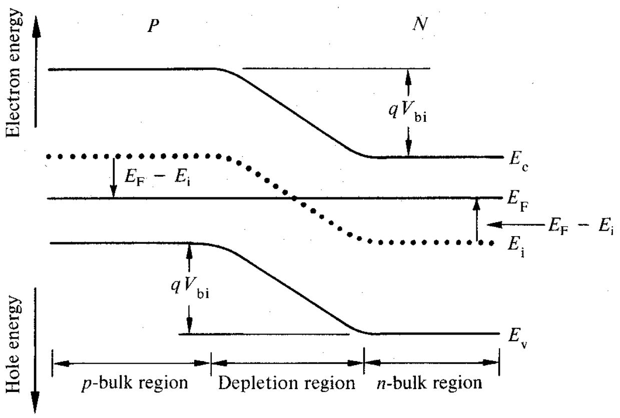
L’approssimazione di svuotamento - Equazione di Poisson

Le soluzioni quantitative per la densita’ di carica e il potenziale lungo la giunzione, sono legate alla soluzione dell’equazione di Poisson:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon_s}\left(p - n + N_D - N_A\right)$$

Tale equazione nella sua forma esatta e’ molto complessa da risolvere, per cui e’ necessario apportare delle semplificazioni. Quell’insieme di semplificazioni che permettono di risolvere facilmente l’equazione e’ chiamato **“approssimazione di svuotamento”.** Vedremo nel seguito quando questa approssimazione è accettabilmente giustificata nei diodi reali.

Come si risolve l’equazione di Poisson?



Si considera che la differenza $|E_i - E_F|$ nella regione di transizione e’ minore rispetto alle regioni neutre.Quindi si assume che:

•All’ interno della regione di transizione si abbia totale svuotamento di portatori mobili

$$\begin{matrix} p = 0 \\ n = 0 \end{matrix} \longrightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{q}{\varepsilon_S}\left[N_D(x) - N_A(x)\right]$$

•All’esterno di questa regione la neutralita’ di carica sia perfetta

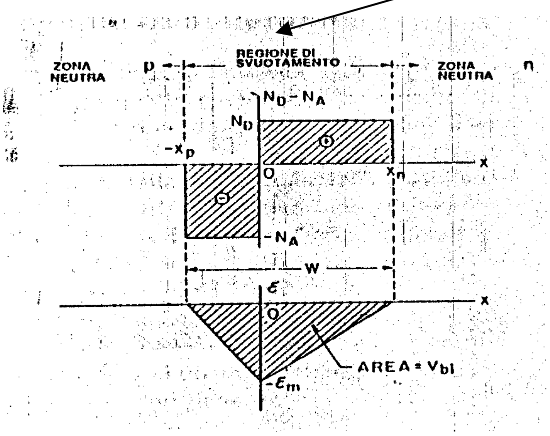
$$\left[N_D(x) - N_A(x) + p - n = 0\right] \longrightarrow \frac{d^2V}{dx^2} = 0$$

•Il raccordo sia di estensione trascurabile (approssimazione rettangolare)

L’equazione di Poisson si risolve in maniera differente a seconda della distribuzione delle impurita’. Consideriamo quindi due casi:

1. Giunzione brusca

ρ



Posto che: a) x_p e x_n sono sconosciuti, b) W= x_p + x_n , c) il sistema e’ neutro ($N_A x_p = N_D x_n$)
si puo’ impostare l’equazione per le quattro zone:

$$V_1^{II} = 0 \qquad V_2^{II} = \frac{qN_A}{\varepsilon_s} \qquad V_3^{II} = -\frac{qN_D}{\varepsilon_s} \qquad V_4^{II} = 0$$

$$V_1^{I} = 0 \qquad V_2^{I} = \frac{qN_A}{\varepsilon_s}\left(x + x_p\right) \qquad V_3^{I} = -\frac{qN_D}{\varepsilon_s}\left(x - x_n\right) \qquad V_4^{I} = 0$$

Le condizioni al contorno:

$$V_1^{I}(-x_p) = V_2^{I}(-x_p) \qquad V_2^{I}(0) = V_3^{I}(0) \qquad V_3^{I}(x_n) = V_4^{I}(x_n)$$

Integrando ancora:

$$V_1 = 0 \qquad V_2 = \frac{qN_A}{2\varepsilon_s}\left(x + x_p\right)^2 \qquad V_3 = -\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}\left(x - x_n\right)^2 + V_{bi} \qquad V_4 = V_{bi}$$

Con:

$$V_1\left(-x_p\right) = V_2\left(-x_p\right) \qquad V_2(0) = V_3(0) \qquad V_3\left(x_n\right) = V_4\left(x_n\right)$$

La seconda equazione pone una seconda condizione su x_n e x_p, oltre alla neutralita' del sistema:

$$\frac{qN_A}{2\varepsilon_s}x_p^2 = -\frac{qN_D}{2\varepsilon_s}x_n^2 + V_{bi}$$

$$N_A x_p = N_D x_n$$

Esplicitando queste relazioni in funzione di W si ottiene:

$$x_p = W\frac{N_D}{N_A + N_D}$$

$$x_n = W\frac{N_A}{N_A + N_D}$$

$$\boxed{W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q}\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}V_{bi}}}$$

Larghezza della regione svuotata per una giunzione brusca

Riassumendo:

noti N_A e N_D nella giunzione brusca, si conosce

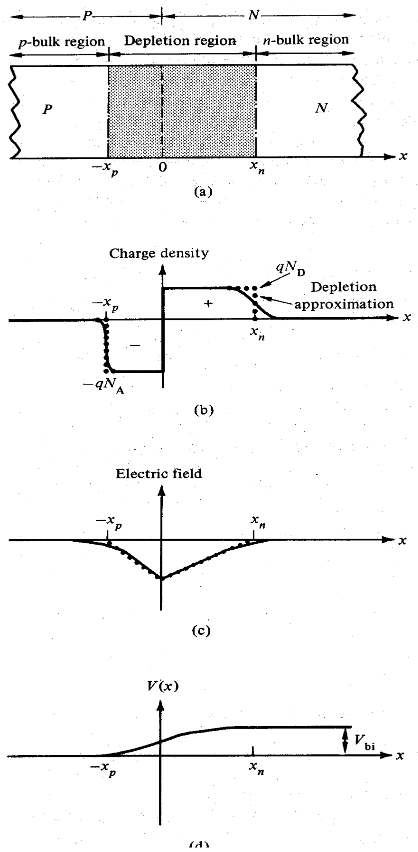
$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} \qquad W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} V_{bi}}$$

$$x_p = W \frac{N_D}{N_A + N_D} \qquad [E_i - E_F]_p = KT \ln \frac{N_A}{n_i}$$

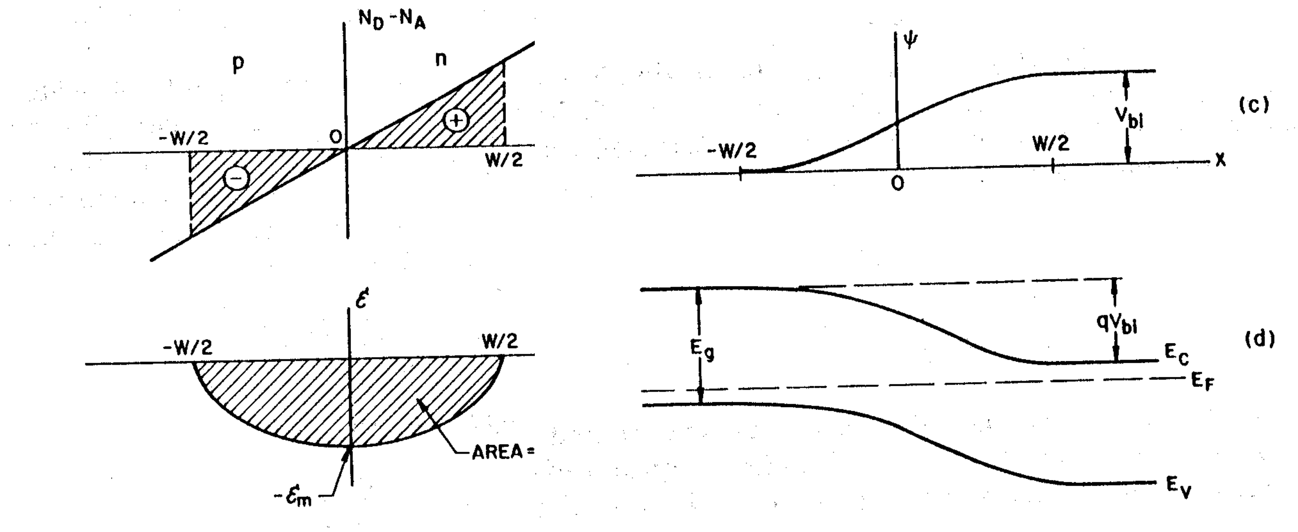
$$x_n = W \frac{N_A}{N_A + N_D} \qquad [E_F - E_i]_n = KT \ln \frac{N_D}{n_i}$$

e quindi si conosce:

- La carica netta
- Il campo elettrico
- Il potenziale elettrostatico
- La curvatura delle bande



2. Giunzione a gradiente lineare



in questo caso impostando l'equazione di Poisson nelle tre zone si ottiene:

$$V_1^{II} = 0 \qquad\qquad V_1^{I} = 0$$

$$V_2^{II} = -\frac{q}{\varepsilon_s} a x \qquad\qquad V_2^{I} = -\frac{qa}{2\varepsilon_s}\left[x^2 - \left(\frac{W}{2}\right)^2\right]$$

$$V_3^{II} = 0 \qquad\qquad V_3^{I} = 0$$

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = -\frac{qa}{2\varepsilon_s}\left[\frac{x^3}{3} - \left(\frac{W}{2}\right)^2 * x + c\right]$$

$$V_3 = V_{bi}$$

Condizioni al contorno:

$$V_1\left(-\frac{W}{2}\right) = V_2\left(-\frac{W}{2}\right) = 0 \longrightarrow c = -\frac{2}{3}\left(\frac{W}{2}\right)^3$$

$$V_2\left(\frac{W}{2}\right) = V_3\left(\frac{W}{2}\right) = V_{bi} \longrightarrow V_{bi} = \frac{qaW^3}{12\varepsilon_s}$$

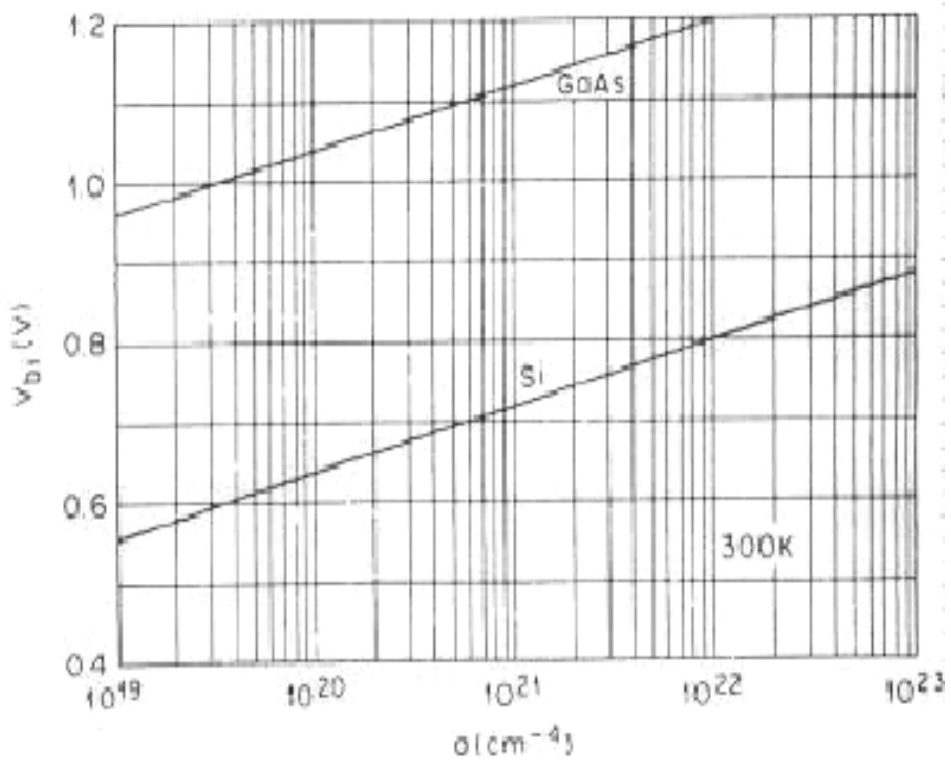
$$\downarrow$$

$$\boxed{W = \sqrt[3]{\frac{12\varepsilon_s V_{bi}}{qa}}}$$

Le concentrazioni delle impurita' alle due estremita' della regione di svuotamento sono identiche e pari ad aW/2. Di conseguenza il potenziale V_{bi} puo' essere espresso come:

$$V_{bi} = \frac{KT}{q}\ln\left(\frac{n_n}{n_p}\right) = \frac{KT}{q}\ln\left[\frac{\left(a\frac{W}{2}\right)^2}{n_i^2}\right] = \frac{2KT}{q}\ln\left(\frac{aW}{2n_i}\right)$$

dove a e' il gradiente della concentrazione delle impurita' ed e' noto



Variazione di V_{bi} per giunzioni a gradiente lineare in Si e GaAs in funzione del gradiente di impurita' a.