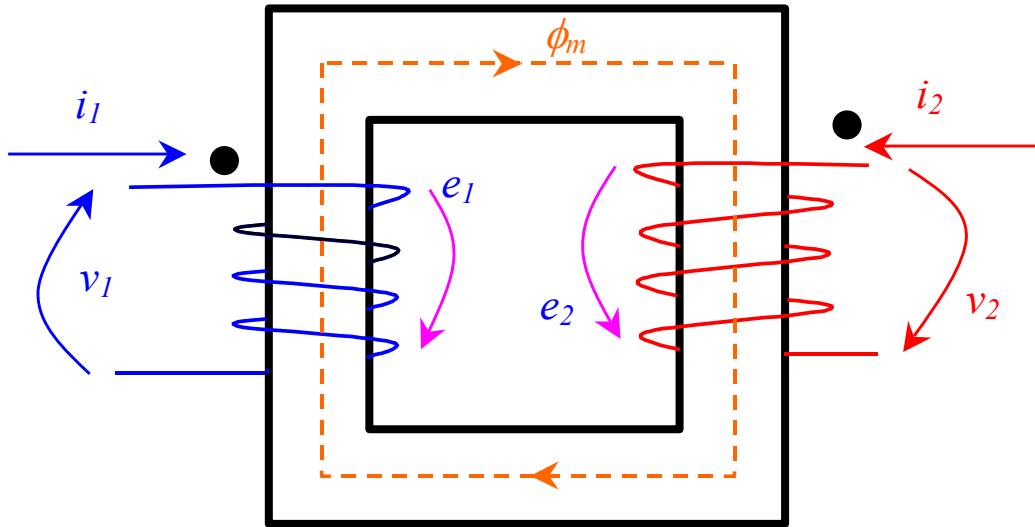


Il Trasformatore ideale



Ipotesi:

Sistema elettrico ideale

($r_1=r_2=0$)

Sistema magnetico ideale

$\Gamma=\infty$

Funzionamento a vuoto

Equazione di equilibrio primaria

$$v_1 + e_1 = r_1 i_1$$

$$v_1 + e_1 = 0;$$

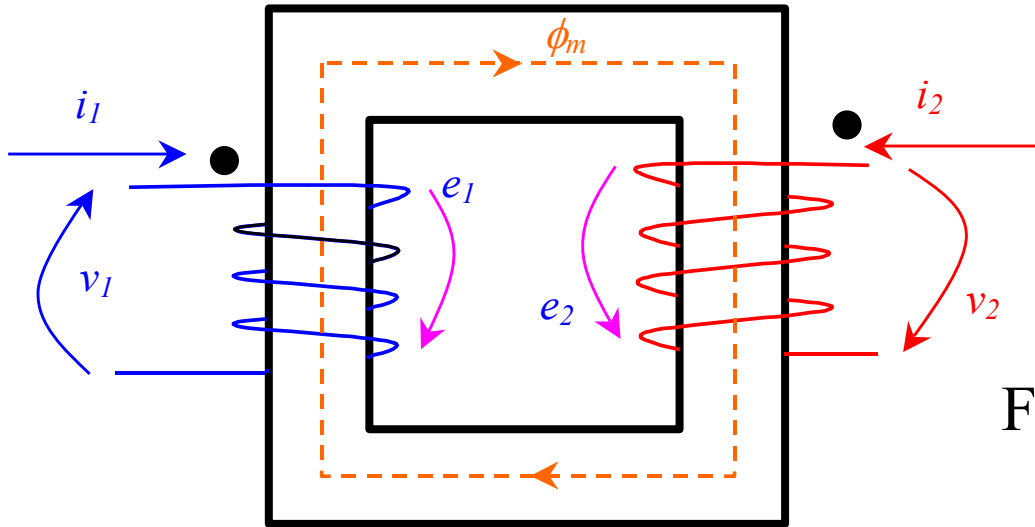
$$v_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt};$$

Equazione di equilibrio secondaria

$$e_2 - v_2 = 0;$$

$$v_2 = e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt};$$

Il Trasformatore ideale



Ipotesi:

Sistema elettrico ideale

($r_1=r_2=0$)

Sistema magnetico ideale

$\Gamma=\infty \Rightarrow \mu=\infty$

Funzionamento sotto carico

Analisi del sistema magnetico

$$\oint_{\gamma} H \cdot dl = N_1 i_1 + N_2 i_2;$$

$$\phi = B \cdot S;$$

$$B = \mu H \quad N_1 i_1 = -N_2 i_2;$$

Eq. primaria

$$v_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt};$$

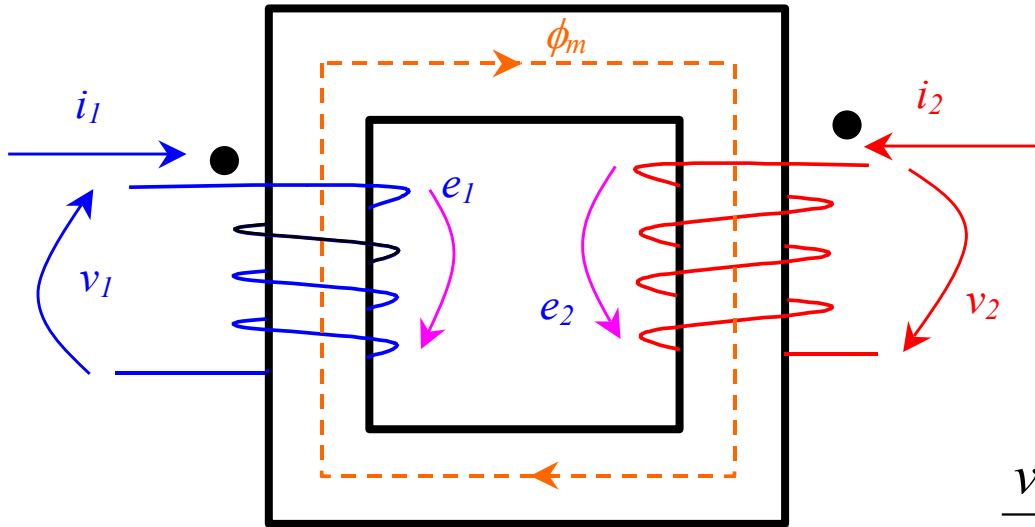
Eq. secondaria

$$v_2 = e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt};$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{k}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{N_1}{N_2} = -k$$

Il Trasformatore ideale sotto carico



$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{N_1}{N_2} = -k$$

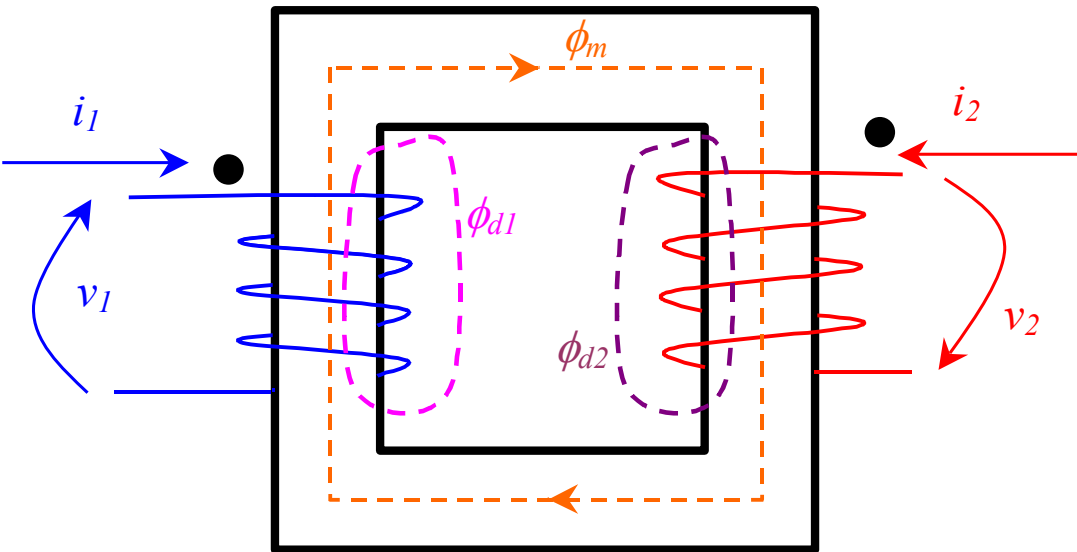
$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{k}$$

$$\frac{v_{in}}{v_{out}} = n \quad \frac{i_{in}}{i_{out}} = \frac{1}{n} \quad \frac{v_{in}}{i_{in}} = n^2 \frac{v_{out}}{i_{out}}$$

Analisi Energetica

$$p_1 = v_1 i_1; \quad p_2 = v_2 i_2; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1 i_1}{v_2 i_2} = \left(-\frac{N_1}{N_2} \right) \left(-\frac{N_2}{N_1} \right) = 1$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare



Ipotesi:

Sistema magnetico reale

Materiali con comportamento lineare

$\Gamma \neq \infty$

Applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti

$$\phi_1 = \phi_{m1} + \phi_{d1}$$

$$\phi_2 = \phi_{m2} + \phi_{d2}$$

$$\phi_m = \phi_{m1} + \phi_{m2}$$

$$N_1 \phi_{m1} = L_1 i_1$$

L_1 coefficiente di autoinduzione principale primario

$$N_2 \phi_{m1} = M i_1$$

$$L_1 = \frac{N_1}{N_2} M;$$

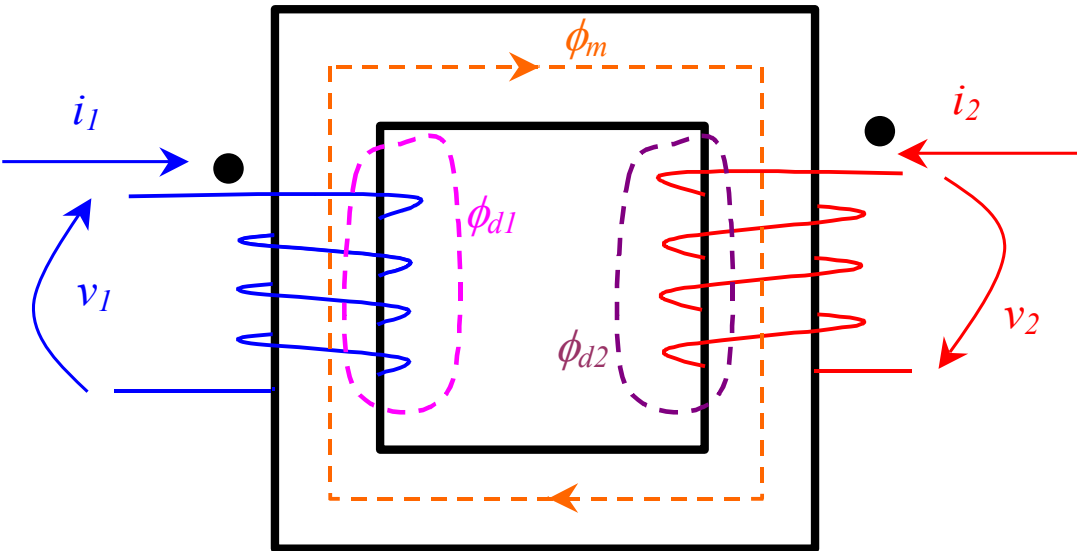
$$N_2 \phi_{m2} = L_2 i_2$$

L_2 coefficiente di autoinduzione principale secondario

$$N_1 \phi_{m2} = M i_2$$

$$L_2 = \frac{N_2}{N_1} M;$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare



Ipotesi:

Sistema magnetico reale

Materiali con comportamento lineare

$\Gamma \neq \infty$

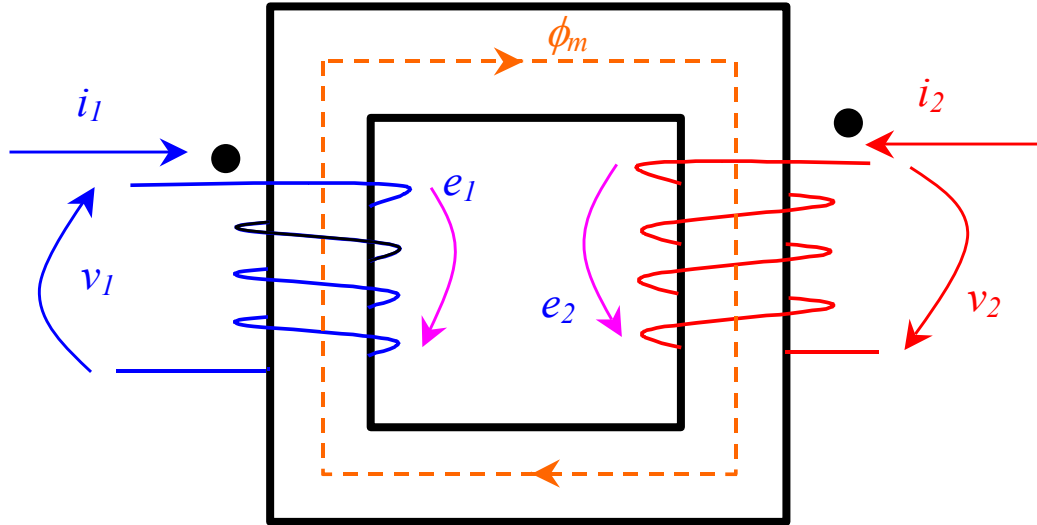
$$N_1 \phi_{d1} = L_{1d} i_1 \quad L_{1d} \text{ coefficiente di autoinduzione di dispersione primario}$$

$$N_2 \phi_{d2} = L_{2d} i_2 \quad L_{2d} \text{ coefficiente di autoinduzione di dispersione secondario}$$

$$\sigma_1 = \frac{L_{1d}}{L_1}; \quad L_{1t} = (1 + \sigma_1)L_1 \quad \sigma_1 \text{ Coefficiente di dispersione primario}$$

$$\sigma_2 = \frac{L_{2d}}{L_2}; \quad L_{2t} = (1 + \sigma_2)L_2 \quad \sigma_2 \text{ Coefficiente di dispersione secondario}$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare



Ipotesi:

Sistema magnetico reale

Materiali con comportamento lineare

$\Gamma \neq \infty$

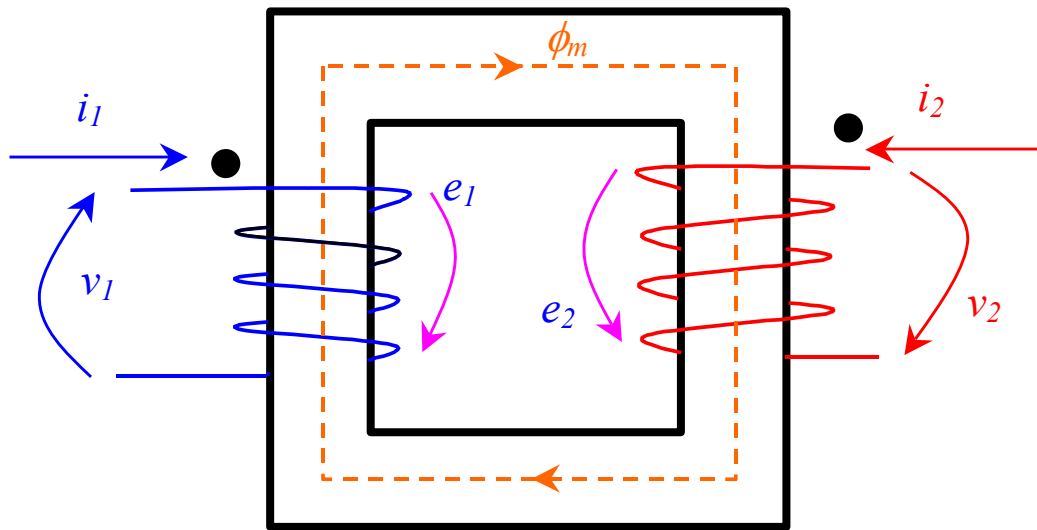
Equazione di equilibrio avv. primario

$$v_1 + e_1 = r_1 i_1$$

$$v_1 = r_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt}; \quad \phi_1 = \frac{L_{1t} i_1}{N_1}$$

$$v_1 = r_1 i_1 + L_{1t} \frac{di_1}{dt};$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare



Ipotesi:

Sistema magnetico reale

Materiali con comportamento lineare

$\Gamma \neq \infty$

Equazione di equilibrio avv. primario

$$\phi_1 = \phi_{1d} + \phi_m;$$

$$v_1 = r_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_{1d}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_m}{dt};$$

$$v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} - e_{1m};$$

$$\phi_m = \phi_{m1} + \phi_{m2}$$

$$v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{m1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{m2}}{dt};$$

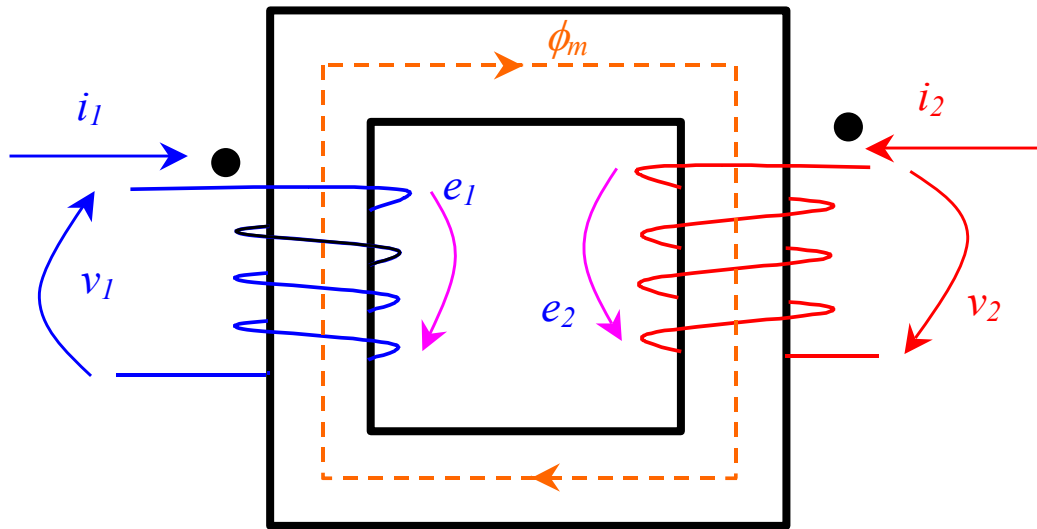
$$v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt};$$

$$L_1 = \frac{N_1}{N_2} M;$$

$$v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right)$$

$$v_1 = r_1 i_1 + \sigma_1 L_1 \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right)$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare



Ipotesi:

Sistema magnetico reale

Materiali con comportamento lineare

$\Gamma \neq \infty$

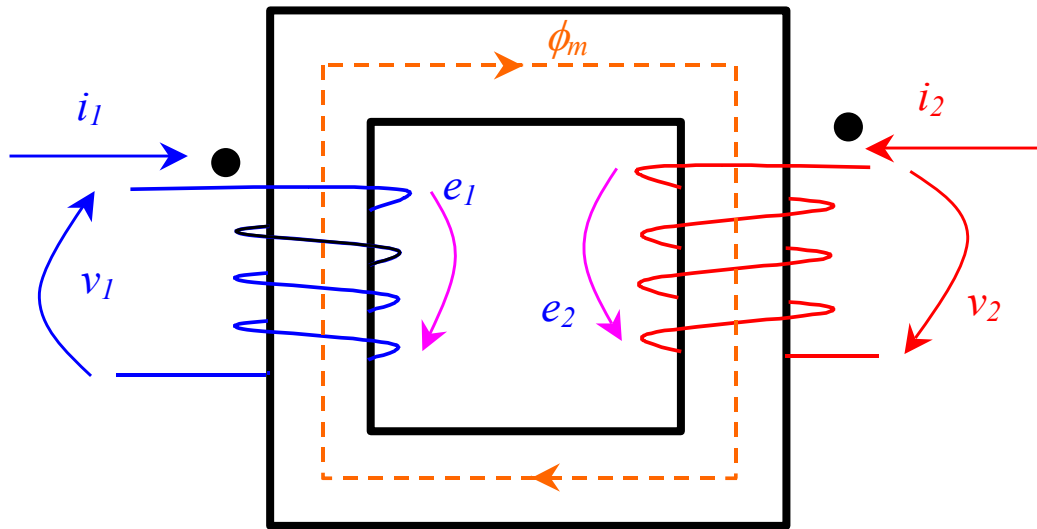
Equazione di equilibrio avv. secondario

$$e_2 = r_2 i_2 + v_2$$

$$-N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = r_2 i_2 + v_2; \quad \phi_2 = \frac{L_{2t} i_2}{N_2}$$

$$-L_{2t} \frac{di_2}{dt} = r_2 i_2 + v_2;$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare



Ipotesi:

Sistema magnetico reale

Materiali con comportamento lineare

$\Gamma \neq \infty$

Equazione di equilibrio avv. secondario

$$\phi_2 = \phi_{2d} + \phi_m;$$

$$-N_2 \frac{d\phi_m}{dt} = r_2 i_2 + N_2 \frac{d\phi_{2d}}{dt} + v_2;$$

$$e_{2m} = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2; \quad e_{2m} = -N_2 \frac{d\phi_m}{dt};$$

$$\phi_m = \phi_{m1} + \phi_{m2}$$

$$-N_2 \frac{d}{dt} (\phi_{m1} + \phi_{m2}) = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2;$$

$$-M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2;$$

$$N_2 \phi_{m1} = M i_1 \quad L_2 = \frac{N_2}{N_1} M;$$

$$-M \frac{d}{dt} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2;$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare

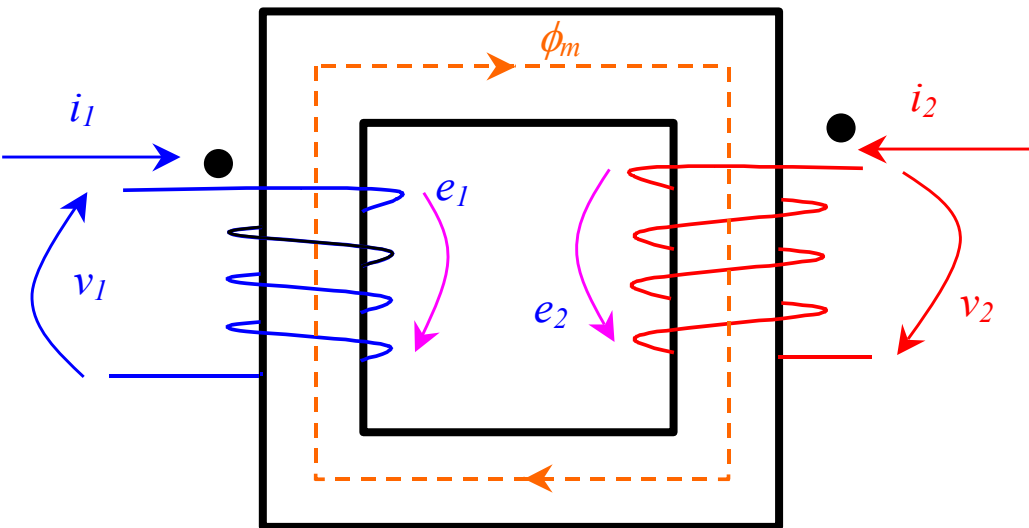
Sistema Magnetico

$$\oint_{\gamma} H \cdot dl = N_1 i_1 + N_2 i_2;$$

$$B_c = \mu H_c; \quad \phi_m = B_c \cdot S_c;$$

$$H_c = \frac{\phi_m}{S_c \mu}$$

Se si considera un tubo di flusso: ϕ_m è costante



$$\phi_m \oint_{\gamma} \frac{dl}{S_c \mu} = N_1 i_1 + N_2 i_2;$$

$$\phi_m \mathcal{R} = N_1 i_1 + N_2 i_2;$$

$$\phi_m = \Gamma(N_1 i_1 + N_2 i_2);$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare

Sistema Magnetico

$$\phi_m = \frac{1}{N_1} (L_1 i_1 + M i_2);$$

$$L_1 = \frac{N_1}{N_2} M; \quad L_2 = \frac{N_2}{N_1} M;$$

$$\phi_m = \frac{1}{N_2} (M i_1 + L_2 i_2);$$

$$\phi_m = \frac{1}{N_1} (L_1 i_1 + M i_2) = \frac{L_1}{N_1} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right);$$

$$i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_{1\mu}$$

$$\phi_m = \frac{1}{N_2} (M i_1 + L_2 i_2) = \frac{M}{N_2} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right);$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} \\ -M \frac{d}{dt} i_{1\mu} = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2 \\ i_{1\mu} = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{\phi_m \mathcal{R}}{N_1} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} - e_{1m} \\ e_{2m} = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2 \\ i_{1\mu} = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{\phi_m \mathcal{R}}{N_1} \end{array} \right.$$

$$\frac{e_{1m}}{e_{2m}} = \frac{N_1}{N_2};$$

Il Trasformatore Reale di tipo lineare

Riporto eq. Secondaria al primario

$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{N_1}{N_2} = -k$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{k}$$

$$P_{cu2} = r_2 i_2^2 = r_2' i_2'^2$$

$$r_2' i_2'^2 = r_2' \frac{i_2^2}{k^2} \Rightarrow r_2 = \frac{r_2'}{k^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} \\ -M \frac{d}{dt} i_{1\mu} = r_2 i_2 + L_{2d} \frac{di_2}{dt} + v_2 \\ i_{1\mu} = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{\phi_m \mathcal{R}}{N_1} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_{1m} \frac{d}{dt} i_{1\mu} \\ L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} = -k \cdot r_2 i_2 - k \cdot L_{2d} \frac{di_2}{dt} - k \cdot v_2 \\ i_{1\mu} = i_1 + \frac{1}{k} i_2 \end{array} \right.$$

Moltiplico per $-k$
primo e secondo membro

$$i_2 = -k \cdot i'_2$$

$$v_2 = -\frac{1}{k} v'_2$$

$$k^2 r_2 = r'_2$$

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} \\ L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} = -k \cdot r_2 i_2 - k \cdot L_{2d} \frac{di_2}{dt} - k \cdot v_2 \\ i_{1\mu} = i_1 + \frac{1}{k} i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} \\ L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} = k^2 \cdot r_2 i'_2 + k^2 \cdot L_{2d} \frac{di'_2}{dt} + v'_2 \\ i_{1\mu} = i_1 - i'_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + L_{1d} \frac{di_1}{dt} + L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} \\ L_1 \frac{d}{dt} i_{1\mu} = r'_2 i'_2 + L'_{2d} \frac{di'_2}{dt} + v'_2 \\ i_{1\mu} = i_1 - i'_2 \end{cases}$$