

Jorge Vitória, email: jorge.vitoria@unica.it
Università di Studi di Cagliari, 2018/2019
Corso di Laurea in Chimica

Registro delle lezioni di MATEMATICA 2

Lezione 1 (06/03/2019): Introduzione e presentazione del corso. Richiami su funzioni reali di variabile reale: concetti base e esempi (polinomi, funzioni razionali, funzioni trigonometriche, esponenziale, logaritmo, valore assoluto).

Lezione 2 (08/03/2019): Limite finito di una funzione per un punto: definizione ed esempi. Dimostrazione del fatto che $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$. Limiti laterali (finiti) di una funzione per un punto: definizione ed esempi. Osservazione del fatto che si ha $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ se e solo se si verifica che $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$.

Lezione 3 (13/03/2019): Esempio: la funzione *parte intera*. Teorema dell'unicità del limite (senza dimostrazione). Criterio del confronto (con dimostrazione). Dimostrazione del limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$. Teorema della permanenza del segno (senza dimostrazione).

Lezione 4 (15/03/2019): Limiti e limiti laterali infiniti di una funzione per un punto. Limiti (finiti e infiniti) all'infinito. Esempi.

Lezione 5 (20/03/2019): Operazioni sui limiti (senza dimostrazione) e limiti indeterminati. Funzioni continue (continue a destra e continue a sinistra) in un punto e funzioni continue in un intervallo. Esempio: la funzione parte intera. Continuità di somme (o di qualche combinazione lineare reale), prodotti e quozienti di funzioni continue (con dimostrazione).

Lezione 6 (22/03/2019): Esempi di funzioni continue: funzioni polinomiali, razionali, trigonometriche e esponenziali (alcuni esempi dimostrati). Punti di discontinuità. Teorema di cambio di variabile per il calcolo di limiti (senza dimostrazione). Esempi.

Lezione 7 (27/03/2019): Richiamo sulla definizione del numero di Neper. Alcuni limiti notevoli: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$. Continuità della funzione composta di funzioni continue e della funzione inversa di una funzione continua e strettamente crescente e decrescente in un intervallo (senza dimostrazione). Continuità del logaritmo, dei radicali, e delle funzioni inverse delle funzioni trigonometriche. Teorema degli zeri delle funzioni continue (senza dimostrazione). Applicazioni ed esempi.

Lezione 8 (28/03/2019): Teorema di Weierstrass per le funzioni continue (senza dimostrazione). Teorema dei valori intermedi (con dimostrazione). Esempi. Abbinamento dei due teoremi precedenti per concludere che la immagine di un intervallo chiuso e limitato per una funzione continua è un intervallo chiuso e limitato. Introduzione alle derivate. Derivata (e derivate laterali) di una funzione in un punto. Esempi. Osservazione che la funzione valore assoluto non è derivabile nel punto $x = 0$.

Lezione 9 (03/04/2019): Definizione di retta tangente al grafico di una funzione in un punto. Dimostrazione del fatto che la esistenza della retta tangente è equivalente a la derivabilità della funzione in quel punto. Equazione della retta tangente, usando la derivata. Teorema della continuità delle funzioni derivabili (con dimostrazione). Introduzione alla funzione derivata. Osservazioni sul dominio della funzione derivata.

Lezione 10 (04/04/2019): Operazioni su derivate (dimostrazione della regola di Leibniz). Alcune funzioni derivate: delle funzioni costanti, della funzione identità, delle funzioni potenze, delle funzioni esponenziali, delle funzioni trigonometriche \sin , \cos e \tan (dimostrazione per le prime tre funzioni). Test diagnostico (di autovalutazione) su limiti e continuità.

Lezione 11 (10/04/2019): Teorema sulla derivata della funzione composta/regola della catena (senza dimostrazione). Teorema sulla derivata della funzione inversa (dimostrazione parziale). Le funzioni derivate delle funzioni radici, logaritmo e funzioni inverse delle funzioni trigonometriche. Esempi. Alcune definizioni: funzioni crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti in un intervallo aperto; punti massimi e minimi relativi e assoluti.

Lezione 12 (12/04/2019): Punti stazionari. Teorema di Fermat (con dimostrazione). Teorema di Rolle (senza dimostrazione). Teorema del valore medio di Lagrange (con dimostrazione). Interpretazione fisica e geometrica del teorema del valore medio. Dimostrazione del fatto che una funzione derivabile con derivata nulla è costante. Collegamento fra il segno della derivata e la monotonia (crescente, decrescente) di una funzione in un intervallo (senza dimostrazione). Esempi.

Lezione 13 (02/05/2019): Dimostrazione del fatto che il quadrato è il rettangolo di perimetro fisso che massimizza l'area. Derivate di ordine superiore. Funzioni convesse o concave in un intervallo. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui. Regola di de L'Hôpital (senza dimostrazione). Esempi. Studio del grafico di una funzione.

Lezione 14 (03/05/2019): Studio del grafico di una funzione: un esempio. Polinomi di Taylor e resto di Lagrange. Esempi.

Lezione 15 (08/05/2019): Alcune osservazioni su asintoti obliqui e l'uso del Teorema di de L'Hôpital. Primitiva di una funzione. Integrali indefiniti. Dimostrazione del fatto che la differenza fra due primitive di una stessa funzione è una costante. Alcune primitive elementari. Esempi. Integrazione per parti (con dimostrazione).

Lezione 16 (09/05/2019): Integrazione per parti: esempi. Integrazione per sostituzione (con dimostrazione). Esempi. Decomposizione di funzioni razionali (senza dimostrazione).

Lezione 17 (15/05/2019): Integrazione di funzioni razionali con denominatore di grado 2: esempi in cui il denominatore si fattorizza a polinomi di grado 1 e esempi in cui il denominatore non ha zeri (discriminante negativo). Test diagnostico (di autovalutazione) sulle derivate.

Lezione 18 (16/05/2019): Integrazione di funzioni razionali - continuazioni. Successioni e limiti di successioni. Successioni convergenti e divergenti. Introduzione al calcolo dell'area sotto il grafico di una funzione positiva.

Lezione 19 (22/05/2019): Recapito: inf e sup nei numeri reali. Integrale definito di una funzione in un intervallo chiuso e limitato (integrale di Riemann). Integrabilità di funzione continue in un intervallo (senza dimostrazione). Alcune proprietà dell'integrale definito (senza dimostrazione). Teorema della media integrale (senza dimostrazione). Teorema fondamentale del calcolo: l'affermazione e come applicarla al calcolo di integrali definiti e aree.

Lezione 20 (23/05/2019): Dimostrazione del teorema fondamentale del calcolo. Calcolo di integrali definiti. Calcolo di area di regioni delimitate per i grafici di funzioni. Esempi.

Lezione 21 (30/05/2019): Calcolo di integrali definiti per parti e per sostituzione. Integrali impropri. Esempi. Introduzione al studio dei vettori in \mathbb{R}^n .

Lezione 22 (31/05/2019): Somma di vettori e prodotto di un scalare per un vettore. Prodotto scalare euclideo di vettori: definizione e proprietà. Norma di vettori: definizione e proprietà. Dimostrazione delle disuguaglianze triangolare e di Cauchy-Schwarz. Angolo fra due vettori in \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 . Esempi. Matrici e somma di matrici.

Lezione 23 (04/06/2019): Prodotto di due matrici. Funzione (lineare) associata ad una matrice. Sviluppo di Laplace (lungo una riga o lungo una colonna) per il calcolo di determinanti di matrici quadrate. Esempi. Interpretazione geometrica del determinante di una matrice 2×2 e di una matrice 3×3 .

Lezione 24 (05/06/2019): Rango di una matrice. Esempi: rango di matrici 2×2 e 3×3 . Prodotto vettoriale: calcolo, proprietà e interpretazione geometrica. Sistemi di equazioni lineari: esistenza di soluzioni (Teorema di Rouché-Capelli) e calcolo di soluzioni (Teorema di Cramer). Esempi.