrica della molla sia trascurabile rispetto a quella delle sferette.

Appena una carica Q viene trasferita al sistema – posto orizzontalmente su un piano senza attrito – le due sferette cominciano ad oscillare.

Determinare la lunghezza massima raggiunta dalla molla.

Problema 3

Nel modello dell' atomo di Bohr un elettrone di carica $-e$ e massa m orbita circolarmente intorno ad un nucleo di carica $+Ze$. Ulteriormente si assume che il momento angolare dell' elettrone possa assumere solo valori multipli interi dell' unità minima di momento angolare $h/2\pi$. In queste ipotesi si ricavi:

1. Un' espressione per i raggi delle orbite elettroniche;
 2. Un' espressione per le energie degli elettroni.
-

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

Prova III

Problema 1

Una massa m_1 , che si muove con velocità iniziale v_0 , urta una molla connessa alla massa m_2 , inizialmente a riposo. La molla è priva di massa ed ha costante elastica k . Gli attriti sono trascurabili.

1. Qual è la massima compressione della molla?
2. Se dopo la collisione, in condizioni stazionarie, entrambi i corpi si muovono nello stesso verso, quali sono le velocità finali di m_1 ed m_2 ?

Problema 2

Un'asta di rame (conduttività $s=5.8 \times 10^7$ S/m, densità 8.9 g/cm³) scivola senza attrito lungo dei binari conduttori, in presenza di un campo magnetico costante avente modulo $B=100$ mT e disposto perpendicolarmente al piano individuato dall'asta, parallela all'asse x di un sistema di assi cartesiani, e dai binari paralleli all'asse y . A $t=0$, l'asta si muove lungo la direzione di y con velocità v_0 , allontanandosi da un'altra asta conduttrice ferma parallela ad essa e a contatto coi binari.

1. Qual è la velocità dell'asta al tempo t ?
2. Dopo quanto tempo la velocità dell'asta diventa trascurabile? (considerare una velocità pari a $5 \times 10^{-5} v_0$)
3. Si mostri che la perdita di energia cinetica per unità di tempo dell'asta è pari alla quantità di calore dissipata per effetto Joule nell'unità di tempo.

Problema 3

Si assuma che la luce sia costituita da particelle relativistiche (fotoni) con le seguenti proprietà quantomeccaniche: $E_i = h\nu$; $|\mathbf{p}_i| = E_i/c$, dove E_i è l'energia, $|\mathbf{p}_i|$ è il modulo della quantità di moto, $\nu = c/\lambda$, è la frequenza del fotone, c e h sono la velocità della luce e la costante di Planck, rispettivamente. Si consideri un urto relativistico piano tra un fotone di frequenza ν ed un elettrone a riposo di massa di riposo m . Si assuma la relazione relativistica tra energia E e quantità di moto \mathbf{p} di una particella di massa di riposo m ($E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$) e la identità vettoriale $|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 = (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) = v_1^2 + v_2^2 - 2 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \cos\theta$, dove il simbolo $|\mathbf{v}|$ indica il modulo di un vettore \mathbf{v} , il simbolo \cdot indica il prodotto scalare e θ è l'angolo tra \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 . In queste ipotesi:

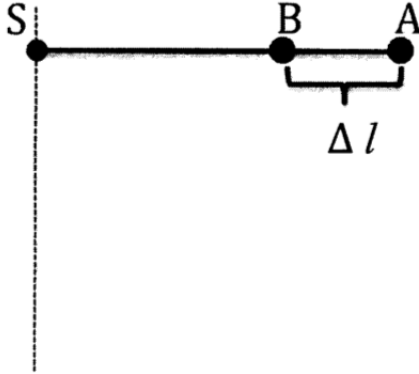
1. si ricavi una relazione per la quantità di moto dell'elettrone dopo l'urto, $|\mathbf{p}_e'|^2$, dalla legge di conservazione dell'energia;
 2. si ricavi una relazione per $|\mathbf{p}_e'|^2$ dalla legge di conservazione della quantità di moto;
 3. uguagliando le relazioni trovate ai punti precedenti si risolva per $\lambda' = c/\nu'$, dove ν' è la frequenza del fotone dopo l'urto, in funzione di λ , la lunghezza d'onda del fotone prima dell'urto e θ , l'angolo tra la direzione iniziale e la direzione finale del fotone. Si commenti il risultato ottenuto giustificando in maniera qualitativa il bilancio energetico nei due casi estremi $\theta = 0$ e $\theta = \pi$.
-

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

Prova II

Problema 1

Due oggetti puntiformi A e B di massa uguale sono sospesi: A a un filo inestensibile di lunghezza h e B a un filo elastico di costante elastica k . I due fili sono fissati separatamente a uno stesso punto di sospensione S. Gli oggetti sono disposti come nella Figura, con il filo elastico alla lunghezza di riposo. Gli oggetti vengono lasciati andare e, quando passano per la verticale, si osserva che i due fili hanno la stessa lunghezza. Calcolare il rapporto fra le velocità dei due oggetti, nel momento in cui passano per la verticale.



Problema 2

Si consideri una sfera di raggio R costituita da un materiale di densità di carica uniforme ρ .

1. Si calcoli il valore del campo elettrico e del potenziale in punti all'interno ed all'esterno della sfera.
2. Si calcoli l'energia potenziale elettrostatica della sfera.

Problema 3

Si assuma che la luce si propaghi nel vuoto con velocità c costante ed indipendente dalla velocità del sistema inerziale dell'osservatore rispetto a qualunque altro sistema inerziale. Si descriva il moto di un raggio di luce che partendo da un punto rimbalza su di uno specchio piano a riposo, posto a distanza L da esso, e ritorna al punto di partenza, come visto da un sistema inerziale in cui lo specchio è in quiete e da un sistema inerziale in cui lo specchio si muove con velocità uniforme v in una qualunque direzione lungo il piano. Si ricavi la relazione che intercorre tra gli intervalli di tempo di un percorso di andata e ritorno nei due sistemi inerziali. Si commenti il risultato ottenuto discutendo, in particolare, le possibili conseguenze per la durata dei fenomeni fisici ove osservate da differenti sistemi inerziali.

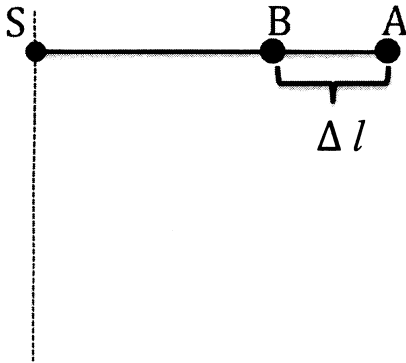
TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA

XXXI ciclo

Prova 1

Problema 1

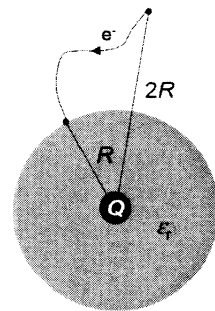
Due oggetti puntiformi A e B di massa uguale sono sospesi nel seguente modo: A a un filo inestensibile di lunghezza h e B a un filo elastico di costante elastica k . I due fili sono fissati separatamente a uno stesso punto di sospensione S. Gli oggetti sono disposti come nella Figura, con il filo elastico alla lunghezza di riposo. Gli oggetti vengono lasciati andare e, quando passano per la verticale, si osserva che i due fili hanno la stessa lunghezza. Calcolare il rapporto fra le velocità dei due oggetti, nel momento in cui passano per la verticale.



Problema 2

Una sferetta conduttrice, dotata di carica elettrica $Q = -10$ nC, è situata al centro di un guscio dielettrico sferico di raggio $R = 25$ mm, privo di carica netta. La costante dielettrica relativa del guscio è $\kappa = 7$. Determinare:

1. La discontinuità del campo elettrico alla superficie di separazione tra il guscio dielettrico e il vuoto;
2. La densità di carica di polarizzazione indotta sulla superficie esterna del guscio dielettrico;
3. Il lavoro necessario a trasportare un elettrone da un punto posto a distanza $2R$ dal centro del sistema a un punto posto sulla superficie del guscio.



Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale S due eventi avvengono nello stesso punto dello spazio ma sono separati temporalmente di $\Delta t = 4$ s. Calcolare la separazione spaziale $\Delta x'$ degli stessi eventi in un sistema di riferimento S' in cui sono separati di $\Delta t' = 6$ s.

**TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA**

Prova 2

Problema 1

Una palla rigida di massa $m=0.5$ kg è agganciata ad una fune lunga $L=0.8$ m, fissata all'altra estremità ad un soffitto. La palla viene abbandonata quando la fune è tesa e orizzontale. Giunta nel punto più basso della traiettoria, la palla colpisce elasticamente e istantaneamente un blocco rigido di massa $M=3$ kg inizialmente fermo su una superficie scabra. Si calcolino:

- a. La velocità della palla immediatamente dopo l'urto;
- b. La velocità del blocco immediatamente dopo l'urto, v_{2f} ;
- c. Supponendo che il blocco si metta in moto con velocità v_{2f} , quanto deve valere il coefficiente d'attrito dinamico fra piano e corpo affinché quest'ultimo si arresti dopo aver percorso una distanza $d=74$ cm.

Problema 2

Una lastra dielettrica di costante dielettrica $\kappa = 3$ è inserita in un condensatore piano collegato a un generatore di f.e.m. pari a 30 V. In tale configurazione, la capacità del condensatore vale 50 mF.

La lastra viene quindi estratta. Trascurando le forze di attrito e la resistenza elettrica del circuito, calcolare:

1. Il lavoro fatto dal generatore;
2. Il lavoro meccanico fatto dall'esterno.

Problema 3

Interferenza costruttiva del primo ordine ($n=1$) per riflessione di Bragg di un fascio monoenergetico di elettroni su un cristallo si osserva a un angolo θ tale che $\sin\theta = \frac{1}{4}$. La spaziatura fra i piani principali del cristallo è d . Determinare:

1. L'energia cinetica degli elettroni assumendo che essi non siano relativistici;
2. A quale angolo si osserva interferenza costruttiva del secondo ordine.

**TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA**

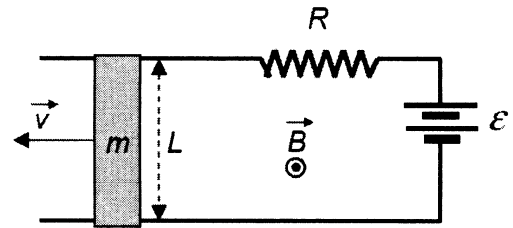
Prova 3

Problema 1

Una palla di massa $m=0.5 \text{ kg}$, attaccata a un filo inestensibile e privo di massa, percorre una traiettoria circolare di raggio $R=0.75 \text{ m}$. La traiettoria è in un piano verticale e sappiamo che la palla ha velocità $v=5 \text{ ms}^{-1}$ quando la corda è orizzontale. Calcolare la velocità della palla e la tensione della corda nel punto più alto e in quello più in basso della traiettoria.

Problema 2

Si consideri il circuito in figura, con $\mathcal{E} = 3 \text{ V}$ e $R = 50 \Omega$. La parte mobile del circuito consiste in una barretta di massa $m = 20 \text{ g}$, lunghezza $L = 20 \text{ cm}$ e resistenza $r = 10 \Omega$. Gli estremi della barretta scorrono lungo i due fili del circuito mantenendo contatto elettrico durante il moto. Il circuito, posto su un supporto isolante orizzontale, è immerso in un campo magnetico verticale d'intensità $B = 5 \text{ T}$. Supponendo che la barretta scorra con velocità costante $v = 50 \text{ cm/s}$ e trascurando l'attrito agli estremi, si calcoli:



1. La f.e.m. indotta nel circuito;
2. Il coefficiente di attrito dinamico tra la barretta e il supporto del circuito.

Problema 3

Una particella carica viene accelerata attraverso una differenza di potenziale V . Derivare una relazione, relativisticamente corretta, che dia la lunghezza d'onda di de Broglie della particella in termini della differenza di potenziale, mostrando anche quale sia il limite non relativistico di questa relazione.

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

XXXII ciclo

Prova scritta esame di ammissione al corso di Dottorato in Fisica ciclo XXXII

PROVA n.1

Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Fisica Generale 1:

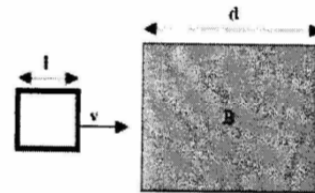
F1_1. La Terra si è formata circa 4.5 miliardi di anni fa, probabilmente come una sfera di densità approssimativamente uniforme. Successivamente, il calore sviluppato dal decadimento di elementi radioattivi ha causato la fusione di gran parte della Terra. Questo ha permesso ai materiali più pesanti di sprofondare verso il centro, formando in questo modo il nucleo. Attualmente la Terra è costituita da un nucleo di raggio 3570 km e densità 10.3 g/cm^3 circondato da un mantello di densità 4.5 g/cm^3 che si estende fino alla superficie (raggio 6370 km). In questa descrizione la crosta terrestre è ignorata. Si calcoli la variazione percentuale della durata del giorno provocata dalla formazione del nucleo.

F1_2. Due molle sono congiunte insieme e connesse a un blocco di massa m . Le superfici sono senza attrito. Se le due molle hanno costanti elastiche k_1 e k_2 , determinare la frequenza di oscillazione della massa.

Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Fisica Generale 2:

F2_1. Una spira quadrata rigida, di lato $l = 10 \text{ cm}$ e resistenza $R = 20 \Omega$, viene trascinata con velocità orizzontale, che rimane sempre costante, $v = 5 \text{ m/s}$. La spira entra in una zona di larghezza $d > l$ in cui vi è un campo magnetico $B = 6 \text{ T}$, ortogonale alla spira ed entrante nel piano del disegno. Determinare:

- Il verso della corrente indotta nella spira nelle varie fasi del moto;
- In quali regioni agisce una forza magnetica sulla spira, il suo verso ed intensità;
- L'energia totale dissipata nella spira;
- La carica che globalmente ha fluito lungo la spira.



F2_2. Nel centro di un conduttore sferico cavo, di raggio interno $R_1 = 20 \text{ cm}$ e raggio esterno $R_2 = 40 \text{ cm}$, è contenuta una carica puntiforme $q_1 = 5 \times 10^{-5} \text{ C}$.

- Scrivere le espressioni del campo e del potenziale nelle tre regioni: $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $r > R_2$.

Una quantità di carica $q_2 = 2q_1$ viene portata da distanza infinita e aggiunta al conduttore.

- Scrivere le nuove configurazioni di campo nelle tre regioni.
- Calcolare il lavoro fatto per portare la carica q_2 dall'infinito al conduttore.



Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Meccanica Quantistica:

MQ_1. Un elettrone è confinato in una cavità quadrata di lato $L = 2 \text{ \AA}$. Sapendo che la massa dell'elettrone è $m = 9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg}$, che la costante \hbar vale $1.0546 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, e che la carica dell'elettrone vale $1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$, determinare la differenza di energia fra lo stato fondamentale ed il primo stato eccitato del sistema. Si scriva il risultato in unità di eV.

MQ_2. Utilizzando il modello di Bohr dell'atomo, calcolare quali transizioni di dipolo elettrico dell'atomo di idrogeno sono comprese nell'intervallo di energia del visibile. Nel rispondere si indichino quante sono le transizioni e quali sono le energie in unità di eV. Si ricorda che lo spettro del visibile è compreso fra 1.77 e 3.1 eV, che il Rydberg vale 13.606 eV.

**TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA**

Prova scritta esame di ammissione al corso di Dottorato in Fisica ciclo XXXII

PROVA n.2

Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Fisica Generale 1:

F1_1. Si dimostri che sul fondo di un pozzo verticale di una miniera di profondità D , il valore misurato di g è $g = g_s(1 - D/R)$, dove g_s è il valore in superficie mentre R è il raggio terrestre.

F1_2. In un esperimento di calorimetria, 196 g di alluminio a 107°C sono immersi in 52.3 g d'acqua a 18.6°C .
a) Si calcoli la temperatura di equilibrio.

b) Determinare quindi la variazione di entropia dell'alluminio, dell'acqua e del sistema totale ($c_{\text{Al}} = 900 \text{ J}/(\text{Kg}\cdot\text{K})$, $c_{\text{H}_2\text{O}} = 900 \text{ J}/(\text{Kg}\cdot\text{K})$).

Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Fisica Generale 2:

F2_1. Un conduttore sferico cavo di raggio interno $R_2 = 2 \text{ cm}$ e raggio esterno $R_3 = 3 \text{ cm}$ ha una carica pari a $Q_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ C}$. All'interno viene posto un conduttore sferico di raggio $R_1 = 1 \text{ cm}$, con un'ulteriore carica pari a Q_0 . Ad una distanza $L = 5 \text{ m}$ dal centro dei conduttori è posta una piccola carica puntiforme $q_0 = -3 \times 10^{-7} \text{ C}$.

a) Calcolare la forza esercitata sulla carica q_0 .

b) La carica q_0 viene portata all'infinito, quale è stato il lavoro compiuto dalle forze elettrostatiche?

In seguito i due conduttori vengono connessi con un filo metallico.

c) Quali sono le cariche Q_1 e Q_2 che si misurano alla fine sulle sfere?

d) Quale è l'energia dissipata nel processo?



F2_2. Una spira conduttrice, a forma di esagono regolare di lato $2L = 10 \text{ cm}$, è percorsa da una corrente $i = 10 \text{ A}$. Determinare:

a) La FEM necessaria a mantenere la corrente, sapendo che la spira è composta da un filo di rame di diametro $d = 2 \text{ mm}$ (resistività del rame $1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$);

b) Il campo magnetico B generato al centro della spira.



Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Meccanica Quantistica:

MQ_1. Un atomo ha tutte le shell di core piene e 4 elettroni ottici sulla shell di valenza $3d$. Calcolare il valore del numero quantico J associato al momento angolare totale (orbitale + spin) dello stato fondamentale secondo le regole di Hund.

MQ_2. Si considerino N particelle neutre non interagenti soggette ad un potenziale bidimensionale $V(x,y) = 1/2 k(x^2+y^2)$ con $k = 1 \text{ N/m}$. Le particelle sono identiche, hanno massa $m = 9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg}$ e spin $1/2$. Calcolare il valore complessivo dell'energia delle particelle nel caso $N = 2$ ed $N = 12$. Si ricorda che la costante \hbar vale $1.0546 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

Prova scritta esame di ammissione al corso di Dottorato in Fisica ciclo XXXII

PROVA n.3

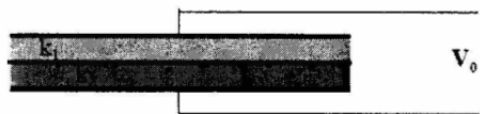
Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Fisica Generale 1:

F1_1. Un osservatore trova che l'intensità di una sorgente di onde sferiche della quale non conosce la distanza e la potenza di emissione è di 1.13 W/m^2 . L'osservatore si avvicina alla sorgente di 5.3 m e, da questa nuova posizione, misura un'intensità di 2.41 W/m^2 . Si calcoli la potenza di emissione della sorgente.

F1_2. Determinare la variazione di pressione dell'atmosfera della Terra supponendo che la temperatura dell'aria sia uniforme.

Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Fisica Generale 2:

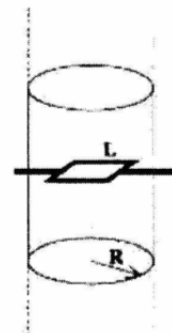
F2_1. Tre lamine metalliche quadrate parallele, di lato $L = 80 \text{ cm}$, sono poste a distanza $h = 1.6 \text{ cm}$ una dall'altra. Tra le lamine vi sono due sostanze dielettriche, con costanti dielettriche relative $k_1 = 2.1$ e $k_2 = 1.5$. Le due lamine esterne sono connesse ad un generatore che le mantiene alla tensione $V_0 = 250 \text{ V}$. Determinare:



- Quale è la capacità totale del sistema;
- Quanto vale il campo elettrico E_1 nel dielettrico n.1;
- Quale è la variazione di energia elettrostatica se i due dielettrici vengono estratti.

F2_2. Un solenoide infinito ha raggio $R_0 = 20 \text{ cm}$ e numero di spire per unità di lunghezza $n = 750 \text{ spire/m}$.

- Determinare la corrente i_0 necessaria a generare nel solenoide un campo magnetico $B_0 = 0.15 \text{ T}$. All'interno del solenoide è disposta una piccola spira conduttrice quadrata, di lato $L = 3 \text{ cm}$, inizialmente disposta in un piano ortogonale all'asse del solenoide.
- Calcolare il coefficiente di mutua induzione solenoide-spira.
- Se la resistenza della spira è $R = 25 \Omega$, determinare la carica che ha percorso la spira nel processo di accensione del solenoide fino al raggiungimento del campo B_0 . Successivamente la spira viene fatta ruotare con velocità angolare costante $\omega = 500 \text{ rad/s}$, attorno al suo asse, ortogonale all'asse del solenoide.
- Calcolare la FEM massima indotta nella spira.
- Determinare la potenza media dissipata sulla spira.



Il candidato risolva a scelta uno dei due problemi di Meccanica Quantistica:

MQ_1. Un elettrone è vincolato a muoversi su una circonferenza. Il raggio della circonferenza è R . Determinare il valore di R affinché l'energia cinetica dell'elettrone nel primo stato eccitato del sistema valga 1 eV . Si esprima il risultato in unità di Å . Si ricorda che la massa dell'elettrone è $m = 9.109 \times 10^{-31} \text{ Kg}$, che la costante \hbar vale $1.0546 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, che la carica dell'elettrone vale $1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$.

MQ_2. Un atomo di idrogeno è immerso in un campo magnetico disomogeneo $B_z = z \cdot dB_z/dz$ con un gradiente costante $dB_z/dz = 1 \text{ T/m}$. L'unico elettrone dell'idrogeno è nello stato fondamentale $1s$. Calcolare la forza che agisce sull'atomo. Si scriva il risultato in unità di N . Si approssimi il fattore giromagnetico dello spin elettronico a 2.

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA

XXXIII ciclo

"Allegato A"

Prova scritta esame di ammissione al corso di Dottorato in Fisica ciclo XXXIII

PROVA n.1

F1. Un pendolo semplice con massa $m_1 = 0.2$ Kg e lunghezza $l=0.5$ m, è tenuto in equilibrio con un angolo $\theta = 60^\circ$ rispetto alla verticale da una forza orizzontale F . L'accelerazione di gravità vale 9.8 m/s². Calcolare

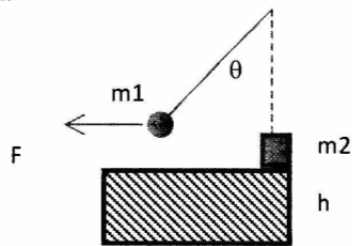
a) il modulo di F .

Successivamente il corpo viene lasciato libero (si rimuove la forza F) e il corpo è libero di muoversi senza attrito. Quando l'angolo diventa nullo rispetto alla verticale, il corpo m_1 urta contro un corpo di massa $m_2=0.1$ Kg, precedentemente fermo sul bordo di un gradino alto $h=0.6$ m.

Dopo l'urto, m_1 continua ad oscillare con una ampiezza di oscillazione di $\theta_1 = 30^\circ$, mentre m_2 cade sotto l'azione della forza peso. Calcolare:

b) la velocità di m_2 subito dopo l'urto

c) la gittata d .



A pendulum with mass $m_1=0.2$ Kg and length $l=0.5$ m is held in equilibrium by a horizontal force F , forming an angle $q=60^\circ$ with respect to the vertical. The acceleration of gravity is 9.8 m/s². Calculate

a) the modulus of F

Then the force F is removed and the body is free to move without any friction. In the vertical position the body m_1 hits against a second body with mass $m_2=0.1$ Kg, previously fixed on the edge of a step with $h=0.6$ m.

After the impact m_1 continues to oscillate with an oscillation amplitude of $q_1=30^\circ$. Calculate:

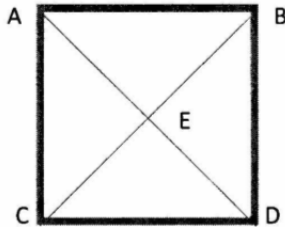
b) The velocity of m_2 immediately after the impact

c) the range of m_2

**TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA**

F2. Quattro cariche puntiformi sono fissate ai quattro angoli di un quadrato ABCD di lato b . Sapendo che le cariche sono $q_A=Q$, $q_B=Q/2$, $q_C=2Q$ e $q_D=Q/3$, con $Q>0$, trovare

- a) L'energia potenziale elettrostatica totale;
- b) L'energia potenziale di una quinta carica $q_E=Q$ posta al centro del quadrato relativa a $V=0$ all'infinito;



Four point charges are kept fixed at the four corners of a square ABCD with side b . Given that the charges have values $q_A=Q$, $q_B=Q/2$, $q_C=2Q$ e $q_D=Q/3$, with $Q>0$, find

- a) *The total potential energy*
- b) *The potential energy of a fifth charge $q_E=Q$ put in the centre of the square relative to $V=0$ at the infinity.*

F3. Si consideri il problema quantomeccanico di un sistema di elettroni confinati in una cavità cubica di lato L . Sapendo che la massa dell'elettrone è $m = 9.109 \times 10^{-31}$ Kg, che la costante \hbar vale 1.0546×10^{-34} J·s, e che la carica dell'elettrone vale 1.6022×10^{-19} C, in candidato risponda alle seguenti domande:

- a. Si scriva l'espressione generale degli autovalori dell'energia.
- b. Si calcoli, in unità di Å , il valore di L in modo che l'energia cinetica del primo stato eccitato sia pari a 3 eV.
- c. Utilizzando il valore di L ottenuto al punto (b), si calcoli, in unità di eV, l'energia cinetica dello stato fondamentale nel caso in cui la buca contiene 9 elettroni.

Let us consider the quantum-mechanical problem of a system of electrons confined to a cubic cavity of side L . Knowing that the mass of the electron is $m = 9.109 \times 10^{-31}$ Kg, the constant is $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$ J·s, and that the charge of the electron is 1.6022×10^{-19} C, the candidate answer to the following questions:

- a. *The general formula for the eigenvalues of the energy.*
- b. *Give the value of L so that the kinetic energy of the first excited-state is 3 eV. Provide the result in unit of Å .*
- c. *Using the value of L obtained in (b), compute the kinetic energy of the ground state for the case of 9 electrons inside the cavity.*

F4_a. Il flusso di una stella di temperatura superficiale $T = 5000$ K e raggio $R = 6 \times 10^5$ km è $F = 1.3 \times 10^{-11}$ erg $s^{-1} \text{cm}^{-2}$. La costante di Stefan-Boltzmann è 5.67×10^{-5} erg $s^{-1} \text{cm}^{-2} \text{K}^{-4}$

Si trovi la distanza della stella assumendo che questa emette radiazione di corpo nero.

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

The flux of a star with surface temperature $T = 5000\text{ K}$ and radius $R = 6 \times 10^5\text{ km}$ is $F = 1.3 \times 10^{-11}\text{ erg s}^{-1}\text{ cm}^{-2}$. The Stefan-Boltzmann constant is $5.67 \times 10^{-5}\text{ erg s}^{-1}\text{ cm}^{-2}\text{ K}^{-4}$

Calculate the distance of the star assuming that it emits black-body radiation.

F4_b. Due metalli hanno strutture cubiche. Il primo è cubico a corpo centrato (BCC) il secondo è cubico a facce centrate (FCC). Il metallo BCC è monovalente, il metallo FCC è trivalente. Tutti e due i metalli hanno lo stesso parametro reticolare. Calcolare il rapporto fra la densità degli elettroni di conduzione dei due metalli.

Two metals have cubic structure. The first is a body center cubic crystal (BCC), the second is a face centered cubic crystal (FCC). The BCC metal is monovalent while the FCC metal is trivalent. Both metals have the same lattice parameter. Compute the ratio between the electronic density of conduction electrons in the two metals.

F4_c. Nel decadimento alfa di ^{232}U l'energia rilasciata, pari alla differenza tra la massa del nucleo soggetto a decadimento e le masse dei prodotti di decadimento, è pari a 5,41 MeV. Calcolare l'energia della particella alpha.

In the alpha decay of ^{232}U the released energy, which is equal to the difference between the decaying nucleus and the masses of the decay products, is equal to 5.41 MeV. Find the energy of the alpha particle.

**TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA**

Prova scritta esame di ammissione al corso di Dottorato in Fisica ciclo XXXIII

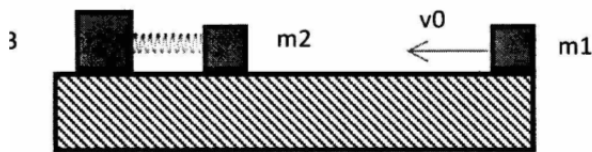
PROVA n.2

F1. Si abbiano i tre corpi con masse $m_1 = m/2$, $m_2 = m/2$ e $m_3 = m$, con $m = 2.0$ kg.

Il corpo 1 si muove verso il corpo 2 con una velocità costante $v_0 = 5.0$ m/s . I corpi 2 e 3 sono agganciati agli estremi di una molla (di massa trascurabile) avente una costante elastica $k = 150$ N/cm, e sono inizialmente in quiete. I corpi si trovano su un piano orizzontale e possono scivolare su di esso senza attrito.

Supponendo che l'urto tra i corpi 1 e 2 sia istantaneo e perfettamente anelastico, determinare:

- a) l'energia persa nell'urto;
- b) la velocità del centro di massa del sistema dopo l'urto;
- c) la massima compressione che la molla subisce negli istanti successivi all'urto.



Three bodies $m_1 = m/2$, $m_2 = m/2$ e $m_3 = m$, with $m = 2.0$ kg are on a horizontal plane and can move on it without friction. The body 1 moves towards body 2 at constant speed $v_0 = 5.0$ m / s. Bodies 2 and 3 are attached to the extremities of a spring (of negligible mass) with an elastic constant $k = 150$ N / cm, and are initially in rest.

Assuming that the impact between bodies 1 and 2 is instantaneous and perfectly inelastic, determine:

- a) energy lost in impact;
- b) the speed of the center mass of the system after the impact;
- c) the maximum compression that the spring undergoes in the instant of impact.

F2. Un protone di massa m ?? e carica $+e$?? ed una particella di massa $4m$ e carica $+2e$ si muovono in un campo magnetico uniforme descrivendo circonferenze di uguale raggio, con velocità non relativistica.

- a) Calcolare il rapporto tra le velocità lineari , le velocità angolari e le energie cinetiche delle due particelle.
- b) Qualora le particelle descrivessero eliche identiche, calcolare i rapporti tra le componenti parallela e perpendicolare all'asse dell'elica della velocità lineare

A proton of mass m and charge $+e$ and a particle of mass $4m$ and charge $+2e$ are moving in a uniform magnetic field describing circumferences of equal radius, at not relativistic velocity. Determine:

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

- a) *The ratio of the linear velocities, the angular velocities and the kinetic energies of the two particles;*
- b) *The ratio of the components of the linear velocity, the one parallel and the one perpendicular to the axis of the helix, in the case of the particles describing identic helices.*

F3. Un atomo è caratterizzato da shell elettroniche tutte piene, più un certo numero di elettroni "ottici" (detti anche di "valenza"). Lo stato fondamentale dell'atomo soddisfa le tre regole di Hund. Il candidato risponda alle seguenti domande:

- a. Enunciare le tre regole di Hund.
- b. Calcolare il valore dei numeri quantici J (momento angolare totale), L (momento orbitale totale), S (momento angolare totale di spin) nel caso in cui ho 4 elettroni ottici sulla shell f (f^4).
- c. Ripetere l'esercizio (b) nel caso di 8 elettroni sulla shell f (f^8).
- d. Ripetere l'esercizio (b) nel caso di 3 elettroni sulla shell f e 1 sulla shell d (d^1f^3).

An atom is characterized by full electronic shells plus a given number of "optical" electrons (also known as "valence"). The ground state of the atoms meets the three Hund's rules. The candidate answer the following questions:

- a. *Write down the three Hund's rules.*
- b. *Compute the values of the quantum numbers J (total angular momentum), L (total angular momentum), S (total spin momentum) if there are 4 optical electrons on the f -shell (f^4).*
- c. *Repeat point (b) for 8 optical electrons on the f -shell (f^8).*
- d. *Repeat point (b) for 3 electrons on the f -shell and 1 on the d -shell (d^1f^3).*

F4_a. Si consideri una galassia di massa barionica $3 \times 10^{10} M_{\text{sun}}$. I barioni sono disposti su un disco di raggio $R = 10$ kpc e, all'estremità del disco, si muovono su orbite circolari con una velocità di rotazione $v = 230$ km s^{-1} .

La costante di gravitazione universale è $6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

$$M_{\text{sun}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$1 \text{ pc} = 3.1 \times 10^{16} \text{ m}$$

Si calcoli quale frazione della massa totale della galassia è costituita da barioni.

Consider a galaxy with baryonic mass $3 \times 10^{10} M_{\text{sun}}$. The baryons are distributed on a disc with radius $R = 10$ kpc and, at the edge of the disc, move along circular orbits with a rotation speed $v = 230$ km s^{-1} . The gravitational constant is $6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

$$M_{\text{sun}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$1 \text{ pc} = 3.1 \times 10^{16} \text{ m}$$

Calculate what fraction of the galaxy total mass is made of baryons.

F4_b. Utilizzando il modello della catena unidimensionale di masse legate da molle, si calcoli l'energia massima dei fononi del ferro sapendo che la costante delle forze armoniche è 90 N/m. La massa dell'atomo

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

di ferro è 56 volte quella del protone. La costante \hbar vale 1.0546×10^{-34} J·s, la massa del protone è $m = 1.6726 \times 10^{-27}$ Kg e che la carica dell'elettrone vale 1.6022×10^{-19} C.

Use the linear chain model of masses bound by springs to compute the maximum energy of the phonons in iron for an harmonic force constant of 90 N/m. The iron atom mass is 56 times the proton mass. The constant \hbar is 1.0546×10^{-34} J·s, the proton mass is $m = 1.6726 \times 10^{-27}$ Kg the electron charge is 1.6022×10^{-19} C.

F4_c. Una particella di massa M a riposo decade in due particelle ciascuna di massa m . Qual'è la velocità di ciascuna particella quando vola via nel limite non relativistico?

A particle of mass M initially at rest decays into two pieces each of mass m . What is the speed of each piece as it flies off in the not-relativistic limit?

**TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI
DOTTORATO DI RICERCA**

Prova scritta esame di ammissione al corso di Dottorato in Fisica ciclo XXXIII

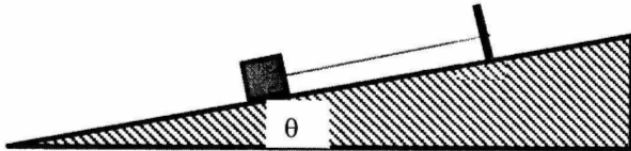
PROVA n.3

F1. Un corpo di massa $m = 2.00$ kg è solidale ed appoggiato sulla parete obliqua di un cuneo il cui angolo alla base forma un angolo di $\theta = 25.0^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il corpo è tenuto in posizione da una corda, inestensibile e di massa trascurabile, il cui altro estremo è fissato al cuneo stesso. L'accelerazione di gravità vale 9.8 m/s^2 . Trascurando ogni attrito tra corpo e cuneo:

a) Calcolare i moduli della tensione T della corda e della reazione normale N del piano su cui poggia il corpo di massa m , quando il cuneo è in quiete.

b) Determinare il valore dell'accelerazione del cuneo affinché il valore della tensione T si annulla (considerare $a = \text{cost.}$). Si consideri che il cuneo si muove nella direzione dell'angolo θ .

c) Determinare il valore dell'accelerazione del cuneo affinché il valore della reazione normale N si annulli (considerare $a = \text{cost.}$) Si consideri che il cuneo si muove nella direzione opposta rispetto a quella in cui si trova l'angolo θ .



A body $m = 2.00$ kg is leaning on the oblique wall of a wedge whose corner at the base forms an angle of $\vartheta = 25.0^\circ$ with respect to the horizontal. The body is held in position by an inextensible and negligible rope, the other end of the rope is fixed to the wedge itself. The acceleration of gravity is 9.8 m/s^2 . Assuming the absence of any friction between the body and the wedge:

a) Calculate the T tension modulus of the rope and the normal N reaction of the plane of the body m , when the wedge is in rest.

b) Determine the value of the wedge acceleration so that the value T is null (consider $a = \text{cost.}$). Consider that the wedge moves in the direction of the angle ϑ .

c) Determine the value of the wedge acceleration so that the value of the Normal N reaction is null (consider $a = \text{cost.}$) Consider that the wedge moves in the opposite direction with respect to the angle ϑ .

F2. Una particella alpha di carica $q = 2 |e|$ ($e = -1,6 \times 10^{-19}$ C) e massa $m = 6,68 \times 10^{-27}$ kg è in moto in un campo magnetico di intensità $B = 1$ T con velocità pari ad $1/15$ della velocità della luce nel vuoto, ed ortogonale al campo.

Determinare:

- a. Il raggio della traiettoria della particella;
- b. Il periodo di rotazione della particella.

Al

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

An alpha particle (charge $q=2|e|$, $e=-1,6\times 10^{-19}$ C and mass $m=6,68\times 10^{-27}$ kg) is moving in a magnetic field $B=1$ T with speed 15 times smaller than the speed of light in the vacuum, and orthogonal to B . Determine

- The radius of the trajectory of the particle in the field
- The rotation period of the particle.

F3. Una molecola di idrogeno può essere formata da una coppia di atomi di idrogeno (H_2), oppure da un atomo di idrogeno ed un isotopo di deuterio (HD). La molecola ha uno spettro rotazionale ed uno spettro roto-vibrazionale. Nel caso della coppia di atomi di idrogeno H_2 la differenza di energia fra il primo livello eccitato rotazionale ($J=1$) e lo stato fondamentale ($J=0$) è pari a 15.15 meV. Si ricorda che, la massa del protone è $m = 1.6726\times 10^{-27}$ Kg, che la costante \hbar vale 1.0546×10^{-34} J·s, che la carica dell'elettrone vale 1.6022×10^{-19} C. Si trascuri la massa degli elettroni e si approssimi la massa del deuterio pari al doppio di quella del protone. Entrambe le molecole hanno la stessa distanza di legame. Il candidato risponda alle seguenti domande:

- Si scriva l'espressione generale degli autovalori del moto roto-vibrazionale nell'approssimazione armonica
- Si calcoli l'energia, in meV, della transizione rotazionale da $J=0$ a $J=1$ per la molecola HD.
- Si calcoli, in Å, la distanza fra i nuclei della molecola di idrogeno.

An hydrogen molecule may be formed by a couple of hydrogen atoms (H_2), or may be formed by an hydrogen atom and a deuterium isotope (HD). The molecule have a rotational and a roto-vibrational spectra. In the case of the molecule made of two hydrogen atoms H_2 , the difference in energy between the first excited level ($J=1$) of the rotational spectrum and the ground state ($J=0$) is 15.15 meV. We remind that the mass of the proton is $m = 1.6726 \times 10^{-27}$ Kg, the constant is $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$ J · s, and that the charge of the electron is 1.6022×10^{-19} C. Let us neglect the mass of the electrons and approximate the mass of deuterium as twice the mass of a proton. Both molecules have the same bond length. The candidate answer to the following questions:

- Write down the formula for the eigenvalues of the roto-vibrational spectrum in the harmonic approximation.
- Compute the energy of the transition $J=0$ to $J=1$ of the rotational spectrum for the HD molecule. Provide the result in units of meV.
- Compute the distance between the nuclei of the hydrogen molecule. Provide the result in units of Å.

Il candidato risolva a scelta uno fra i seguenti temi:

F4_a. L'idrogeno neutro interstellare emette una riga spettrale di lunghezza d'onda 21.1 cm. L'emissione si verifica quando gli spin dell'elettrone e protone dell'atomo di idrogeno al "ground state" passano da paralleli a antiparalleli. Si stimi se la tipica temperatura delle nubi di idrogeno neutro, $T \sim 100$ K, è sufficiente per popolare in modo significativo il livello eccitato di questa transizione.

Interstellar neutral hydrogen emits a spectral line with a wavelength of 21.1 cm. The emission occurs when, in the atom's ground state, the spins of the electron and of the proton change from parallel to anti-parallel. Estimate whether at the typical temperature of hydrogen clouds, ~ 100 K, the excited level of this transition is populated significantly.

F4_b. Due metalli ben descritti dal modello di Sommerfeld hanno energie di Fermi $E_F(1)=9$ eV ed $E_F(2)=4$ eV. Supponendo che tutti i parametri che non dipendono dall'energia di Fermi siano uguali nei due metalli calcolare il rapporto fra le due conduttività $\sigma(1)/\sigma(2)$.

Two metals well described by the Sommerfeld model have Fermi energies of $E_F(1)=9$ eV ed $E_F(2)=4$ eV. If all the parameters that do not depend on Fermi energy are the same for the two metals, compute the ratio between the conductivities: $\sigma(1)/\sigma(2)$.

TRACCE DELLE PROVE CONCORSUALI PER L'AMMISSIONE AI CORSI DI DOTTORATO DI RICERCA

F4_c. Un muone è prodotto da raggi cosmici nella parte alta dell'atmosfera a 8000m di altezza e viaggia verso la terra a velocità $v=0,998c$, con $c=3 \times 10^8$ m/s. Dato che il tempo di vita media di un muone è $2,2 \times 10^{-6}$ s, quanto viaggerebbe prima di decadere secondo le leggi della cinematica pre-relativistica ?

Opzionale: Discutere il risultato.

A cosmic ray muon is produced high in the atmosphere at about 8000m and travels toward the earth at speed $v=0.998c$, with c =speed of light= 3×10^8 m/s. Given that the muon lifetime is 2.2×10^{-6} s, how far would it travel before decaying according to pre-relativistic kinematic laws? Optional: discuss the result.

XXXIV ciclo

Valutazione dei titoli, del curriculum vitae, e colloquio