

Jorge Vitória, email: jorge.vitoria@unica.it
Silvia Frassu, email: silvia.frassu@gmail.com
Università di Studi di Cagliari, 2018/2019
Corso di Laurea in Chimica

Esame modello per il Corso di MATEMATICA 2

5 Giugno 2019

Durata: 3 ore

Attenzione: Per ottenere il punteggio massimo in ogni domanda, ogni risposta deve essere dettagliatamente giustificata. Giustificazioni parziali saranno considerate per punteggi parziali. Risposte senza giustificazioni non verranno considerate.

1. Per qualsiasi numero reale k , si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} -6 & -5 & 0 \\ 10 & k & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

- (a) **(1 punto)** Si calcoli il determinante della matrice A_k come funzione di k .
(b) **(1 punto)** Per ogni k , si determini il rango di A_k .
(c) **(2 punti)** Si usi la regola di Cramer per calcolare le soluzioni del sistema di equazioni lineari definito da

$$\begin{pmatrix} -6 & -5 & 0 \\ 10 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Si calcolino:

- (a) **(3 punti)** il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{1 - \cos(x)}$;
(b) **(3 punti)** la retta tangente al grafico di $f(x) = xe^{\cos(x)}$ nel punto $x = \pi$.

3. Si consideri la funzione definita in $\mathbb{R}$ per l'espressione $f(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$.

- (a) **(3 punti)** Si trovino i zeri, gli asintoti e il segno della funzione f in tutto il suo dominio.
(b) **(5 punti)** Si trovino gli intervalli dove f è crescente o decrescente e i punti massimi e minimi (relativi) della funzione nel suo dominio. Per ogni massimo o minimo trovato, si indichi se sono massimi o minimi assoluti.
(c) **(2 punti)** Si trovino gli intervalli dove f è concava e dove f è convessa.
(d) **(1 punto)** Si tracci il grafico di f .
(e) **(3 punti)** L'integrale $\int_{-\infty}^0 2 - f(x) dx$ è convergente o divergente? In caso sia convergente, si calcoli il suo valore.

4. **(4 punti)** Si calcoli l'area della regione delimitata per il grafico di $h(x) = x^3 - 1$ e le rette $y = 7$ e $x = -1$;

5. **(2 punti)** Sia f una funzione continua in un intervallo $[a, b]$. Si dimostri che, se $\int_a^b f(x) dx = 0$, allora esiste c in $]a, b[$ tale che $f(c) = 0$.