



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI

# Lezioni di Matematica Finanziaria

**A cura di  
Beatrice Venturi**

## *Valutazione Prestiti*

## *Valutazione Prestiti*

- **valutazione** = attività che viene posta in essere per verificare l'**effetto** che un determinato **progetto** ha sulla **struttura** che lo realizza, sia essa un'**azienda** o un **privato**.

## *Valutazione Prestiti*

- **Costo di un investimento** = dato dai **flussi finanziari in uscita** connessi alla sua attuazione;
- **Investimento in senso stretto** = tutte le uscite precedono ogni entrata;  
**Investimento senso lato** = le uscite mediamente precedono le entrate.

# Investimenti

- Si può distinguere tra:
- a) **investimenti reali** (cioè investimenti in **attività produttive**)
- b) **finanziari** (come l'acquisto di **obbligazioni o titoli**).
-

# Investimenti

- Il **progetto** può anche essere di **finanziamento**:
- a)dirà in senso lato, quando le **entrate precedono mediamente le uscite,**
- b)in **senso stretto** quando **tutte le entrate precedono ogni uscita.**

# Investimenti

- Dal punto di vista concettuale, **non vi sono differenze tra i due tipi di investimento** se non che, nel caso di **investimenti finanziari**,
- l'insieme dei **flussi di cassa  $FC_s$**  (o la modalità con cui si formano)
- dei **tempi  $t_s$**  che definiscono la transazione è **specificato** in un **contratto scritto** e i **titoli** che **rappresentano tali contratti possono essere scambiati sul mercato.**

# Investimenti

- Dalla definizione si deduce che lo schema dell'operazione è:



# La durata media finanziaria (duration)

- La **duration** di un'operazione finanziaria rappresenta la **media ponderata delle scadenze**, nella quale i **pesi utilizzati** sono i **valori attuali delle diverse somme**:

$$D = \frac{\sum_{s=1}^n \left( t_s \cdot CF_{t_s} \cdot (1+i)^{-t_s} \right)}{\sum_{s=1}^n \left( CF_{t_s} \cdot (1+i)^{-t_s} \right)}$$

# **(duration)**

- **La duration = un indice di rischio calcolato sulla durata dell'operazione finanziaria,**
- **(per esempio, l'acquisto di titoli: quanto più è differito il pagamento delle cedole e del capitale, maggiore è la duration del titolo)**

# (duration)

la durata complessiva dell'operazione,  
è chiaramente:

$$0 - t_n$$

con

$$0 < D < t_n$$

# Il tempo di recupero (payback period)

- Tale **metodo valuta gli investimenti** sulla base del numero di **anni necessari** per recuperare l'**esborso di capitale iniziale**:
- si definisce, dunque, come l'**epoca a partire dalla quale il totale delle entrate cumulate supera definitivamente il totale delle uscite cumulate**.
- Se  **$k$**  è il periodo in cui il **cash flow cumulato diventa positivo**, si ha:

## Il tempo di recupero (payback period)

$$PP = (t_{k-1} - t_0) + \frac{|CF(t_{k-1})|}{CF(t_k)} \cdot (t_k - t_{k-1})$$

Pur essendo un indicatore immediato e pratico, il metodo del payback non tiene conto dei flussi che si verificano dopo che il capitale iniziale è stato ripagato ed ecco perché è poco utilizzato.

# I valore attuale netto (net present value)

- I **VAN** (Valore Attuale Netto) o
- **REA** (Rendimento Economico Attualizzato)
- o anche **NPV** (net Present Value)
- consiste nella **somma dei valori attuali delle entrate e delle uscite dell'operazione finanziaria**, calcolati al **tasso di valutazione  $i$** .

# VAN

- Formula di calcolo del VAN
- (si considera la legge di **capitalizzazione** adattandola ad **operazioni che producono flussi di cassa distribuiti lungo diversi periodi**).

# VAN

Dalla definizione si deduce che lo schema dell'operazione è:

**0 1 2 3 ..... *k* ..... *n***



**CF<sub>0</sub> CF<sub>1</sub> CF<sub>2</sub> ... CF<sub>*k*</sub> CF<sub>*n*</sub>**

In forma vettoriale

**$(CF_0; CF_1; CF_2; \dots; CF_k; \dots; CF_n) / (t_0; t_1; t_2; \dots; t_k; \dots; t_n)$**

# VAN

- **VAN= Somma flussi di cassa relativi al tempo  $t_0 = 0$  eguale al valore scontato in  $t_0 = 0$  di tutti i flussi di cassa futuri:**

$$\begin{aligned} VAN &= CF_0 + \frac{CF_1}{1+i} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+i)^n} = \\ &= \sum_{s=0}^n CF_s \cdot (1+i)^{-s} \end{aligned}$$

# VAN

- Un **progetto risulta conveniente** se
- il suo **VAN è positivo**,
- viceversa
- un **VAN negativo** indica un investimento economicamente non conveniente:
- in altri termini un progetto risulta conveniente quando **le entrate attualizzate superano le relative uscite.**

# TIR

- Rispetto al VAN, il TIR può essere visto come il **problema inverso**, in quanto è rappresentato dal tasso di interesse  $i^*$  al **quale l'operazione risulta equa**, cioè ha un **valore attuale nullo**.

$$(CF_0; CF_1; CF_2; \dots; CF_k; \dots; CF_n) / (t_0; t_1; t_2; \dots; t_k; \dots; t_n)$$

$$CF_0 + \frac{CF_1}{1+i} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+i)^n} = \sum_{s=0}^n CF_s \cdot (1+i^*)^{-s} = 0$$

# I T.A.N. e il T.A.E.G.

- A tutela del consumatore, il **Testo Unico Bancario** ha stabilito una serie di disposizioni e norme sulla trasparenza nei contratti di credito al consumo.
- Tra queste vi è l'obbligo per il **finanziatore** di dichiarare sia il **Tasso Annuo Nominale (TAN)** applicato sul finanziamento, sia il **costo effettivo comprensivo di tutti gli oneri legati al finanziamento**: si tratta del **TAEG, Tasso Annuo Effettivo Globale**.

# TAE<sub>G</sub>

- In **regime di interesse composto**, l'equazione che definisce il **TAE<sub>G</sub>** si ottiene applicando il **principio di equivalenza** in  $t_0 = 0$ :

$$V - Sp = \sum_{k=1} (R_k + C_k) \cdot (1 + i^*)^{-k}$$

Dove

$C_k$  = spese periodiche,

$R_k$  = la rata del prestito,

$V$  = rappresenta il valore attuale del prestito

$Sp$  = spese iniziali-

(la prima parte dell'equazione indica la somma effettivamente ricevuta in prestito).

# Calcolo TIR e VAN

- **Esempio**
- **Calcolare il TIR del titolo che scade tra due anni, paga una cedola annuale pari a 3, rimborsa 100 alla scadenza e costa oggi 95. Calcolare anche il VAN del titolo ai tassi del 2.5% e del 7%.**

# Calcolo TIR e VAN

- Schema operazione

$$\{-95; 3; 103\} / \{0; 1; 2\}$$

L'equazione finanziaria del TIR è

$$-95 + \frac{3}{(1+i)} + \frac{103}{(1+i)^2} = 0$$

# Calcolo TIR e VAN

- L'equazione finanziaria del TIR è

$$95(1+i)^2 - 3(1+i) - 103 = 0$$

La cui soluzione è

$$(1+i) = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 + 4 \cdot 95 \cdot 103}}{190}$$

# Calcolo TIR e VAN

- Scartando la radice negativa si trova:
- $1 + i = 1,0571$  e infine  $i = 0,0571$

# Calcolo del VAN

- Per il VAN si ha

$$VAN(2,5\%) = -95 + \frac{3}{1.025} + \frac{103}{(1.025)^2} = 5,96$$

$$VAN(7\%) = -95 + \frac{3}{1.07} + \frac{103}{(1.07)^2} = -2,23$$