

1) Posto $z_1 = -3 + j$ e $z_2 = 2 - 5j$

a) calcolare $\text{Im}(z_1 + z_2)$

-4

b) calcolare $-\text{Re}[z_1 - j \cdot z_2]$

8

c) calcolare $\text{Im}[(z_1)^2]$

-6

d) calcolare $[\text{Re}(z_1)]^2$

9

e) calcolare $|z_1 z_2|$

$$|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{29} = 17.03$$

2) Calcolare la fase di $\frac{1}{\sqrt{27} - j3}$

$$-\arctg \frac{-3}{3\sqrt{3}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ \quad [\text{Re}[\sqrt{27} - 3j] \text{ e' positiva}]$$

3) Calcolare il modulo di $1 + \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{4}}$

$$\left| 1 + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right| = \left| 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} + j \frac{\sqrt{6}}{2} \right| = \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \right)^2 + \frac{6}{4}} = \sqrt{4 + \sqrt{6}} = 2.53$$

4) Calcolare la fase di $3 \cos \frac{\pi}{4} - j\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{3}$

$$\arctg \frac{-\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{3 \frac{\sqrt{2}}{2}} = -\arctg \frac{\sqrt{3}}{3} = -30^\circ$$

1) Posto $z_1 = -10 - 10j$

a) calcolare $\sqrt{z_1}$

$$z_1 = 10\sqrt{2} \angle -135^\circ$$

$$\sqrt{z_1} = \sqrt[4]{200} \angle \frac{-67.5^\circ + n180^\circ}{1} \quad n=0, 1$$

b) calcolare $\frac{z_1 + 20}{z_1 - 20}$

$$\frac{1-j}{-3-j} = \frac{(1-j)(-3+j)}{10} = \frac{-2+4j}{10} = -0.2 + j0.4$$

2) Determinare il valore minimo di α (reale) che massimizza

$$\left| 2j + e^{j(3\alpha-0.3)} \right|$$

e calcolare tale valore massimo

$$\angle 2j = \angle e^{j(3\alpha-0.3)} + 2n\pi \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 3\alpha - 0.3 + 2n\pi$$

$$\Rightarrow \alpha = 0.62 + 2n\frac{\pi}{3} \quad ; \quad \text{Max} = 3$$

3) Determinare il valore minimo di α (reale) che massimizza

$$\left| 1 + j + e^{j(\alpha-2)} \right|$$

e calcolare tale valore massimo

$$\angle 1+j = \angle e^{j(\alpha-2)} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \alpha - 2 + 2n\pi$$

$$\Rightarrow \alpha = 2.78 + 2n\pi \quad ; \quad \text{Max} = 1 + \sqrt{2}$$

4) Calcolare la parte reale di $\frac{1}{(3+j)x+2}$ con x reale

$$\frac{(3x+2) - jx}{(3x+2)^2 + x^2} \Rightarrow \text{p. Reale} = \frac{3x+2}{(3x+2)^2 + x^2}$$