

## Soluzione esercizi di logica e insiemistica

1. Ponendo  $A = \text{“Luca studia bene”}$  e  $B = \text{“Luca supera brillantemente l’esame”}$ , l’enunciato dato si può formalizzare come:  $B \rightarrow A$ . Le risposte possono essere formalizzate come segue:
  - a)  $B \leftrightarrow A$ , dunque non è equivalente all’enunciato dato.
  - b)  $A \rightarrow B$ , dunque non è equivalente all’enunciato dato.
  - c)  $B \rightarrow A$ , dunque è equivalente.
  - d)  $\neg A \rightarrow \neg B$ , che è ottenuto da  $B \rightarrow A$  applicando la legge di contrapposizione  $((B \rightarrow A) \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \neg B))$  e dunque è equivalente all’enunciato dato.
2. La formula non è una tautologia. Un controesempio di ha per  $\alpha = \text{falso}$ ,  $\beta = \text{vero}$ ,  $\gamma = \text{vero}$ .
3. Risposte:
  - a) no
  - b) no
  - c) E’ soddisfacibile per  $\gamma = \text{vero}$ , indipendentemente dai valori assegnati ad  $\alpha$  e  $\beta$ .
  - d) E’ falsificabile per  $\gamma = \text{falso}$ , indipendentemente dai valori assegnati ad  $\alpha$  e  $\beta$ .
4. B, C, D non sono una partizione di A. Una possibile partizione è la seguente:  $B = \{a, c\}$ ,  $C = \{d, e, f\}$ ,  $D = \{b\}$ , perchè  $A = B \cup C \cup D$  e  $B \cap C = \emptyset$ ,  $B \cap D = \emptyset$ ,  $C \cap D = \emptyset$ . Si noti che le partizioni non sono uniche, infatti quella data non è l’unica possibile.
5.  $A \cap B = \{4, 5, 7\}$ , di conseguenza  $\mathcal{P}(A \cap B) = \{\emptyset, \{4\}, \{5\}, \{7\}, \{4, 5\}, \{4, 7\}, \{5, 7\}, \{4, 5, 7\}\}$ .
6.  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, A, \{2\}, \{3\}\}$ .
7.  $A^2 = \{(a, a), (a, e), (a, i), (a, o), (a, u), (e, a), (e, e), (e, i), (e, o), (e, u), (i, a), (i, e), (i, i), (i, o), (i, u), (o, a), (o, e), (o, i), (o, o), (o, u), (u, a), (u, e), (u, i), (u, o), (u, u)\}$ .  
La diagonale è:  $D = \{(a, a), (e, e), (i, i), (o, o), (u, u)\}$ .
8.  $(A \cap B) \times C = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (8, 0), (8, 1), (8, 2), (12, 0), (12, 1), (12, 2), (16, 0), (16, 1), (16, 2), (20, 0), (20, 1), (20, 2)\}$ .
9.  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$ .