

Esercizi per il Corso di MATEMATICA 2

Foglio 2

15 marzo 2019

1. Calcolare i seguenti limiti e verificare il risultato ottenuto mediante l'opportuna definizione.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x+1}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} \frac{1}{4x^2-9}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-3}{x-1}$
- (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{x}$
- (g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-\log_2(x^2))$
- (h) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4}{6x-18}$
- (i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln(x)}$
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2-x}{x}$
- (k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - x$
- (l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x-6}{1+e^x}$
- (m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x-1)$
- (n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{3x+4}$
- (o) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-7}{x-2}$
- (p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{3}}(x+2)$
- (q) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \log_3(x^2-4x)$
- (r) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-x}$
- (s) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x)}{x}$

2. Si dimostri che i seguenti limiti non esistono.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x-2}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-7}{x-2}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-x}{x}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{1}{4x^2-9}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x-1}$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4}{6x-18}$

3. Si usi il teorema della permanenza del segno per dimostrare che esiste un intervallo aperto H di $\mathbb{R}$ tale che ogni x in H soddisfa $x^5 < -3x^3 - 3$.¹

¹**Suggerimento:** si prenda la funzione $f(x) = x^5 + 3x^3 + 3$ e si guardi un'opportuno limite a cui si possa applicare il teorema della permanenza del segno in modo a risolvere l'esercizio.

4. Si trovino esempi di funzioni reali di variabile reale f e g tali che

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow c} f(x) + g(x) = 1$;

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow c} f(x)g(x) = -1$;

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = 2$;

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = 2019$.