

Esercizi per il Corso di MATEMATICA 2

Foglio 12
5 giugno 2019

1. Si considerino le seguenti matrici 3×3

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

e i vettori:

$$v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad z = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Si calcolino:

- (a) Le matrici AB e BA e la matrice $AB - BA$;
 - (b) Le funzioni $f_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ e $f_B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definite per le matrici A e B ;
 - (c) I vettori $f_A(v)$, $f_B(w)$, $(f_A \circ f_B)(z)$;
 - (d) I determinanti $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(AB)$ e $\det(BA)$;
 - (e) Il rango di A e il rango di B .
 - (f) Il volume del parallelepipedo determinato per i vettori v , w , z ;
 - (g) I prodotti vettoriali $v \times w$, $w \times z$ e $v \times z$;
 - (h) Gli angoli fra i vettori v e w , fra i vettori w e z e fra i vettori v e z (espressi attraverso la funzione arcsin);
 - (i) Le aree dei parallelogrammi definiti dai vettori v e w , dai vettori v e z e dai vettori w e z ;
 - (j) Il volume del parallelepipedo determinato per i vettori v , w e $v \times z$.
 - (k) Il volume del parallelepipedo determinato per i vettori w , z e $w \times z$.
2. Si usi il teorema di Rouché-Capelli per verificare se esistono soluzioni per il sistema di equazioni

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Si usi la regola di Cramer per calcolare la soluzione del sistema di equazioni lineari definito da:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$