

1 EFFICIENZA DI SCHERMAGGIO

Uno schermo elettromagnetico è un dispositivo che riduce, in maniera significativa, il campo elettromagnetico in una data zona dello spazio.

Il parametro caratterizzante uno schermo è la attenuazione in potenza o efficienza di schermaggio in potenza, data da:

$$S_P = \frac{\text{Densità di potenza in **assenza** dello schermo}}{\text{Densità di potenza in **presenza** dello schermo}}$$

Si può fare anche riferimento alla attenuazione in campo elettrico o magnetico, in dipendenza dal problema in esame, che sono definite in modo del tutto analogo:

$$S_E = \frac{\text{Campo elettrico in **assenza** dello schermo}}{\text{Campo elettrico in **presenza** dello schermo}}$$

$$S_M = \frac{\text{Campo magnetico in **assenza** dello schermo}}{\text{Campo magnetico in **presenza** dello schermo}}$$

Naturalmente, in caso di incidenza di onda piana, le due efficienze in campo sono la radice quadrata di S_P . In tal caso, se valutiamo le efficienze di schermaggio in dB , allora S_P , S_E ed S_M risultano uguali. Viceversa, per campo incidente diverso da una onda piana, conviene far riferimento alle attenuazioni in campo.

Qui considereremo solo alcuni casi tipici, ovvero schermo piano infinito pieno e campo incidente costituito da una onda piana o dal campo vicino di un dipolo. Tali analisi consentono, in molti problemi pratici, una comprensione del fenomeno dello schermaggio, e dei parametri che lo influenzano, e una valutazione qualitativa ragionevole della efficienza di schermaggio. Si rimanda a testi di *compatibilità elettromagnetica* per una discussione più esaustiva del problema.

2 SCHERMO LARGO

Il meccanismo più intuitivo per schermare il campo elettromagnetico utilizza la fortissima attenuazione del campo elettromagnetico all'interno dei buoni conduttori. Se infatti δ è la profondità di penetrazione nel conduttore, il campo si propaga (in direzione z) secondo la relazione

$$E(z) = E(0) e^{-j k_m z} \quad \implies \quad |E(z)| = |E(0)| \exp \left[-\frac{z}{\delta} \right]$$

Il più semplice schermo che utilizzi questo meccanismo è uno strato di buon conduttore di larghezza t , con $t \gg \delta$ per ottenere schermature elevate. Tuttavia anche conduttori solo discreti (o dielettrici con perdite) possono produrre buone efficienze di schermaggio.

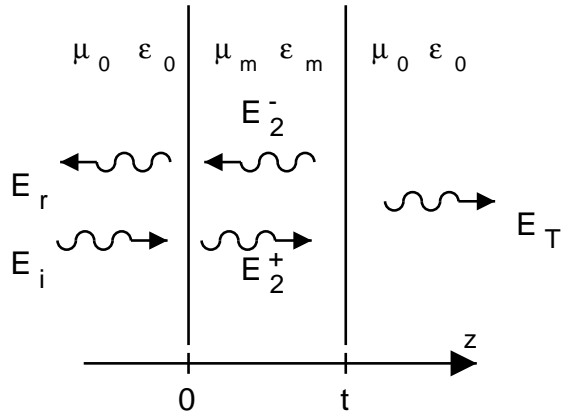


Fig.1: Geometria di uno schermo spesso

Conviene allora considerare per ora uno schermo **generico** con perdite, con costante di propagazione

$$k_m = \beta_m - j\alpha_m$$

e impedenza, Z_m , complesse. Consideriamo per ora uno strato spesso, il che significa

$$\alpha_m t \gg 1$$

Se da $z = -\infty$ incide ortogonalmente una onda piana di ampiezza E_i , all'interno dello strato ci saranno onde piane in direzione z , e quindi un campo nello strato dato da

$$E_2(z) = E_2^+ e^{-jk_m z} + E_2^- e^{jk_m z} \quad (1)$$

Al termine dello strato $z = t$, il rapporto tra il campo riflesso e quello incidente sarà pari al coefficiente di riflessione Γ_B della seconda interfaccia, vista dallo strato

$$\frac{E_2^- e^{jk_m t}}{E_2^+ e^{-jk_m t}} = \Gamma_B$$

da cui ¹

$$\left| \frac{E_2^-}{E_2^+} \right| = |\Gamma_B| \exp[-2\alpha_m t]$$

con

$$\Gamma_B = \frac{\zeta - Z_m}{\zeta + Z_m} \quad \text{e} \quad |\Gamma_B| < 1 \quad (2)$$

Il rapporto tra i due campi in $z = 0$ è quindi

$$\left| \frac{E_2^- e^{jk_m z}}{E_2^+ e^{-jk_m z}} \right|_{z=0} = \left| \frac{E_2^-}{E_2^+} \right| = |\Gamma_B| \exp[-2\alpha_m t] \ll 1$$

¹ Ricordiamo che E_2^+ ed E_2^- sono le ampiezze dell'onda progressiva e riflessa, calcolate in $z = 0$, ovvero alla **prima interfaccia**.

Pertanto in $z = 0$, e comunque vicino alla prima interfaccia, il campo riflesso è del tutto trascurabile.

Il risultato di questa valutazione é che un problema in cui é presente uno strato con perdite largo, ovvero per cui $\alpha_m t \gg 1$, può essere decomposto in due problemi distinti, il primo fino allo strato con perdite, che possiamo supporre infinito (non essendoci onda riflessa che arriva), il secondo iniziando dalla faccia destra della superficie iniziale di tale strato. L'ampiezza del campo progressivo su tale faccia (pari al campo totale in tale punto) consente di collegare i due problemi.

Pertanto l'analisi della prima interfaccia viene fatta considerando il secondo strato infinito. Risulta quindi

$$E_2^+ = (1 + \Gamma_A) E_i \quad (3)$$

dove

$$\Gamma_A = \frac{Z_m - \zeta}{Z_m + \zeta} \quad (4)$$

La E_2^+ data da (3) viene poi usata per analizzare lo strato e il terzo mezzo. In particolare, le (1,2) consentono di calcolare il campo in tutto il secondo strato, e il campo trasmesso nel terzo strato vale infine

$$E_t = (1 + \Gamma_B) E_2^+ e^{-jk_m t} = (1 + \Gamma_B)(1 + \Gamma_A) E_i e^{-jk_m t} \quad (5)$$

essendo $E_2^+ e^{-jk_m t}$ l'ampiezza dell'onda incidente sulla interfaccia B posta in $z = t$.

Poichè primo e terzo strato hanno la stessa impedenza caratteristica, la densità di potenza è proporzionale al modulo quadro del campo elettrico e si ha quindi per l'efficienza di schermaggio

$$S_P = \frac{|E_i|^2}{|E_t|^2} = \frac{|E_i|^2}{|(1 + \Gamma_B)(1 + \Gamma_A)|^2 |E_i|^2 \exp[-2\alpha_m t]} = \frac{\exp[2\alpha_m t]}{|(1 + \Gamma_B)(1 + \Gamma_A)|^2} \quad (6)$$

D'altra parte, da (2,4), segue $\Gamma_A = -\Gamma_B$ e quindi

$$(1 + \Gamma_A)(1 + \Gamma_B) = (1 + \Gamma_A)(1 - \Gamma_A) = 1 - \Gamma_A^2 = 1 - \left[\frac{Z_m - \zeta}{Z_m + \zeta} \right]^2 = \frac{4Z_m \zeta}{(Z_m + \zeta)^2}$$

e sostituendo

$$S_P = \frac{|Z_m + \zeta|^4}{16|Z_m|^2 \zeta^2} \exp[2\alpha_m t] \quad (7)$$

Dalla (7) segue, come ci si aspettava, che lo schermaggio è tanto più grande quanto maggiore è il prodotto $\alpha_m t$. Tuttavia anche il primo termine della (7) può essere significativamente maggiore di 1 e contribuisce allo schermaggio. Ripercorrendo i passaggi che hanno condotto a (7), si vede che tale termine deriva essenzialmente dalla riflessione alla prima interfaccia. Se questa è caratterizzata da Γ_A vicino a -1 , il campo incidente viene quasi totalmente riflesso dalla prima interfaccia, e la piccola aliquota che viene trasmessa è poi ulteriormente attenuata nella propagazione nel conduttore.

Queste considerazioni suggeriscono che uno schermo di buon conduttore può dare una elevata efficienza di schermaggio anche se è sottile, ovvero in assenza di attenuazione dovuta

alla propagazione, semplicemente grazie alla riflessione alla prima interfaccia. Alla discussione quantitativa di questo è dedicato un successivo paragrafo.

3 SCHERMO CONDUTTORE LARGO

Se il materiale da cui è costituito lo schermo è un buon conduttore, è possibile ulteriormente specializzare le relazioni del paragrafo precedente.

Ricordiamo che un materiale è detto un buon conduttore se la sua conducibilità σ soddisfa a

$$\sigma \gg \omega|\epsilon|$$

I suoi parametri sono allora

$$\begin{aligned} k_m &= \frac{1-j}{\delta} & \Rightarrow & & \alpha_m &= \frac{1}{\delta} \\ Z_m &= \frac{1+j}{\sigma\delta} \end{aligned} \tag{8}$$

dove la profondità di penetrazione vale

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}$$

e la condizione di schermo spesso sarà quindi

$$t \gg \delta$$

La permeabilità risulta in genere pari a $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, permeabilità del vuoto. Fanno eccezione i materiali ferromagnetici, che, almeno a bassa frequenza (e per campi deboli come quelli che consideriamo qui) hanno un comportamento magnetico molto diverso dal vuoto, con

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

e dove la permeabilità relativa μ_r è intorno a 1000 per metalli come ferro, o acciaio, e può superare il valore di 80000 per leghe particolari (*Mu-metal*, *Permalloy*). La conducibilità di questi materiali è molto inferiore a quella del rame, ma comunque varia tra 10^3 e 10^6 S/m, con i valori maggiori per il ferro e alcuni acciai, e quelli più piccoli per l'acciaio inossidabile e le leghe magnetiche. Occorre però anche ricordare che la risposta magnetica, che è dovuta al moto di orientazione dei *domini magnetici*, scompare già a frequenze di qualche MHz.

Per tener conto che a bassa frequenza l'uso di materiali ferromagnetici è molto diffuso (anche per motivi tecnologici), conviene scrivere la profondità di penetrazione nella forma

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_r\mu_0}} \tag{9}$$

La (9) mostra che, a parità di σ , δ si riduce al crescere di μ_r (ed é molto piú piccola che per un materiale non magnetico co la stessa conducibilit ). Pertanto la condizione di schermo spesso   sempre meglio verificata (a parit  di σ) al crescere di μ_r .

L'efficienza di schermaggio S_P per un buon conduttore vale, sostituendo (8) nella (7),

$$S_P = \frac{|Z_m + \zeta|^4}{16|Z_m|^2\zeta^2} \exp \left[2\frac{t}{\delta} \right] \quad (10)$$

in cui il fattore esponenziale garantisce, nel caso magnetico, una elevata efficienza. Invece, essendo $|Z_m|$ pi  grande nei conduttori ferromagnetici, il primo fattore della (10) (quello dovuto alla riflessione), pu  essere meno importante. Tuttavia, nel complesso, la presenza di $\mu_r \gg 1$ garantisce, a parit  di conducibilit  e per schermi spessi, una efficienza di schermaggio pi  elevata.

Una ulteriore semplificazione della (10) si ottiene se $|Z_m| \ll \zeta$. In tal caso, dalla (4), anche $\Gamma_A \simeq -1$. Ne segue che ci sar  anche una buona riflessione alla prima interfaccia. La (10) diventa allora

$$S_P = \frac{\zeta^4}{16|Z_m|^2\zeta^2} \exp \left[2\frac{t}{\delta} \right] = \frac{(\zeta\sigma\delta)^2}{32} \exp \left[2\frac{t}{\delta} \right] \quad (11)$$

La (11)   sempre valida se $\mu_r = 1$, mentre pu  non essere valida nel caso magnetico.

4 SCHERMO CONDUTTORE SOTTILE (NON MAGNETICO)

Se la frequenza scende, la profondit  di penetrazione aumenta, e quindi a un certo punto non   possibile realizzare schermi larghi rispetto a δ , se non utilizzando materiali ferromagnetici. Conviene quindi esaminare in dettaglio il caso in cui lo spessore dello schermo, conduttore,   molto pi  piccolo della profondit  di penetrazione.

Possiamo limitarci al caso di schermi non magnetici in quanto i valori tipici di conducibilit  e permeabilit  magnetica de materiali ferromagnetici per schermi producono valori di δ sempre molto piccoli. L'unica eccezione si ha alle frequenze industriali (decine di Hz), in cui uno schermo di acciaio ha una profondit  di penetrazione dell'ordine di diversi mm . Tuttavia, anche in tal caso,   possibile trascurare la presenza degli effetti magnetici nel modello (usando per  i parametri di propagazione corretti) se lo schermo risulta sottile.

Esaminiamo quindi cosa succede se lo schermo   molto pi  sottile della profondit  di penetrazione, e, a maggior ragione, della lunghezza d'onda nel mezzo esterno.

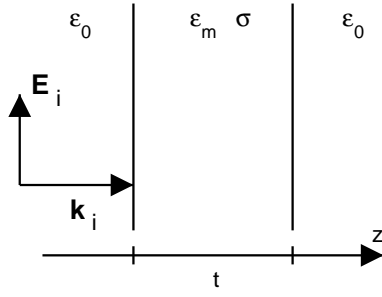


Fig. 1: Geometria dello schermo conduttore

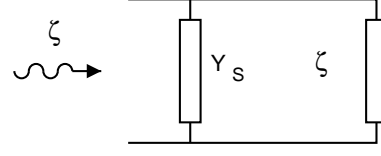


Fig. 2: Circuito per il calcolo di Γ

Consideriamo allora uno schermo buon conduttore di spessore $t \ll \delta$, come in Fig. 1, per il quale possiamo utilizzare i risultati degli strati sottili. In particolare, se E_i è il campo incidente, il coefficiente di riflessione può essere calcolato usando il circuito di Fig. 2, essendo ζ l'impedenza del mezzo circostante lo strato, e

$$Y_s = j \frac{1}{\zeta} (\varepsilon_r - 1) \beta_0 t$$

l'ammettenza equivalente allo strato.

il campo trasmesso (oltre lo strato sottile) vale allora

$$E_{tr} = (1 + \Gamma) E_i \quad (12)$$

dove Γ è calcolato come

$$\Gamma = \frac{Z_{eq} - \zeta}{Z_{eq} + \zeta} \quad \Rightarrow \quad 1 + \Gamma = \frac{2Z_{eq}}{Z_{eq} + \zeta} \quad (13)$$

essendo Z_{eq} il parallelo tra l'impedenza dello strato e quella del mezzo:

$$Z_{eq} = \left[Y_s + \frac{1}{\zeta} \right]^{(-1)} = \frac{\zeta}{1 + \zeta Y_s}$$

Sostituendo nella (13):

$$1 + \Gamma = \frac{2Z_{eq}}{Z_{eq} + \zeta} = \frac{2}{2 + Y_s \zeta} \quad (14)$$

Per un buon conduttore risulta

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_0} - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \simeq -j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$$

che è in modulo molto più grande di 1. Quindi anche $\varepsilon_r - 1 \simeq \varepsilon_r$ e

$$Y_s = j \frac{1}{\zeta} (\varepsilon_r - 1) \beta_0 t = j \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(-j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right) \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} t = \sigma t \quad (15)$$

La (12) diventa quindi

$$E_{tr} = \frac{2}{2 + Y_s \zeta} E_i = \frac{2}{2 + \sigma t \zeta} E_i$$

e di conseguenza

$$S_P = \frac{|E_i|^2}{|E_{tr}|^2} = \left(\frac{2 + \sigma t \zeta}{2} \right)^2 = \left(1 + \frac{\sigma t \zeta}{2} \right)^2 \quad (16)$$

Il prodotto $\sigma \zeta$ è, dimensionalmente, l'inverso di una lunghezza. Tale lunghezza è tipicamente molto inferiore al millimetro, e quindi, a meno che t non sia troppo piccolo, $S_P = (\sigma t \zeta)^2 / 4$.

Si vede quindi che anche schermi molto più sottili della profondità di penetrazione, purchè costituiti da materiali buon conduttore, possono dare efficienze di schermaggio consistenti, a causa della riflessione alla interfaccia aria-conduttore.

5 LIMITI DI VALIDITÀ

Le equazioni (11) ed (16) per un buon conduttore valgono in due intervalli differenti di spessore. Se però andiamo ad estrapolarle (per $\mu_r = 1$) in $t = \delta$, otteniamo

$$S_P = \frac{(\zeta \sigma \delta)^2}{32} e^2 = \frac{(\zeta \sigma \delta)^2}{4.33} \quad \text{e} \quad S_P = \frac{(\zeta \sigma t)^2}{4} = \frac{(\zeta \sigma \delta)^2}{4}$$

ovvero, nonostante siano basate su approssimazioni completamente diverse, forniscono sostanzialmente lo stesso risultato (una differenza del 8% tra i due è assolutamente non significativa in problemi di schermaggio).

Alla stessa conclusione si arriva considerando i dati di S_P calcolati (per $t \in [0.05\delta, 5\delta]$) con entrambe le approssimazioni (11) e (16), riportati in Fig. 1, e confrontati col valore esatto di S_P ¹.

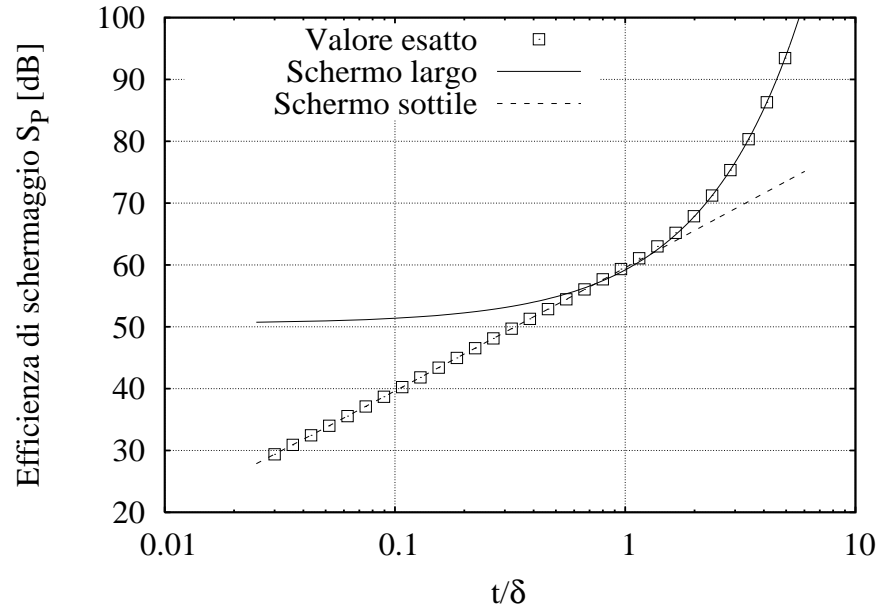


Fig. 1: Efficienze di schermaggio esatte ed approssimate
($\sigma = 10^5 \text{ S/m}$, $f = 1 \text{ GHz}$)

¹ Avendo preso come ascissa lo spessore normalizzato, le curve riportate in Fig. 1, e nella successiva Fig. 2 valgono per tutte le frequenze ed i valori di σ che garantiscono che il materiale sia, a quella frequenza, un buon conduttore.

Si vede immediatamente che le due approssimazioni di schermo spesso e sottile hanno una zona di sovrapposizione (nei limiti di precisione del grafico, che sono però quelli richiesti in problemi di schermaggio). Questa conclusione è confermata dall'analisi dell'errore di approssimazione riportata in Fig. 2.

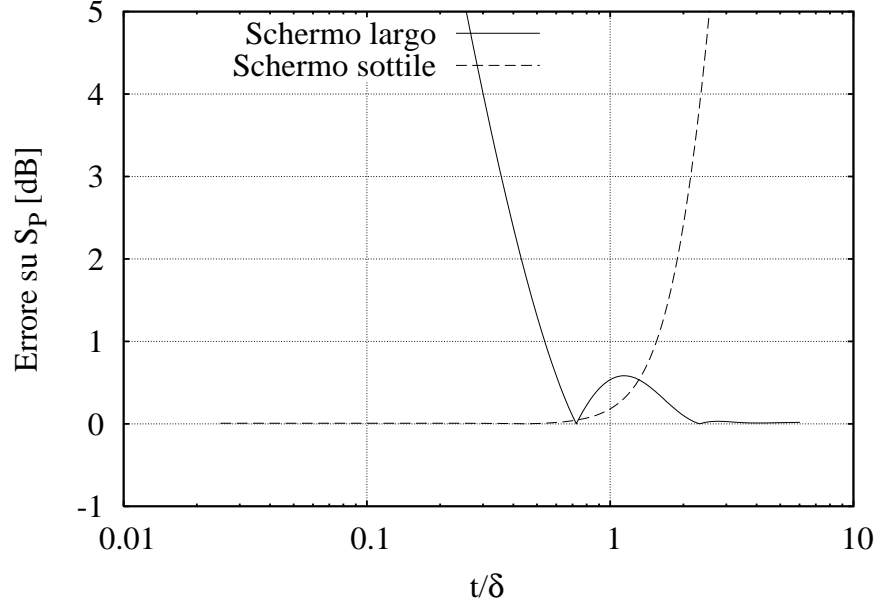


Fig. 1: Errore di approssimazione su S_P delle (11) e (16)
($\sigma = 10^5 \text{ S/m}$, $f = 1 \text{ GHz}$)

Per i valori tipici di frequenza, conducibilità e permeabilità dei materiali ferromagnetici, gli errori delle espressioni approssimate (10) per schermo spesso e (16) per schermo sottile sono ancora quelli di Fig. 2, a patto di usare il valore di δ corretto, ovvero calcolato tenendo conto di μ_r .

In altri termini possiamo usare, per schermi buon conduttore, ferromagnetici o meno,

- la (10) per $t > \delta$ in tutti i casi;
- la (11) se risulta anche $\mu_r = 1$ oppure $|Z_m| \ll \zeta$;
- la (16) per $t < \delta$, sia per $\mu_r = 1$, sia per i metalli e le leghe ferromagnetiche già viste.

6 INCIDENZA OBLIQUA

Il caso di onda piana con incidenza obliqua può essere trattato allo stesso modo della incidenza ortogonale. Fissato l'angolo di incidenza θ_i , la legge di Snell ci dice che l'onda piana trasmessa a destra oltre lo strato ha esattamente lo stesso angolo, mentre all'interno dello strato si ha:

$$k_x = \beta_0 \sin \theta_i \quad k_z^2 = k_m^2 - k_x^2 \quad (17)$$

essendo k_m la costante di propagazione dello strato con perdite. Se il materiale è un buon conduttore, allora k_m è data da (8). Introduciamo la lunghezza d'onda λ nel mezzo esterno, ottenendo

$$k_z^2 = \left(\frac{1-j}{\delta} \right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta_i$$

Ma $\delta \ll \lambda$ e quindi segue $k_z \simeq k_m$ e di conseguenza $|k_z| \gg |k_x|$. Pertanto, indipendentemente da θ_i , l'onda piana all'interno del buon conduttore viaggia sempre in direzione ortogonale all'interfaccia (ovvero, nel nostro caso, in direzione z).

Quindi l'unica differenza sarà nel calcolo dei coefficienti di riflessione, in quanto ora l'impedenza caratteristica del mezzo esterno, ζ , deve essere sostituita dalla impedenza d'onda dell'onda incidente, che dipende dall'angolo di incidenza e dal tipo di orientazione dell'onda incidente.

Di conseguenza potremo ancora utilizzare l'elenco del paragrafo precedente, ma sostituendo (nelle formule e nelle condizioni) l'impedenza di spazio libero ζ con la impedenza d'onda Z_W corrispondenti alla orientazione del campo incidente. Quindi le (10,11) per schermo spesso, $t \gg \delta$, verranno sostituite rispettivamente da

$$S_P = \frac{|Z_m + Z_W|^4}{16|Z_m|^2 Z_W^2} \exp \left[2 \frac{t}{\delta} \right] \quad (18)$$

$$S_P = \frac{(Z_W \sigma \delta)^2}{32} \exp \left[2 \frac{t}{\delta} \right] \quad (19)$$

e la (16) per schermo sottile, $t \ll \delta$, verrà sostituita da

$$S_P = \left(1 + \frac{\sigma t Z_W}{2} \right)^2 \quad (20)$$

con le medesime considerazioni sulla sua validità.

Concludiamo notando che, poichè la riflessione sulla prima interfaccia ha un ruolo, si trova che la orientazione p , in cui l'impedenza Z_W è più piccola di ζ , viene schermata, da un buon conduttore, peggio della polarizzazione s , che ha una impedenza Z_W più grande.

7 SCHERMI MULTIPLI

Oltre allo schermo singolo visto precedentemente, possono essere usati (per motivi elettromagnetici o tecnologici) anche schermi multipli.

Se tutti questi schermi sono sottili, basta sostituire a ciascuno schermo la sua ammettenza equivalente, come visto nella prima parte. Inoltre va ricordato che l'ammettenza di uno schermo conduttore sarà in genere molto più grande di quella di strati dielettrici, e quindi questi ultimi potranno normalmente essere trascurati. Occorre quindi esaminare in dettaglio solo il caso in cui vi è uno (o più) schermi larghi, oltre a schermi sottili, in cascata ¹.

Consideriamo dapprima il caso in cui uno schermo largo, di parametri ε_m, μ_m , e quindi con $k_m = \beta_m - j\alpha_m$. Lo spessore t_2 è tale che $\alpha_m t_2 \gg 1$. Prima dello schermo è disposto (Fig. 1) uno strato sottile, di parametri ε_1, μ_1 .

¹ Stiamo qui considerando solo schermi con perdite e larghi, oppure schermi sottili. La presenza di schermi non conduttori la cui larghezza non sia piccola rispetto a λ , richiede un formalismo (Teoria delle linee di trasmissione) che qui non è stato sviluppato

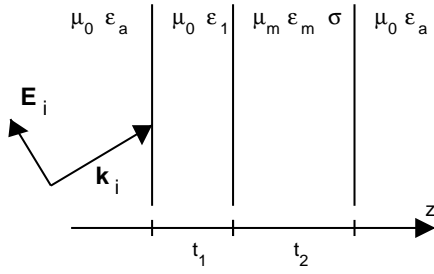


Fig.1: Schermo spesso preceduto da schermo sottile
(L'orientazione di \mathbf{E} nella figura è arbitraria)

L'analisi del Par. 2 mostra che, vicino alla interfaccia sinistra dello schermo spesso, non è presente onda riflessa. Quindi possiamo ripetere la discussione di quel paragrafo, che conduce alla (6), con la differenza che, per calcolare Γ_A , occorre considerare la struttura di Fig. 2.

Se Y_c è la ammettenza equivalente allo strato sottile, da calcolare per la struttura di Fig. 2, risulterà

$$\Gamma_A = \frac{Z_C - \zeta_a}{Z_C + \zeta_a} \quad \text{con} \quad Z_C = \left[Y_c + \frac{1}{Z_m} \right]^{(-1)}$$

con $\Gamma_B \neq -\Gamma_A$, per cui la (7) non sarà più valida (né lo saranno le sue conseguenze (10,11)), e va sostituita dalla (6). Considerazioni analoghe si potranno fare se lo strato sottile è posto dopo lo strato largo con perdite, o se ve ne sono più di uno.

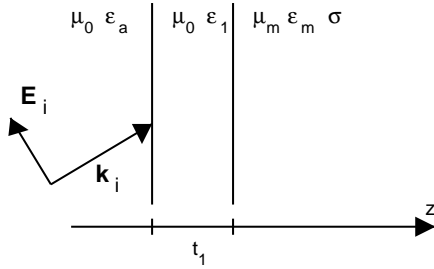


Fig.2: Geometria equivalente per il calcolo di Γ_A .

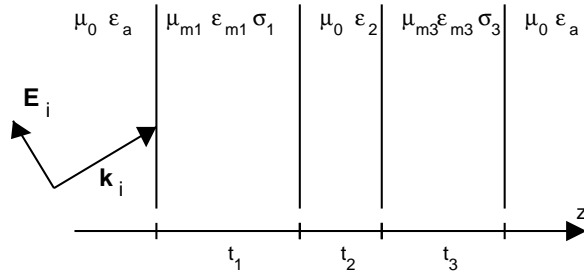
Gli strati sottili, quindi, modificano soltanto il termine di riflessione della (6), ed hanno effetto se l'ammettenza equivalente agli strati risulta comparabile a quella dello strato largo.

Le considerazioni possono essere generalizzate al caso di più strati larghi. Consideriamo in dettaglio solo il caso di Fig. 3, in cui due strati larghi con conducibilità sono separati da uno strato sottile.

Usando i pedici per indicare grandezze dei vari strati, e seguendo la derivazione del Par. 2 si avrà:

$$\begin{aligned} E_1^+ &= (1 + \Gamma_A) E_i \\ E_3^+ &= (1 + \Gamma_B) E_1^+ \exp[-\alpha_{m1}t_1] \\ E_t &= (1 + \Gamma_C) E_3^+ \exp[-\alpha_{m3}t_3] \end{aligned} \tag{21}$$

in cui Γ_A si calcola considerando solo lo strato esterno, e quello 1, Γ_B si calcola sulla zona centrale, usando la geometria della Fig. 4, da cui segue



*Fig.3: Doppio schermo spesso
(L'orientazione di \mathbf{E} nella figura è arbitraria)*

$$\Gamma_B = \frac{Z_C - Z_{m1}}{Z_C + Z_{m1}} \quad \text{con} \quad Z_C = \left[Y_{c2} + \frac{1}{Z_{m3}} \right]^{(-1)}$$

dove Y_c è calcolata usando la struttura di Fig. 4.

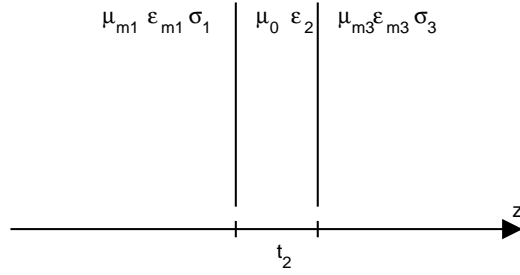


Fig.4: Geometria per il calcolo di Γ_B per il doppio schermo spesso.

Infine Γ_C si calcola tra la zona 3 e quella terminale. L'efficienza di schermaggio diventa quindi

$$S_P = \frac{\exp[2\alpha_{m1}t] \exp[2\alpha_{m3}t]}{|(1 + \Gamma_C)(1 + \Gamma_B)(1 + \Gamma_A)|^2} \quad (22)$$

8 DIPOLO ELEMENTARE

Con il termine *dipolo elementare* si indica una sorgente di estensione spaziale molto piccola (rispetto a λ), costituita da una densità di corrente orientata in una unica direzione, e costante con essa.

Assumiamo l'asse z lungo la direzione della densità di corrente. Allora anche la corrente I sarà rivolta lungo z , e sarà costante in un tratto Δz pari alla lunghezza del dipolo elementare. La *ampiezza* della sorgente sarà data dal prodotto $I\Delta z$.

Per spiegare l'uso del termine *dipolo* per tale sorgente, notiamo che la corrente \mathbf{J} può essere ottenuta come corrente che scorre all'esterno di un filo, ovvero di un cilindretto di *C.E.P.* lungo Δz e di raggio molto più piccolo della lunghezza, purché alle due estremità del filo siano posti due *serbatoi di cariche*, ad esempio due dischi metallici di raggio piccolo rispetto a λ ma grande rispetto a Δz , che formino le due armature di un condensatore in grado di accumulare cariche. Con tale condensatore, è possibile che la corrente sul filo sia costante, anziché annullarsi alle estremità. Se confrontiamo le due situazioni di Fig. 1, notiamo che nella figura a sinistra la corrente (che scorre verticalmente sul filo) deve necessariamente annullarsi alle due estremità del filo. Invece la presenza dei due dischi nel dipolo elementare riportato a destra evita che, alle estremità della parte verticale, la corrente debba annullarsi. Poiché il filo è poi molto corto, possiamo applicare i principi di Kirchhoff, concludendo che la corrente è costante su tutto il filo.

Applichiamo l'equazione di continuità alla regione tratteggiata di Fig. 2, che contiene l'armatura superiore del condensatore. Sia Q la carica immagazzinata nella armatura, e I la corrente nel dipolo elementare, che entra nella regione tratteggiata. Si ha allora

$$j\omega Q + (-I) = 0$$

da cui segue

$$Q = \frac{I}{j\omega}$$

La carica accumulata nella armatura nel *DT* vale

$$q(t) = |Q| \cos(\omega t + \phi)$$

essendo ϕ la fase di Q .

Sull'altra armatura la carica sarà pari a $-q(t)$. Si ha quindi un dipolo elettrico *oscillante*, di momento, nel *DT*, pari a $q(t)\Delta z$, e quindi, nel *DF*, dato da

$$P = Q\Delta z = \frac{1}{j\omega} I\Delta z \quad (23)$$

Ovviamente le armature devono accumulare questa carica $q(t)$ senza produrre una d.d.p. apprezzabile. Occorre quindi un condensatore di capacità elevata (che non sarebbe ottenibile con un semplice filo, senza armature).

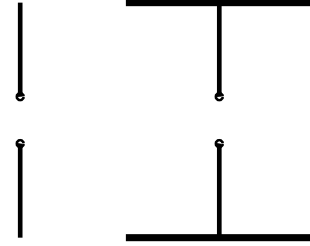


Fig 1: Filo (a sinistra) e dipolo elementare (a destra)

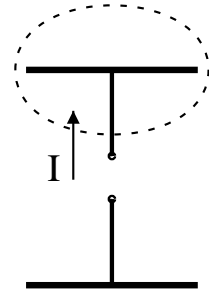


Fig 2: Equazione di continuità

9 CAMPO DI UN DIPOLO ELEMENTARE

In un sistema di riferimento sferico, il campo nel punto $\mathcal{P} = (r, \theta, \varphi)$, prodotto da un dipolo elementare di ampiezza $I\Delta z$, posto nell'origine è¹

$$\begin{aligned} E_r &= j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} \left[\frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r} 2 \cos \theta \\ E_\theta &= j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} \left[1 + \frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r} \sin \theta \\ H_\varphi &= j \frac{I\Delta z}{2\lambda r} \left[1 + \frac{1}{j\beta r} \right] e^{-j\beta r} \sin \theta \end{aligned} \quad (24)$$

Queste espressioni si possono semplificare nei due casi di punto campo \mathcal{P} lontano dal dipolo, $\beta r \gg 1$ o vicino al dipolo $\beta r \ll 1$.

Se $\beta r \gg 1$ si possono trascurare, nelle parentesi quadre della (24), tutti i termini rispetto a 1, e quindi anche E_r rispetto a E_θ .

In tal caso il campo diventa

$$\begin{aligned} E_\theta &= j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta \\ H_\varphi &= j \frac{I\Delta z}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta = \frac{1}{\zeta} E_\theta \end{aligned} \quad (25)$$

In termini vettoriali, dalla (25) segue

$$\mathbf{E} = \zeta \mathbf{H} \times \mathbf{i}_r \quad (26)$$

La presenza del fattore $e^{-j\beta r}$ mostra che il campo di un dipolo elementare si propaga, e si propaga in direzione radiale. Infatti, nel DT , tale fattore diventa

$$\text{Re} \left[e^{-j\beta r} e^{j\omega t} \right] = \cos(\beta r - \omega t)$$

ovvero identifica una onda che viaggia in direzione radiale (dal dipolo verso l'infinito).

Il campo (25) è quindi una onda sferica, con superfici equifase e equiampiezza sferiche.

Se però osserviamo il campo (25) solo in una regione limitata dello spazio, le superfici sferiche equifase e equiampiezza sono indistinguibili da superfici piane. Infatti una sfera di raggio R grande risulta indistinguibile dal suo piano tangente, se osservata in una zona di dimensioni piccole rispetto a R . Ne segue che in una zona limitata dello spazio l'onda sferica (25) è indistinguibile da una onda piana, in quanto non solo ha superfici equifase e equiampiezza

¹ Le stesse espressioni in termini di momento di dipolo $P = I\Delta z/j\omega$ si ottengono sostituendo il primo fattore delle espressioni seguenti con

$$\begin{aligned} j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} &= j \frac{\zeta j\omega P}{2\lambda r} = -\frac{\zeta\omega P}{2\lambda r} = -\frac{\beta^2 P}{4\pi\epsilon_0 r} \\ j \frac{I\Delta z}{2\lambda r} &= j \frac{j\omega P}{2\lambda r} = -\frac{\omega P}{2\lambda r} = -\frac{\beta^2 \omega P}{4\pi\sqrt{\epsilon_0\mu_0} r} \end{aligned}$$

piane, ma vale anche la (26), che è la relazione tra i campi di una onda piana. Ovviamente, come si vede dalla (26), l'onda piana viaggia in direzione radiale (nel punto di osservazione).

Poichè vale la sovrapposizione degli effetti, anche il campo di più dipoli, ovvero il campo di una qualunque distribuzione di correnti¹, purchè di estensione spaziale limitata, ha, per $\beta r \rightarrow \infty$, le stesse proprietà del campo di un dipolo. In particolare tale campo è una onda piana che viaggia verso l'infinito, e inoltre devono valere

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r|\mathbf{E}| < \infty \quad \lim_{r \rightarrow \infty} r|\mathbf{H}| < \infty \quad (27)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r(\mathbf{E} - \zeta \mathbf{H} \times \mathbf{i}_r) = 0$$

Le (27), e in particolare l'ultima di queste, prendono il nome di condizioni di Sommerfeld, o condizioni di radiazione all'infinito. Il significato fisico di queste condizioni è che, all'infinito, sia \mathbf{E} , sia \mathbf{H} devono essere infinitesime almeno del primo ordine, mentre la differenza $\mathbf{E} - \zeta \mathbf{H} \times \mathbf{i}_r$ deve esserlo di ordine superiore al primo².

Passando al caso di campo vicino $\beta r \ll 1$, allora nella parentesi quadra possiamo trascurare tutti i termini rispetto all'ultimo, e porre anche $e^{-j\beta r} \simeq 1$.

Le (24) diventano allora

$$\begin{aligned} E_r &= j \frac{\zeta I \Delta z}{2\lambda r} \left(\frac{1}{j\beta r} \right)^2 2 \cos \theta \\ E_\theta &= j \frac{\zeta I \Delta z}{2\lambda r} \left(\frac{1}{j\beta r} \right)^2 \sin \theta \\ H_\varphi &= j \frac{I \Delta z}{2\lambda r} \left(\frac{1}{j\beta r} \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (28)$$

Si vede immediatamente che, nelle (28), il campo \mathbf{E} ed il campo \mathbf{H} vanno all'infinito (per $r \rightarrow 0$) in modo diverso, e in particolare il campo magnetico è un infinito di ordine inferiore. Tuttavia, non è possibile confrontare direttamente i due campi, che hanno unità di misura diverse. Tuttavia, se consideriamo il campo lontano (o una onda piana), notiamo che, per esso $|\mathbf{E}| = |\zeta \mathbf{H}|$. D'altra parte, una onda piana esiste in assenza di sorgenti, e quindi è ciascun campo che produce l'altro. Possiamo quindi concludere che, in una onda piana, i due campi hanno la stessa "grandezza". Pertanto, il modo *giusto* di confrontare campo elettrico e magnetico è di confrontare $|\mathbf{E}|$ e $|\zeta \mathbf{H}|$.

Per il campo vicino di un dipolo elementare si ha

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\zeta \mathbf{H}|} = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta}}{\sin \theta} \frac{1}{\beta r} = \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{\sin \theta} \frac{1}{\beta r}$$

Il primo fattore è maggiore di 1, ed il secondo è molto maggiore di 1. Ne segue che vicino a un dipolo

¹ Una qualunque distribuzione di correnti può sempre essere decomposta nella sovrapposizione di dipoli elementari

² In realtà andrebbe anche aggiunto che le componenti radiali dei campi E_r ed H_r devono essere di ordine superiore al primo.

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\zeta \mathbf{H}|} \gg 1 \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{E}| \gg |\zeta \mathbf{H}|$$

e quindi il campo è essenzialmente elettrico (il campo magnetico è, entro certi limiti, trascurabile).

Se esprimiamo il campo elettrico della (28) in termini di momento di dipolo $P = I\Delta z/j\omega$, si ottiene

$$\begin{aligned} E_r &= j \frac{\zeta j\omega P}{2\lambda r} \frac{-1}{(\beta r)^2} 2 \cos \theta = \frac{1}{2r^3} \frac{1}{\lambda\beta} \frac{\zeta\omega}{\beta} P 2 \cos \theta = \frac{1}{4\pi r^3} \frac{1}{\varepsilon_0} P 2 \cos \theta \\ E_\theta &= j \frac{\zeta j\omega P}{2\lambda r} \frac{-1}{(\beta r)^2} \sin \theta = \frac{1}{2r^3} \frac{1}{\lambda\beta} \frac{\zeta\omega}{\beta} P \sin \theta = \frac{1}{4\pi r^3} \frac{1}{\varepsilon_0} P \sin \theta \end{aligned} \quad (29)$$

essendo $\lambda\beta = 2\pi$ e

$$\zeta \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{\omega}{\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\varepsilon_0}$$

Le espressioni (29) del campo di un dipolo elementare oscillante a frequenza ω sono analoghe³ a quelle del campo elettrostatico di un dipolo costante. Va però tenuto presente che queste ultime sono valide a qualunque distanza, mentre le (29) esprimono il campo del dipolo oscillante solo se $\beta r \ll 1$ ovvero se $r \ll \lambda$. Questo conferma che, per regioni di dimensioni piccole rispetto a λ , è possibile usare le leggi dei campi statici, e quindi i principi di Kirchhoff.

³ Naturalmente le (29) esprimono il campo, oscillante a frequenza ω , di un dipolo oscillante $p(t) = P_0 \cos \omega t$, e non quelle di un dipolo costante. Tuttavia, se consideriamo il campo (29) nel DT otteniamo

$$\mathbf{E} = \frac{P_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3} [2 \cos \theta \mathbf{i}_r + \sin \theta \mathbf{i}_\theta] \cos \omega t$$

Quest'ultima espressione è valida sia per $\omega = 0$ qualunque sia r , sia per $\omega \neq 0$, e $r \ll \lambda$.

10 DIPOLO CORTO

Un dipolo elementare è di difficile realizzazione. Dato che l'andamento del campo di un dipolo dipende essenzialmente dal fatto che la corrente è concentrata in una regione molto piccola rispetto a λ (e dalla direzione della corrente stessa) conviene quindi esaminare se una sorgente costituita solo dai due fili verticali (quindi senza condensatore) sia utilizzabile come dipolo, ovviamente nella ipotesi che la sua lunghezza 2ℓ sia molto piccola rispetto a λ .

Sappiamo che in regioni piccole rispetto a λ possiamo utilizzare i principi di Kirchhoff. Nel nostro caso questi ci dicono che $I(\ell) = I(0)$, e poichè $I(\ell)$ è necessariamente nulla, allora anche la corrente sulla antenna è nulla. Quindi, apparentemente, una tale sorgente non funziona.

In realtà, i principi di Kirchhoff sono una ottima approssimazione, ma sempre una approssimazione. E una approssimazione non è utilizzabile quando il risultato approssimato è nullo.

Pertanto, essendo $I(0) = I_A \neq 0$, ci sarà una corrente non nulla sulla antenna. Essendo comunque l'antenna molto piccola tale corrente (non potendo essere costante) varierà linearmente con z :

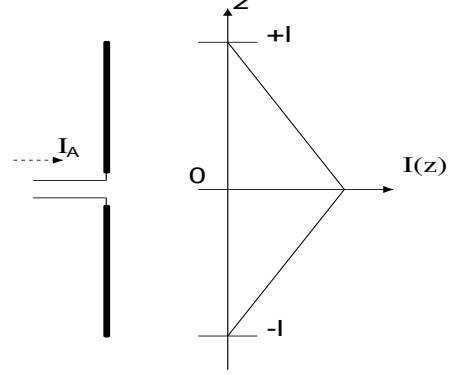


Fig 1: Geometria e corrente di un dipolo corto

$$I(z) = I_A \left(1 - \frac{|z|}{\ell} \right) \quad (30)$$

Conseguenza di questo fatto è che vi sarà una carica accumulata lungo l'antenna. Se consideriamo un tratto Δz posto alla ascissa z , su di esso vi sarà una carica $q(z) \Delta z$. Per calcolarla consideriamo l'equazione di continuità della carica:

$$\text{corrente uscente} = -\frac{d}{dt} \text{carica contenuta}$$

che nel DF , e nel nostro caso, diventa

$$I(z + \Delta z) + [-I(z)] = -j\omega q(z) \Delta z \quad (31)$$

Risolvendo per la carica, e usando la (30), si ha

$$q(z) = \frac{1}{\Delta z} \frac{1}{-j\omega} \frac{dI(z)}{dz} \Delta z = \frac{1}{-j\omega} \frac{-I_A}{\ell} \quad (32)$$

La carica $q(z)$ e quella $q(-z)$ costituiscono un dipolo di momento $2zq(z)$. Il momento totale di dipolo sarà quindi

$$P_{tot} = \int_0^\ell 2zq(z) dz = \frac{I_A}{j\omega\ell} \int_0^\ell 2z dz = \frac{I_A}{j\omega\ell} 2 \frac{\ell^2}{2} = \frac{I_A \ell}{j\omega} \quad (33)$$

L'espressione di P_{tot} è simile a quella (23) del momento di dipolo di un dipolo elementare, ma il fattore geometrico coinvolto è la **metà** della lunghezza totale della sorgente. Ciò in quanto la carica, per un dipolo corto, è distribuita lungo tutta la sorgente, e non concentrata alle estremità.

Il campo di un dipolo corto è quindi lo stesso di un dipolo elementare (se la corrente ha la stessa direzione), a patto di usare come ampiezza della sorgente $I_A \ell$.

11 POTENZA IRRADIATA DA UN DIPOLO

La potenza attiva irradiata da un dipolo (corto o elementare) può essere calcolata come flusso della parte reale del vettore di Poynting su una superficie qualunque che racchiude il dipolo¹

Convienne allora utilizzare una sfera di raggio R_0 posta in campo lontano del dipolo.

In tal caso, infatti, il campo (punto per punto) è una onda piana che si propaga verso l'infinito in direzione \mathbf{i}_r , e quindi risulta

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2\zeta} |\mathbf{E}_\infty|^2 \mathbf{i}_r \quad (34)$$

essendo \mathbf{E}_∞ il campo elettrico del dipolo calcolato a grande distanza.

Sostituendo l'espressione (28) del campo a grande distanza si ha

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2\zeta} \frac{\zeta^2 |I|^2 h^2}{4\lambda^2 R_0^2} \sin^2 \theta \mathbf{i}_r \quad (35)$$

dove si è indicato con h la lunghezza del dipolo elementare oppure la semilunghezza nel caso di un dipolo corto.

Risulta $dS = R_0^2 d\Omega = R_0^2 \sin \theta d\theta d\phi$ e quindi la potenza irradiata vale

$$\begin{aligned} P_{irr} &= \oint \mathbf{S} \cdot \mathbf{i}_r dS = \oint \frac{1}{2} \frac{\zeta |I|^2 h^2}{4\lambda^2 R_0^2} \sin^2 \theta R_0^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{1}{2} \frac{\zeta |I|^2 h^2}{4\lambda^2} \oint \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi = \frac{1}{2} \frac{\zeta |I|^2 h^2}{4\lambda^2} \frac{8\pi}{3} \end{aligned}$$

Possiamo esprimere la potenza irradiata come

$$P_{irr} = \frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I|^2 \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 \quad (36)$$

da cui notiamo che la potenza, oltre ad essere proporzionale a $|I|^2$, aumenta al crescere di $\frac{h}{\lambda}$.

Possiamo anche esprimere la potenza irradiata in termini di momento di dipolo P . Essendo $j\omega P = Ih$, si trova sostituendo

$$P_{irr} = \frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} \omega^2 |P|^2 \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2$$

Ora $\frac{1}{\lambda} = \frac{\beta}{2\pi} = \frac{\omega}{2\pi c}$, essendo c la velocità della luce nel vuoto. Sostituendo

$$P_{irr} = \frac{1}{2} \frac{\zeta}{6\pi c^2} \omega^4 |P|^2 = \frac{1}{2} \frac{8\pi^3 \zeta c^2}{3} \frac{1}{\lambda^4} |P|^2 \quad (37)$$

La dipendenza della potenza irradiata dalla frequenza è del tipo ω^4 , ovvero λ^{-4} . Questa dipendenza è, ad esempio, responsabile del colore azzurro del cielo. La luce solare polarizza le molecole d'aria (con $|P|$ costante), trasformandole in dipoli elettrici che reirradiano. La potenza reirradiata nel blu, $\lambda = 400 \text{ nm}$, è 16 volte più grande di quella reirradiata nel rosso, $\lambda = 800 \text{ nm}$, e quindi nella luce diffusa verso la terra è presente solo la prima.

¹ La superficie può essere qualunque in quanto non vi è nè dissipazione, nè sorgenti all'esterno del dipolo

12 POTENZA DISSIPATA ED EFFICIENZA DI IRRADIAZIONE

Da un punto di vista pratico sembrerebbe che, per irradiare con un dipolo una certa potenza, si possa scegliere in modo arbitrario $|I|$ e h , col vincolo che il prodotto resti costante. In realtà le antenne, specie a bassa frequenza, sono realizzate con materiali non ideali: si ha quindi una dissipazione per effetto Joule, proporzionale a $|I|^2$. L'efficienza di radiazione η , definita da

$$\eta = \frac{\text{Potenza irradiata}}{\text{Potenza irradiata} + \text{Potenza dissipata}} \quad (38)$$

risulta quindi tanto maggiore quanto più piccola è la corrente. Questo è uno dei motivi che spinge a scegliere il valore di h il più grande possibile, compatibilmente con i vincoli realizzativi.

Per calcolare la potenza dissipata da un dipolo di conducibilità σ , dobbiamo considerare la struttura del dipolo, e in particolare se il filo da cui è costituito è pieno o vuoto (ovvero è un tubo). Qui ci limiteremo al caso di filo pieno. Si può allora assumere una densità di corrente che varia con z come la corrente totale, mentre varia con la distanza r dall'asse come

$$\exp \left[-\frac{R-r}{\delta} \right] \quad (39)$$

essendo R il raggio del dipolo, e δ la profondità di penetrazione nel materiale di cui è costituito il dipolo stesso.

Se la corrente sul dipolo è data dalla (30), la relativa densità di corrente $\mathbf{J}(r, z) = J(r, z)\mathbf{i}_z$ tenendo conto dell'andamento (39), vale

$$J(r, z) = J_A \exp \left[-\frac{R-r}{\delta} \right] \left(1 - \frac{|z|}{\ell} \right) \quad (40)$$

dove la ampiezza J_A può essere calcolata imponendo la corrente pari alla (30):

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R J(r, z) dr R d\phi = I_A \left(1 - \frac{|z|}{\ell} \right)$$

L'andamento con z si semplifica, il primo integrale vale $2\pi R$ e resta

$$2\pi R J_A \int_0^R \exp \left[-\frac{R-r}{\delta} \right] dr = I_A$$

L'integrale vale

$$\begin{aligned} \int_0^R \exp \left[-\frac{R-r}{\delta} \right] dr &= \exp \left[-\frac{R}{\delta} \right] \int_0^R \exp \left[\frac{r}{\delta} \right] dr = \exp \left[-\frac{R}{\delta} \right] \left| \delta \exp \left[\frac{r}{\delta} \right] \right|_0^R \\ &= \exp \left[-\frac{R}{\delta} \right] \delta \left(\exp \left[\frac{R}{\delta} \right] - 1 \right) = \delta \left(1 - \exp \left[-\frac{R}{\delta} \right] \right) \simeq \delta \end{aligned} \quad (41)$$

essendo $R \gg \delta$. Segue

$$2\pi R J_A \delta = I_A \implies J_A = \frac{I_A}{2\pi R \delta} \quad (42)$$

La potenza dissipata P_D può essere ottenuta dal Teorema di Poynting:

$$P_D = \frac{\sigma}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_{-\ell}^{\ell} |\mathbf{E}|^2 dz dr R d\phi = \frac{1}{2\sigma} 2\pi R \int_0^R \int_{-\ell}^{\ell} [J(r, z)]^2 dz dr$$

Sostituendo la (40) segue (usando la simmetria dell'ultimo integrando e la (41))

$$\begin{aligned} P_D &= \frac{\pi R}{\sigma} |J_A|^2 \int_0^R \exp \left[-2 \frac{R-r}{\delta} \right] dr \, 2 \int_0^{\ell} \left(1 - \frac{z}{\ell} \right)^2 dz \\ &= \frac{\pi R}{\sigma} |J_A|^2 \frac{\delta}{2} \, 2 \left[\ell - \frac{\ell^2}{\ell} + \frac{\ell^3}{3\ell^2} \right] = \frac{\pi R}{\sigma} |J_A|^2 \frac{\delta}{2} \, 2 \frac{\ell}{3} = \frac{\pi R \delta \ell}{3\sigma} |J_A|^2 \end{aligned}$$

se $R \gg \delta$. Sostituendo J_A da (42) segue infine

$$P_D = \frac{\pi R \delta \ell}{3\sigma} \frac{1}{4\pi^2 R^2 \delta^2} |I_A|^2 = \frac{\ell}{12\pi\sigma\delta R} |I_A|^2 \quad (43)$$

La (43) mostra che la potenza dissipata cresce linearmente con ℓ (e non quadraticamente, come la potenza irradiata). L'efficienza di irradiazione vale quindi, da (38)

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2}{\frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 + \frac{\ell}{12\pi\sigma\delta R} |I_A|^2} = \frac{\frac{2\pi\zeta}{3} \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2}{\frac{2\pi\zeta}{3} \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 + \frac{\ell}{6\pi\sigma\delta R}} = \frac{2\pi\zeta \ell}{2\pi\zeta \ell + \frac{\lambda^2}{2\pi\sigma\delta R}}$$

avendo usato (36,43). L'efficienza é, come atteso, una funzione decrescente della lunghezza 2ℓ del dipolo .

13 ANTENNE – ALTEZZA EFFICACE

Il dipolo corto è il più semplice caso di *antenna* effettivamente realizzabile. Una antenna è un dispositivo che, se opportunamente alimentato, produce un campo elettromagnetico nello spazio.

Le forme possibili delle antenne sono le più svariate. Per i nostri scopi, comunque, le proprietà che ci interessano sono solo due:

- Ogni antenna ha una porta di ingresso per alimentarla. Se attraverso tale porta viene fatta scorrere una corrente I_A , l'antenna produce nello spazio un campo elettromagnetico (*effetto*) il cui valore è, in ogni punto, proporzionale alla corrente di alimentazione I_A (*causa*), in quanto, in elettromagnetismo, le relazioni causa–effetto sono lineari.
- Ogni antenna ha una dimensione massima. Per valutarla numericamente si può considerare la minima sfera che include completamente la antenna, e assegnare come dimensione della antenna il diametro D di tale sfera.

Dalle condizioni all'infinito cui deve soddisfare un campo elettromagnetico segue che tale campo, a distanza r dalla antenna sufficientemente grande, deve avere un andamento del tipo

$$\frac{e^{-j\beta r}}{r}$$

con r , mentre non ci sono vincoli sulla variazione con θ, ϕ . Tenendo anche conto che il campo deve essere localmente una onda piana, possiamo scrivere il campo di **qualunque** antenna, alimentata da una corrente I_A nella forma

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= j \frac{\zeta I_A}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \mathbf{h}(\theta, \phi) \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\zeta} \mathbf{i}_r \times \mathbf{E}\end{aligned}\tag{44}$$

in cui il parametro $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ è caratteristico della singola antenna e fornisce le proprietà direzionali della antenna stessa, ovvero come il campo varia rispetto alle direzioni angolari θ, ϕ . Inoltre \mathbf{h} indica anche l'orientazione del campo elettrico. Sempre dalle proprietà del campo lontano, risulta che \mathbf{h} deve essere ortogonale a \mathbf{i}_r

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{i}_r = 0$$

Il parametro $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ ha le dimensioni di una lunghezza, e si chiama *altezza efficace* della antenna. Per un dipolo elementare di lunghezza Δz , confrontando (44) con (28) risulta

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = \Delta z \sin \theta \mathbf{i}_\theta\tag{45}$$

e per un dipolo corto di lunghezza 2ℓ

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = \ell \sin \theta \mathbf{i}_\theta\tag{46}$$

Le altezze efficaci (e quindi i campi) di tali antenne sono indipendenti da ϕ per la simmetria delle antenne stesse.

Le espressioni (44) sono state ricavate dalle proprietà del campo all'infinito. In realtà esse valgono (con ottima approssimazione) nella zona lontana della antenna (detta anche zona di Fraunhofer) caratterizzata dal verificarsi di **tutte** le seguenti condizioni per la distanza r tra il punto-campo e la antenna

$$\beta \left[r - \frac{D}{2} \right] \gg 1 \qquad r \gg \frac{D}{2} \qquad r > \frac{2D^2}{\lambda}$$

che possiamo riscrivere, per avere tutte valutazioni quantitative (e con errori paragonabili), come

$$\left[r - \frac{D}{2} \right] > \frac{10}{\beta} = \frac{5\lambda}{\pi} \qquad r > 5D \qquad r > \frac{2D^2}{\lambda}$$

Naturalmente, al variare della frequenza e della dimensione della antenna, il *collo di bottiglia* sarà una o l'altra di esse.

Conviene allora considerare, in un diagramma, tutte le possibili condizioni. Il diagramma può essere in due dimensioni in quanto ciò che conta sono r/λ e D/λ . Le relazioni precedenti diventano allora

$$\frac{r}{\lambda} > \frac{1}{2} \frac{D}{\lambda} + \frac{5}{\pi} \qquad \frac{r}{\lambda} > 5 \frac{D}{\lambda}\tag{47}$$

$$\frac{r}{\lambda} > 2 \left(\frac{D}{\lambda} \right)^2 \quad (48)$$

ciascuna di queste condizioni dividono il diagramma r/λ in funzione di D/λ riportato in Fig. 1 in due regioni. I confini di tali regioni sono due rette per le condizioni (47), e un arco di parabola per la condizione (48).

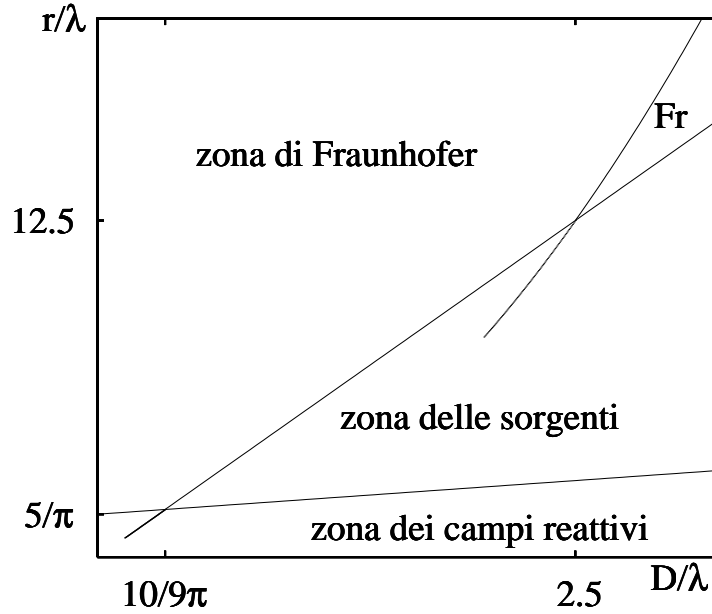


Fig. 1: Regioni di campo lontano e campo vicino.

La zona di Fraunhofer è quella in alto a sinistra. La restante parte viene detta di campo vicino, ed è divisa in due regioni. Quella in cui non vale la prima delle condizioni (47) viene detta zona dei campi reattivi. Si può infatti verificare che al di fuori di questa zona le densità di energia elettrica e magnetica sono uguali, mentre in questa zona sono diversi, e quindi vi è flusso di potenza reattiva. La zona intermedia è detta *zona delle sorgenti* perchè in essa la sorgente non viene vista come puntiforme ma estesa, benchè il flusso di potenza sia puramente reale.

Nella Fig. 1 è poi evidenziata anche un'altra zona, che esiste solo per sorgenti grandi, ed è indicata con Fr. Tale zona è detta di Fresnel, ed in essa il campo ha tutte le caratteristiche della zona lontana, salvo il fatto che l'onda è, anche localmente, sferica.

Il campo in zona lontana è quello che viene generalmente considerato per i collegamenti radio. L'interesse per la zona vicina è cresciuto solo di recente in quanto i limiti normativi sulle esposizioni della popolazione vanno essenzialmente verificati nella zona delle sorgenti, in quanto, per le antenne che tipicamente si usano nelle aree urbane, il campo nella zona di Fraunhofer è molto più basso dei limiti stessi. La zona dei campi reattivi è invece molto piccola. Per le antenne per telefonia cellulare, ad esempio, tale zona termina a 2–3 metri dalla antenna, una zona in cui l'accesso della popolazione è normalmente interdetto. Il campo in tale zona, quindi, interessa soprattutto per chi si occupa della manutenzione degli impianti.

14 SENSORI DI CAMPO

La tensione a vuoto indotta su di una antenna di piccole dimensioni può essere calcolata agevolmente anche senza assumere alcuna proprietà particolare per il campo che produce tale tensione.

Infatti la piccolezza delle dimensioni rende valide, nella zona occupata dalla antenna, le equazioni della statica, e in particolare i principi di Kirchhoff. Ne segue che su una tale antenna collegata a vuoto, anche se immersa in un campo elettromagnetico, non si inducono correnti. Di conseguenza il campo totale, in presenza della antenna, coincide con quello in assenza della antenna, ovvero col *campo incidente*¹.

Nel seguito considereremo la tensione a vuoto indotta su di un dipolo elementare, e quella su di una spira piana *elementare*, ovvero una spira di forma regolare e con un raggio piccolo rispetto alla lunghezza d'onda. Le tensioni a vuoto indotte su tali antenne verranno calcolate a partire direttamente dalle equazioni di Maxwell. Per ovviare alle difficoltà realizzative dei dipoli elementari, vedremo poi che anche la tensione a vuoto su di un dipolo corto può essere calcolata altrettanto agevolmente.

Tutti questi oggetti possono essere utilizzati come sensori di campo, ovvero per misurare il campo¹ presente in un dato punto (prima dell'introduzione del sensore). In particolare i dipoli sono sensori di campo elettrico, mentre la spira è un sensore di campo magnetico.

Relativamente al loro uso, va considerato che, mentre per una onda piana, usare un sensore di \mathbf{E} o di \mathbf{H} è equivalente, per misurare completamente campi vicini occorre usare due sensori, uno per \mathbf{E} e uno per \mathbf{H} . In alternativa, se la misura serve a valutare il superamento o meno dei limiti di esposizione, allora si può usare solo il sensore del campo che si considera critico ai fini del rispetto delle normative.

Dipolo elementare

Ricordiamo che un dipolo elementare è una antenna filiforme, di lunghezza $\Delta z \ll \lambda$, sui cui scorre una corrente **costante** con z . Questo può essere ottenuto aggiungendo al filo verticale due dischi orizzontali (vedi Fig. 1, in cui il dipolo è riportato in sezione) di raggio grande rispetto a Δz , ma sempre piccoli rispetto a λ , costituenti un condensatore con una capacità sufficientemente grande da accumulare carica sufficiente ad evitare che la corrente debba annullarsi all'estremità del filo (come avviene in una qualunque antenna filiforme).

Per il dipolo di Fig. 1, i morsetti di ingresso (e quindi di uscita) sono i terminali A e B . La tensione a vuoto è quindi, per definizione

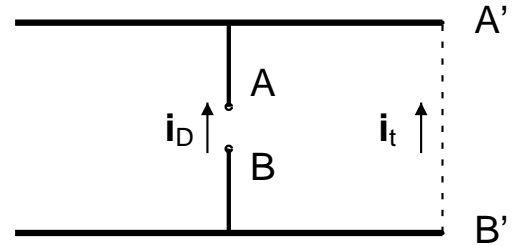


Fig 1: Dipolo elementare

¹ Più precisamente, le correnti indotte sono molto piccole, e quindi il campo prodotto da esse, che si somma al campo incidente per produrre il campo totale, risulta molto più piccolo di quello incidente, e soprattutto localizzato solo nelle immediate vicinanze del conduttore costituente l'antenna

¹ Più precisamente, come vedremo, di una componente del campo.

$$V_0 = - \int_B^A \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_D d\ell = V_A - V_B \quad (49)$$

essendo \mathbf{E} il campo totale presente nella zona del gap della antenna. Data la piccolezza del dipolo, comunque, il campo totale può essere considerato *irrotazionale*, e quindi è possibile spostare il cammino di integrazione lungo il C.E.P. ottenendo

$$V_0 = V_A - V_B = V_{A'} - V_{B'} = - \int_{B'}^{A'} \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_t d\ell \quad (50)$$

Nella zona della integrazione della eq. (50) il campo prodotto dalla antenna è trascurabile, e quindi si può assumere $\mathbf{E} \simeq \mathbf{E}^i$, essendo \mathbf{E}^i il campo *incidente*, ovvero il campo in assenza del dipolo elementare. Tale campo può essere considerato costante in tutta la zona del dipolo elementare (che, ricordiamo, è piccola rispetto alla lunghezza d'onda), e quindi portato fuori dall'integrale;

$$V_0 \simeq - \int_{B'}^{A'} \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_t d\ell \simeq -\mathbf{E}^i \cdot \int_{B'}^{A'} \mathbf{i}_t d\ell$$

Ovviamente anche \mathbf{i}_t è costante (e pari a \mathbf{i}_D) sul cammino di integrazione e si ottiene, in definitiva

$$V_0 \simeq -\mathbf{E}^i \cdot \int_{B'}^{A'} \mathbf{i}_t d\ell = -\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_D \int_{B'}^{A'} d\ell = -\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_D \Delta z \quad (51)$$

in quanto l'integrale vale la lunghezza del cammino di integrazione. La (51) ci dice che un dipolo elementare può essere usato come sensore di campo, ovvero come dispositivo atto a misurare il campo elettromagnetico in un punto dello spazio. Più precisamente, un dipolo elementare misura una componente del campo. Una misura completa richiede quindi tre dipoli indipendenti, oppure un dipolo che venga fatto ruotare nello spazio.

Spira elementare

Consideriamo una spira costituita da un filo di C.E.P., di forma regolare e di area $S \ll \lambda^2$. Una tale spira è detta *elementare*. Nel seguito supporremo per semplicità che sia anche piana, e, inizialmente, che sia costituita da un solo anello.

Un esempio di tale spira è riportata in Fig. 2. La spira di questa figura è circolare, ma sono possibili ovviamente anche altre forme (es., quadrata, rettangolare, ellittica), senza che questo alteri il calcolo della tensione a vuoto. È solo richiesto che la forma sia regolare.

Indichiamo ancora con A e B i morsetti di ingresso (e quindi di uscita) della spira. In maniera del tutto analoga a (49) possiamo scrivere

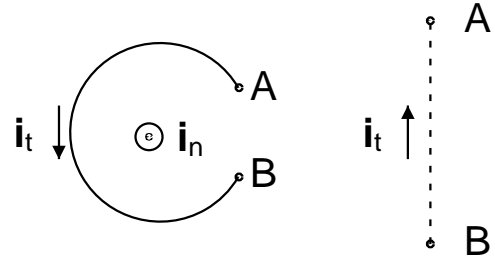


Fig 2: Spira elementare piana

$$V_0 = V_A - V_B = - \int_B^A \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_t d\ell$$

dove l'integrale è fatto sulla curva tratteggiata nella parte destra di Fig. 2. Poichè l'integrale di linea di \mathbf{E} lungo il C.E.P. della spira è nullo, possiamo estendere l'integrale a tutto il contorno (circolare, nel caso di Fig. 2) della spira, ottenendo

$$V_0 = - \int_B^A \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_t d\ell = - \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_t d\ell \quad (52)$$

L'ultimo integrale di (52) può essere calcolato ricorrendo alla Legge di Faraday e si ha quindi

$$V_0 = j\omega \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_n dS \quad (53)$$

dove l'integrale è esteso alla superficie della spira. Su tale superficie si può ancora approssimare il campo totale con quello incidente, $\mathbf{B} \simeq \mathbf{B}^i = \mu \mathbf{H}^i$. Poichè anche \mathbf{H}^i può essere considerato costante sulla spira (e \mathbf{i}_n è costante essendo la spira **piana**) segue infine

$$V_0 \simeq j\omega\mu \int_S \mathbf{H}^i \cdot \mathbf{i}_n dS \simeq j\omega\mu \mathbf{H}^i \cdot \int_S \mathbf{i}_n dS = j\omega\mu \mathbf{H}^i \cdot \mathbf{i}_n \int_S dS = j\omega\mu \mathbf{H}^i \cdot \mathbf{i}_n S \quad (54)$$

La relazione (54) ci dice che una spira elementare piana³ è un sensore di campo magnetico, ovvero è in grado di misurare il campo magnetico (o meglio, una componente del campo magnetico) presente in un punto.

Tuttavia una spira con un unico anello non è un sensore particolarmente efficiente. Per vederlo, possiamo confrontare la risposta, ad una fissata onda piana, di una spira di raggio R con quella di un dipolo elementare lungo $2R$ ⁵ (ortogonale alla spira) soggetto alla stessa onda piana. Sia H_0 la ampiezza del campo magnetico dell'onda piana; di conseguenza quella del campo elettrico vale ζH_0 .

Risulta, da (54) e (51)

$$|V_{0S}| = \omega\mu_0 \pi R^2 |H_0| \quad |V_{0D}| = 2R |\zeta H_0|$$

per cui

$$\frac{|V_{0S}|}{|V_{0D}|} = \frac{\omega\mu_0 \pi R^2 |H_0|}{2R |\zeta H_0|} = \frac{\omega\mu_0}{\zeta} \frac{\pi R}{4} = \beta \frac{\pi R}{2} = \frac{\pi}{2} \beta R \ll 1$$

essendo, per l'ipotesi di dipolo e spira elementare, R molto più piccolo di λ .

Questa notevole differenza (a parità di campo da misurare) rende le misure di campo magnetico molto meno precise⁴.

Per aumentare, a parità di campo, la tensione a vuoto e quindi migliorare la misura, le spire elementari vengono normalmente realizzate con un avvolgimento di N anelli, in modo però

³ Se la spira non è piana, si può ancora portare \mathbf{H}^i fuori dall'integrale, ma non più la normale, che va invece integrata. Ne risulta che una tale spira misura ancora una componente del campo magnetico incidente, ma questa non sarà più una componente cartesiana.

⁵ Il confronto deve essere eseguito non solo a parità di causa, ovvero di campo incidente, ma anche a parità di dimensioni, in quanto l'ingombro è uno dei parametri importanti di un sensore

⁴ La tensione a vuoto che verrà poi misurata è affetta da rumore, che è indipendente dal valore della tensione. Pertanto l'effetto del rumore aumenta al ridursi della tensione da misurare.

che lo spessore complessivo sia trascurabile rispetto al raggio. In tal caso la tensione a vuoto diventa ⁵

$$V_0 = j\omega\mu \mathbf{H}^i \cdot \mathbf{i}_n NS \quad (55)$$

ed è N volte quella di una singola spira, in modo da compensarne la piccolezza della tensione a vuoto.

Dipolo corto

La tensione a vuoto ricevuta da un dipolo corto può essere ottenuta a partire da quella di un dipolo elementare.

Infatti abbiamo visto che il campo prodotto da un dipolo elementare o quello di un dipolo corto (con lo stesso momento di dipolo) sono uguali (almeno al di fuori della zona delle sorgenti, che nel nostro caso è molto piccola).

D'altra parte (e lo vedremo anche più avanti) il comportamento in trasmissione di una antenna e quello in ricezione sono corrispondenti. Conseguenza di ciò è che due antenne che producono lo stesso campo (a parità di I_A) in una regione \mathcal{R} , riceveranno anche la stessa tensione a vuoto (a parità di \mathbf{E}^i), purchè la sorgente del campo incidente sia nella regione \mathcal{R} .

Per un dipolo elementare di lunghezza L e un dipolo corto di lunghezza $2L$, la regione \mathcal{R} inizia a $10L$, ovvero comprende sostanzialmente tutto lo spazio².

Pertanto anche un dipolo corto di lunghezza 2ℓ può essere usato come sensore di campo elettrico con

$$V_0 = -\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_D \ell \quad (56)$$

essendo \mathbf{i}_D il versore parallelo ed equiverso col dipolo.

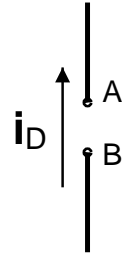


Fig 3: Dipolo corto

⁵ Per dimostrare questa relazione occorre considerare che l'ultimo integrale della (52) va ora esteso a tutto il filo che costituisce il sensore, e quindi sugli N anelli. Possiamo scrivere questo integrale come somma di integrali, ciascuno su di un anello, e per ognuno di questi applicare la legge di Faraday come in (53)

$$V_0 = - \oint_{filo} \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_t d\ell = - \sum_n \oint_{S_n} \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_t d\ell = j\omega N \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{i}_n dS$$

in quanto, essendo lo spessore del sensore trascurabile, tutti gli integrali di flusso sono uguali.

² Ricordiamo che deve risultare $L \ll \lambda$; nella pratica un dipolo è considerabile corto se $2L < \lambda/8$ e quindi la regione \mathcal{R} è l'esterno di una sfera di raggio poco superiore a λ

15 RISPOSTA AD UNA ONDA PIANA

Se il campo incidente è una onda piana, o almeno localmente piana (ovvero con tutte le caratteristiche di una onda piana nella zona della antenna ricevente ³ l'espressione della tensione a vuoto ricevuta assume una espressione particolarmente semplice.

Cominciamo a considerare un dipolo elementare, su cui incide una onda piana (vedi Fig. 3) da un angolo θ . Indichiamo con \mathbf{i}_k il versore del vettore di propagazione \mathbf{k} . Risulta (vedi Fig. 4)

$$\mathbf{i}_D = -\mathbf{i}_k \cos \theta - \mathbf{i}_\theta \sin \theta$$

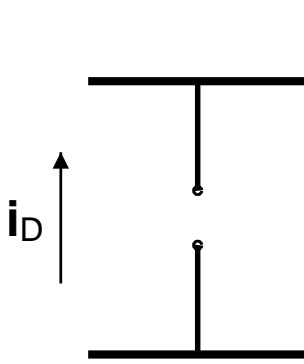


Fig. 3: Dipolo elementare in ricezione.

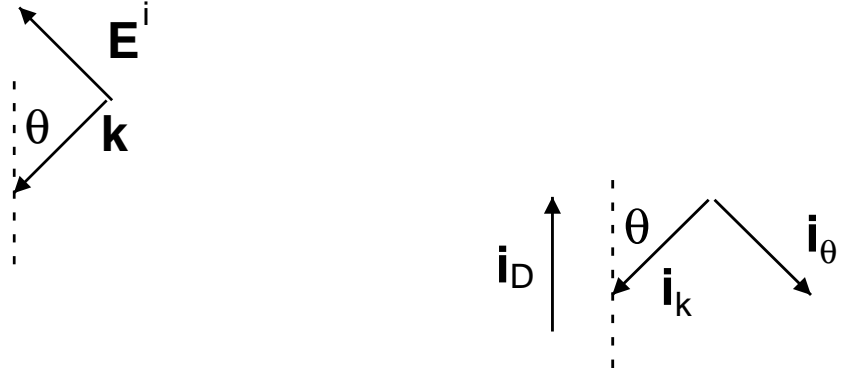


Fig. 4: Versori per il caso di Fig. 3.

Dalla (51) segue

$$V_0 = -\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_D \Delta z = -\mathbf{E}^i \cdot (-\mathbf{i}_k \cos \theta - \mathbf{i}_\theta \sin \theta) \Delta z \quad (57)$$

ed essendo $\mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_k = 0$ per le proprietà delle onde piane, segue, riordinando i termini,

$$V_0 = (\Delta z \sin \theta \mathbf{i}_\theta) \cdot \mathbf{E}^i \quad (58)$$

La grandezza fra parentesi nella (58) è la altezza efficace del dipolo elementare \mathbf{h} . Si ha quindi, per onda piana incidente

$$V_0 = \mathbf{h} \cdot \mathbf{E}^i \quad (59)$$

La relazione (59) ha una portata molto più generale⁴. Infatti si dimostra che vale per qualunque antenna, se il campo incidente è una onda localmente piana.

³ Per una antenna molto piccola rispetto alla lunghezza d'onda, l'unica caratteristica da verificare è che \mathbf{E} e \mathbf{H} siano ortogonali, e con ampiezze nel rapporto ζ . In tal caso la direzione di arrivo dell'onda (ovvero la sua direzione di propagazione) è quella del vettore di Poynting. Infatti, essendo la zona della antenna piccola rispetto a λ , i campi di una onda piana sono costanti come tutti gli altri, e non è quindi possibile controllarne la variazione spaziale per determinare se il campo è localmente piano, o la sua direzione di arrivo.

⁴ In realtà questa relazione vale solo in assenza di materiali *anisotropi*, ovvero di materiali, quali quelli ferromagnetici, le cui proprietà elettromagnetiche dipendono dalla direzione del campo. In presenza di materiali anisotropi, una relazione come la (59) è ancora valida, ma il vettore di proporzionalità tra tensione a vuoto e campo incidente è diverso. Tuttavia tali casi non sono comuni, e possiamo qui trascurarli.

La relazione (59) può essere usata anche in direzione opposta, ovvero per determinare le proprietà di irradiazione di una antenna a partire da quelle in ricezione.

Se consideriamo una spira elementare, piana, la tensione a vuoto, per un qualunque campo incidente, è data dalla (54) che qui riportiamo

$$V_0 = j\omega\mu \mathbf{H}^i \cdot \mathbf{i}_n NS$$

essendo $N \geq 1$ il numero di avvolgimenti della spira.

Se il campo incidente è una onda piana (vedi Fig. 5), allora

$$\mathbf{H}^i = \frac{1}{\zeta} \mathbf{i}_k \times \mathbf{E}^i$$

e sostituendo nella espressione della tensione a vuoto V_0 segue

$$V_0 = j \frac{\omega\mu}{\zeta} \mathbf{i}_k \times \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{i}_n NS = j \frac{\omega\mu}{\zeta} NS \mathbf{i}_n \times \mathbf{i}_k \cdot \mathbf{E}^i \quad (60)$$

avendo permutato circolarmente i tre termini del prodotto misto. Dal confronto con la (59) segue allora, per una spira elementare

$$\mathbf{h} = j \frac{\omega\mu}{\zeta} NS \mathbf{i}_n \times \mathbf{i}_k = jN\beta S \mathbf{i}_n \times \mathbf{i}_k$$

e ricordando (vedi Fig. 6) che

$$\mathbf{i}_n = -\mathbf{i}_k \cos \theta - \mathbf{i}_\theta \sin \theta$$

segue

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_n \times \mathbf{i}_k &= (-\mathbf{i}_k \cos \theta - \mathbf{i}_\theta \sin \theta) \times \mathbf{i}_k = -\sin \theta \mathbf{i}_\theta \times \mathbf{i}_k \\ &= -\sin \theta \mathbf{i}_\phi \end{aligned}$$

e in definitiva

$$\mathbf{h} = -jN\beta S \sin \theta \mathbf{i}_\phi \quad (61)$$

Riguardo ai segni, va ricordato che la corrente deve entrare nella spira dal terminale *positivo* della tensione a vuoto. In altri termini, la (61) vale se la corrente I_A gira nello stesso verso di \mathbf{i}_ϕ .

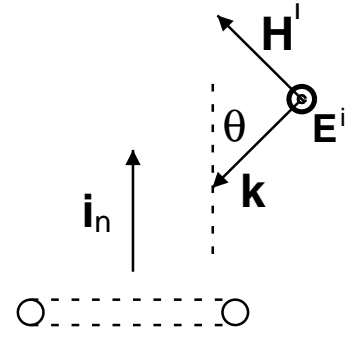


Fig 5: Spira in ricezione

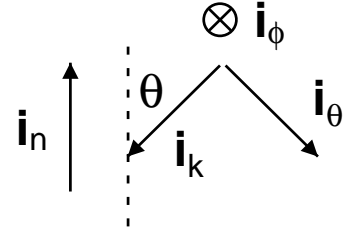


Fig 6: Versori coinvolti

16 DIPOLO MAGNETICO E SPIRA

Dalla fisica generale è noto che una spira percorsa da corrente **continua** è equivalente a un dipolo magnetico (*equivalenza di Ampère*).

In realtà questa equivalenza vale anche per correnti sinusoidali. Una spira elementare piana di area S , con N avvolgimenti, percorsa da una corrente I_A equivale a un dipolo magnetico di momento \mathbf{Q} pari a

$$\mathbf{Q} = \mu_0 N S I_A \mathbf{i}_n \quad (62)$$

essendo \mathbf{i}_n la normale alla spira (vedi Fig. 5 del paragrafo precedente).

Si dimostra che il campo di un dipolo magnetico \mathbf{Q} , espresso in un sistema sferico con l'asse z allineato con \mathbf{Q} , vale¹:

$$\begin{aligned} E_\phi &= \frac{\omega Q}{2\lambda r} \left[1 + \frac{1}{j\beta r} \right] e^{-j\beta r} \sin \theta \\ H_r &= -\frac{1}{\zeta} \frac{\omega Q}{2\lambda r} \left[\frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r} 2 \cos \theta \\ H_\theta &= -\frac{1}{\zeta} \frac{\omega Q}{2\lambda r} \left[1 + \frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r} \sin \theta \end{aligned} \quad (63)$$

In zona di Fraunhofer il campo del dipolo magnetico vale

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{\omega Q}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta \mathbf{i}_\phi \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\zeta} \mathbf{i}_r \times \mathbf{E} \end{aligned} \quad (64)$$

e sostituendo la (62) si ottiene il campo lontano di una spira

$$\mathbf{E}_\infty = \frac{\omega \mu_0 N S I_A}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta \mathbf{i}_\phi$$

La potenza irradiata da un dipolo magnetico, o da una spira, può essere calcolata analogamente a quella di un dipolo elettrico.

Si trova, per un dipolo magnetico

$$P_{irr} = \frac{1}{2} \frac{1}{6\pi c^2 \zeta} \omega^4 |Q|^2 \quad (65)$$

e per una spira

$$P_{irr} = \frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 \left(\frac{N\beta S}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 4\pi^2 N^2 \frac{S^2}{\lambda^4} \quad (66)$$

Notiamo che, anche in trasmissione, occorre usare spire con più avvolgimenti (nonostante la relativa induttanza sia N volte più grande). Se confrontiamo la potenza (66) irradiata da

¹ Le espressioni seguenti valgono però solo se la distanza r tra il centro della spira e il punto campo è molto più grande del raggio della spira stessa. Non è invece richiesto che r sia grande rispetto a λ .

una spira di raggio R e quella (36) di un dipolo elementare lungo $2R$,² a parità di corrente di alimentazione I_A troviamo

$$\frac{P_{irr,S}}{P_{irr,D}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 4\pi^2 N^2 \frac{(\pi R^2)^2}{\lambda^4}}{\frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 \left(\frac{2R}{\lambda}\right)^2} = \frac{4\pi^2 N^2 \frac{\pi^2 R^4}{\lambda^4}}{\frac{4R^2}{\lambda^2}} = \pi^4 N^2 \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2$$

Una spira è elementare se il suo diametro è piccolo. Quantitativamente possiamo prendere $\lambda/8$ come limite per il diametro, per cui, nel confronto precedente, $R/\lambda < 1/16$.

Quindi

$$\frac{P_{irr,S}}{P_{irr,D}} = N^2 \left(\frac{\pi^2 R}{\lambda}\right)^2 < N^2 \left(\frac{\pi^2}{16}\right)^2 = 0.4 N^2$$

Pertanto, per spire (e dipoli) che siano sì elementari, ma grandi (ovvero vicino al limite di spira e dipolo elementare) un valore di N piccolo o addirittura pari a 1 è efficace. Ma già per $R = 0.01 \lambda$ l'uguaglianza delle potenze richiede $N = 10$.

La potenza dissipata da una spira fatta da conduttore non perfetto si calcola allo stesso modo di quella di un dipolo corto³ (vedi (48)), ma tenendo conto che, se il perimetro della spira è P_S , il filo della spira è lungo $N P_S$ e inoltre la corrente è costante. La potenza dissipata, per una corrente nella spira pari a I_A , vale

$$\begin{aligned} P_D &= \frac{\pi R_f}{\sigma} |J_A|^2 \int_0^{R_f} \exp\left[-2\frac{R_f - r}{\delta}\right] dr \int_0^{N P_S} (1)^2 dz \\ &= \frac{\pi R_f}{\sigma} |J_A|^2 \frac{\delta}{2} N P_S = \frac{\pi R_f \delta N P_S}{2\sigma} |J_A|^2 \end{aligned}$$

essendo R_f il raggio del filo. Usando la (43) per collegare J_A ad I_A segue infine

$$P_D = \frac{N P_S}{8\pi\sigma\delta R_f} |I_A|^2 \quad (67)$$

Tenendo conto della (66) la efficienza di irradiazione vale quindi

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 4\pi^2 N^2 \frac{S^2}{\lambda^4}}{\frac{1}{2} \frac{2\pi\zeta}{3} |I_A|^2 4\pi^2 N^2 \frac{S^2}{\lambda^4} + \frac{N P_S}{8\pi\sigma\delta R_f} |I_A|^2} = \frac{\zeta 32\pi^4 N \frac{S^2}{\lambda^4}}{\zeta 32\pi^4 N \frac{S^2}{\lambda^4} + 3 \frac{P_S}{\sigma\delta R_f}} \quad (68)$$

essendo S la superficie della spira.

² Anche qui eseguiamo il confronto a parità di dimensioni, in quanto l'ingombro di una antenna è uno dei parametri importanti da considerare nella scelta.

³ Nel calcolo della dissipazione, è inessenziale che il filo sia rettilineo, o curvo, purchè il raggio di curvatura sia grande rispetto al diametro del filo.

17 ANTENNE – CIRCUITO DI INGRESSO

Come detto in un paragrafo precedente, ogni antenna è caratterizzata da una porta di ingresso, ovvero da una coppia di morsetti di ingresso, che vengono alimentati se l'antenna è usata in trasmissione, e da cui si preleva potenza se l'antenna è in ricezione.

Poichè l'antenna viene collegata a un circuito esterno, conviene esaminare il comportamento circuitale della nostra antenna.

Se l'antenna è usata in trasmissione, presenterà ai suoi morsetti una impedenza $Z_A = R_A + jX_A$, detta impedenza di ingresso della antenna.

Se l'antenna è alimentata da una corrente I_A , la potenza in ingresso alla antenna vale

$$P_{in} = \frac{1}{2} R_A |I_A|^2$$

Dal teorema di Poynting segue che tale potenza viene in parte irradiata e in parte dissipata, $P_{in} = P_{irr} + P_D$. Ma sia la potenza irradiata, P_{irr} , sia quella dissipata, P_D , sono proporzionali a $|I_A|^2$. Si possono allora definire una resistenza di irradiazione R_{irr} e una resistenza di dissipazione R_D tramite

$$\begin{aligned} P_{irr} &= \frac{1}{2} R_{irr} |I_A|^2 & \implies & R_{irr} = 2 \frac{P_{irr}}{|I_A|^2} \\ P_D &= \frac{1}{2} R_D |I_A|^2 & \implies & R_D = 2 \frac{P_D}{|I_A|^2} \end{aligned} \quad (69)$$

e risulta

$$R_A = R_{irr} + R_D \quad \eta = \frac{R_{irr}}{R_{irr} + R_D}$$

Ovviamente, se l'antenna è costituita da un conduttore perfetto, $R_D = 0$, $R_A = R_{irr}$ e $\eta = 1$.

Per un dipolo corto si trova, dalle (36,43),

$$R_{irr} = \frac{2\pi\zeta}{3} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 = 800 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 [\Omega] \quad R_D = \frac{\ell}{12\pi\sigma\delta R} \quad (70)$$

e per una spira elementare, da (66,67)

$$R_{irr} = \frac{2\pi\zeta}{3} 4\pi^2 N^2 \frac{S^2}{\lambda^4} = 800 4\pi^2 N^2 \frac{S^2}{\lambda^4} [\Omega] \quad R_D = \frac{(P_S) N}{8\pi\sigma\delta R} \quad (71)$$

in cui ricordiamo che R è il raggio del filo (del dipolo e della spira), P_S ed S sono perimetro e superficie della spira elementare.

Per quanto riguarda la reattanza di ingresso, questa dipende in maniera essenziale dai dettagli costruttivi del dipolo o della spira.

Per un dipolo corto sottile, di lunghezza totale 2ℓ , la reattanza della antenna vale

$$X_A = -\frac{\zeta}{2\pi} (\Omega - 3.4) \cot \beta_0 \ell \simeq -\frac{\zeta}{2\pi} (\Omega - 3.4) \frac{1}{\beta_0 \ell} \quad (72)$$

in quanto, per un dipolo corto, $\beta_0 \ell \ll 1$. Il parametro Ω è detto snellezza della antenna e vale

$$\Omega = \log \left(\frac{2\ell}{R} \right)^2$$

dove il logaritmo (qui e nel seguito) è in base e .

Per quanto riguarda invece una spira elementare, la sua reattanza di ingresso dipende dalla sua induttanza statica L , e vale $X_A = \omega L$. L'induttanza di una spira (e quindi la sua reattanza) dipende dalla sua forma. Per una spira circolare di raggio R_S e diametro del filo $2R$

$$L = \mu_0 R_S \left(\log \frac{8R_S}{R} - \frac{7}{4} \right) N^2 \quad (73)$$

Per una spira di altra forma (quadrata, rettangolare *larga*, ellittica, ...), si può ancora usare la (5), calcolando R_S dalla condizione di uguale area. Se S è l'area della spira, allora

$$\pi R_S^2 = S \quad \Rightarrow \quad R_S = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

Le (72,5) forniscono una reattanza molto più grande, in modulo, della resistenza di antenna. Vediamo qualche esempio.

Un dipolo corto in alluminio ($\sigma = 10^6 \text{ S/m}$) a 50 MHz ($\lambda = 6 \text{ m}$), lungo complessivamente $2\ell = 60 \text{ cm}$, realizzato con un filo di raggio 2 mm presenta

$$\begin{aligned} R_{irr} &= \frac{2\pi\zeta}{3} \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 = 2 \Omega \\ R_D &= \frac{\ell}{12\pi\sigma\delta R} = 0.04 \Omega \\ X_A &= -\frac{\zeta}{2\pi} (\Omega - 3.4) \cot \beta_0 \ell = -1500 \Omega \end{aligned}$$

essendo $\delta = 0.1 \text{ mm}$ e $\Omega = 11.4$. L'efficienza vale $\eta = 98\%$.

Un dipolo in acciaio ($\sigma = 10^4 \text{ S/m}$) a 1 MHz ($\lambda = 300 \text{ m}$), lungo complessivamente $2\ell = 6 \text{ m}$ realizzato con un'asta di raggio 9 mm presenta

$$\begin{aligned} R_{irr} &= \frac{2\pi\zeta}{3} \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 = 80 \text{ m}\Omega \\ R_D &= \frac{\ell}{12\pi\sigma\delta R} = 0.175 \Omega \\ X_A &= -\frac{\zeta}{2\pi} (\Omega - 3.4) \cot \beta_0 \ell = -9100 \Omega \end{aligned}$$

essendo $\delta = 5 \text{ mm}$ e $\Omega = 13$. L'efficienza vale $\eta = 31\%$.

Una spira quadrata, lato 1 cm , in rame ($\sigma = 2 \cdot 10^7 \text{ S/m}$) a 2.5 GHz ($\lambda = 12 \text{ cm}$), con 3 avvolgimenti di filo con raggio 0.4 mm , presenta

$$R_{irr} = \frac{2\pi\zeta}{3} 4\pi^2 N^2 \frac{S^2}{\lambda^4} = 13.7 \, \Omega$$

$$R_D = \frac{(P_S) N}{8\pi\sigma\delta R} = 0.27 \, \Omega$$

$$X_A = \omega L = \omega\mu_0 R_S \left(\log \frac{8R_S}{R} - \frac{7}{4} \right) N^2 = 3 \, k\Omega$$

essendo $\delta = 2.25 \, \mu m$, e il raggio della spira circolare equivalente (dalla condizione di uguale area) $R_S = 5.6 \, mm$

L'alimentazione di un dipolo corto, o di una spira elementare, presenta, a causa della elevata $|X_A|$, qualche problema. Facendo riferimento, ad esempio, al primo caso trattato, per irradiare $100 \, W$, occorre una corrente di $10 \, A$. Se volessimo collegare direttamente un generatore, questo dovrebbe fornire, ai capi del dipolo corto, una tensione di $|Z_A| I_A = 1500 \cdot 10 = 15 \, kV$, che è ovviamente improponibile.

L'unica scelta possibile è di compensare la parte reattiva della antenna, ad esempio inserendo in serie un induttore da $8 \, \mu H$ che, alla frequenza di $30 \, MHz$ presenta una reattanza di $+1500 \, \Omega$. In tal modo basta un generatore che produca, ai capi del dipolo compensato, una tensione di $R_A I_A = 20 \, V$. Tuttavia, basta una piccola variazione (o errore) di frequenza per ridurre molto la potenza irradiata. Alla frequenza di $33.3 \, MHz$ (ovvero con una variazione di 1%) si ha $X_A = -1485 \, \Omega$, mentre l'induttore presenterà una reattanza di $+1515 \, \Omega$: La stessa tensione di $20 \, V$ scorre ora su di una impedenza di $(2 - j1485) + j1515 = 2 + j30 \, \Omega$. La corrente diventa di $0.67 \, A$, e la potenza irradiata di $440 \, mW$, una riduzione di $3.6 \, dB$

Se utilizzata in ricezione, l'antenna diventa l'elemento attivo del circuito. In questo caso il suo circuito equivalente visto dai morsetti di uscita diventa un generatore di tensione, di valore pari alla tensione a vuoto V_0 , data dalla (59), con in serie l'impedenza di **ingresso** della antenna Z_A , come in Fig. 1.

A partire da questo circuito, è possibile calcolare la tensione V_C su di un carico generico Z_C (Fig. 2), e la potenza attiva P_C fornita a tale carico:

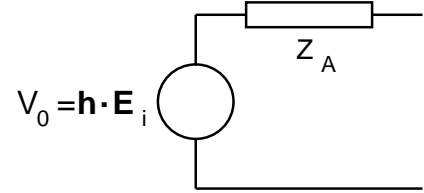


Fig. 1: Circuito equivalente in ricezione di una antenna.

$$V_C = V_0 \frac{Z_C}{Z_C + Z_A}$$

$$P_C = \text{Re} \left[\frac{1}{2} Z_C |I_C|^2 \right] = \frac{1}{2} \text{Re} [Z_C] \left| \frac{V_0}{Z_C + Z_A} \right|^2 \quad (74)$$

essendo I_C la corrente sul carico Z_C .

La potenza (attiva) trasmessa al carico Z_C è proporzionale a $|V_0|^2$, e quindi aumenta se aumenta il campo incidente. Inoltre dipende, fissata l'antenna, dal valore di $Z_C = R_C + jX_C$. Possiamo quindi massimizzare P_C rispetto a R_C e X_C . Riscriviamo la (74) come

$$P_C = \frac{1}{2} \text{Re} [Z_C] \left| \frac{V_0}{Z_C + Z_A} \right|^2 = \frac{1}{2} R_C \frac{|V_0|^2}{|Z_C + Z_A|^2} = \frac{|V_0|^2}{2} \frac{R_C}{(R_C + R_A)^2 + (X_C + X_A)^2}$$

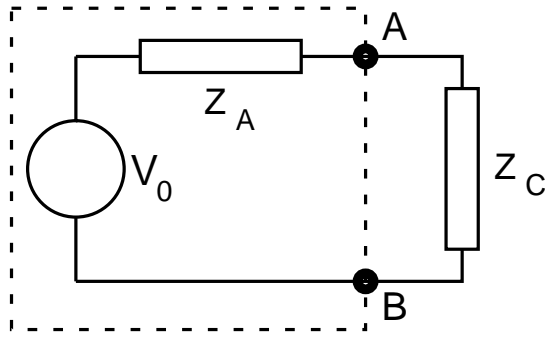


Fig. 2: Antenna collegata a un carico. La parte di circuito racchiusa nella linea tratteggiata è il circuito equivalente della antenna, con morsetti A e B.

e calcoliamo le derivate del secondo fattore, uguagliandole poi a zero.

$$\frac{[(R_C + R_A)^2 + (X_C + X_A)^2] - R_C [2(R_C + R_A)]^2}{[(R_C + R_A)^2 + (X_C + X_A)^2]} = 0$$

$$\frac{-R_C [2(X_C + X_A)]^2}{[(R_C + R_A)^2 + (X_C + X_A)^2]} = 0$$

La seconda equazione richiede $X_C = -X_A$, ovvero la compensazione delle parti immaginarie¹. Sostituendo nella prima equazione, e notando che il denominatore è sempre diverso da zero, si ottiene

$$[(R_C + R_A)^2] - R_C [2(R_C + R_A)]^2 = R_C^2 + 2R_C R_A + R_A^2 - 2R_C^2 - 2R_C R_A = R_A^2 - R_C^2 = 0$$

ovvero la soluzione $R_C = R_A$. In definitiva la condizione di massimo è $Z_C = Z_A^*$. Essendo allora $Z_C + Z_A = Z_A^* + Z_A = 2\text{Re}[Z_A] = 2R_A$, per essa la potenza al carico vale

$$P_C = \frac{1}{2} R_C \left| \frac{V_0}{Z_C + Z_A} \right|^2 = \frac{1}{2} R_C \frac{|V_0|^2}{4R_C^2} = \frac{1}{8R_C} |V_0|^2 \quad (75)$$

18 SCHERMATURA DI SORGENTI VICINE

La valutazione della efficienza di schermaggio per uno schermo (sottile o largo) è stata per ora limitata ad incidenza di onda piana, ovvero a campo dovuto a sorgenti lontane.

In molti casi però (specie a bassa frequenza) la sorgente è vicina allo schermo, e l'approssimazione di onda piana incidente non è quindi accettabile.

Possiamo comunque trovare una espressione approssimata delle efficienze di schermaggio (in campo!) se consideriamo che l'efficienza di schermaggio per onda piana è stata ottenuta usando le condizioni di continuità dei campi all'interfaccia, che coinvolgono solo le componenti tangenti dei campi all'interfaccia, e non la loro variazione ortogonale. Inoltre l'ipotesi di onda piana è stata utilizzata essenzialmente per avere campi costanti (o con variazione nota) all'interfaccia, e quindi imporre la continuità solo in un punto.

¹ La scelta $R_C = 0$, che pure annulla la seconda equazione, non è un massimo, in quanto darebbe potenza nulla

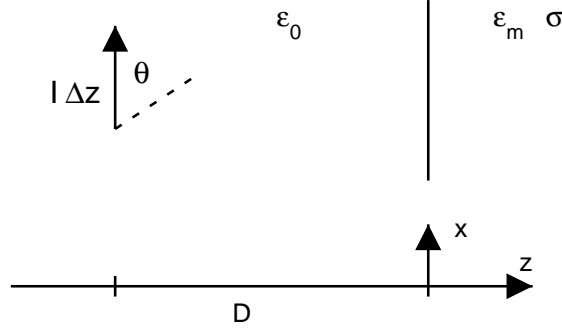


Fig.1: Dipolo parallelo a uno schermo

Consideriamo allora un dipolo elettrico di ampiezza $I\Delta z$, posto parallelamente ad una interfaccia aria–buon conduttore, e a distanza $D \ll \lambda$ (vedi Fig. 1). il campo di un dipolo elettrico è dato dalle (24), che qui riportiamo per comodità

$$\begin{aligned} E_r &= j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} \left[\frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r} 2 \cos \theta \\ E_\theta &= j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} \left[1 + \frac{1}{j\beta r} + \frac{1}{(j\beta r)^2} \right] e^{-j\beta r} \sin \theta \\ H_\varphi &= j \frac{I\Delta z}{2\lambda r} \left[1 + \frac{1}{j\beta r} \right] e^{-j\beta r} \sin \theta \end{aligned}$$

La componente del campo magnetico tangente alla interfaccia è $H_y = -H_\varphi$. Per il campo elettrico, invece, la componente tangente è la componente x che vale

$$E_x = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta = j \frac{\zeta I\Delta z}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \left\{ \left[\frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2} \right] 2 \cos^2 \theta - \left[1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2} \right] \sin^2 \theta \right\}$$

Il rapporto tra campo elettrico e magnetico tangente vale

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{H_y} &= \zeta \frac{\left[\frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2} \right] 2 \cos^2 \theta - \left[1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2} \right] \sin^2 \theta}{- \left[1 + \frac{1}{j\beta r} \right] \sin \theta} \\ &= \frac{\zeta}{j\beta r} \frac{[1 + j\beta r] 2 \cos^2 \theta - [1 + j\beta r - (\beta r)^2] \sin^2 \theta}{- [1 + j\beta r] \sin \theta} \end{aligned}$$

che può essere valutato al variare di x (assumendo $x = 0$ alla quota del dipolo). Dall'andamento riportato in Fig. 2¹ si vede che tale rapporto oscilla intorno al valore per $x = 0$ in tutta la zona centrale dello schermo, che è poi la zona in cui il campo elettrico (anch'esso mostrato in Fig. 2) è sensibilmente diverso da zero.

Si può quindi (approssimativamente) valutare l'efficienza di schermaggio anche per campi vicini, assumendo come impedenza del mezzo esterno il rapporto tra il campo elettrico e quello magnetico tangente allo schermo, nel punto di minima distanza.

¹ Le curve in Fig. 2 corrispondono a $\beta D = 0.2$, ma sono sostanzialmente costanti anche per D inferiore.

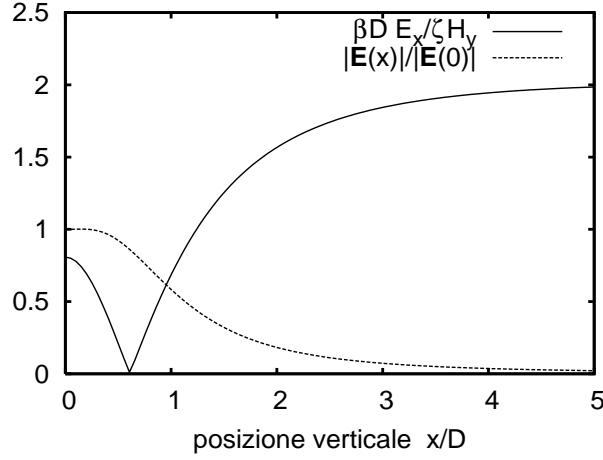


Fig. 2: Andamento di $\beta D \cdot |E_x| / \zeta |H_y|$, e di $|\mathbf{E}(x)| / |\mathbf{E}(0)|$ al variare di x , per $\beta D = 0.2$.

Nella posizione di *incidenza* ortogonale (Fig. 1), le impedenze da utilizzare sono rispettivamente, per un dipolo elettrico:

$$Z_E = \frac{E_\theta}{H_\varphi} = \zeta \frac{1 + \frac{1}{j\beta D} + \frac{1}{(j\beta D)^2}}{1 + \frac{1}{j\beta D}} \quad (76)$$

e per un dipolo magnetico:

$$Z_M = \frac{E_\varphi}{H_\theta} = \zeta \frac{1 + \frac{1}{j\beta D}}{1 + \frac{1}{j\beta D} + \frac{1}{(j\beta D)^2}} \simeq j\zeta\beta D \quad (77)$$

essendo D la distanza tra il dipolo e lo schermo.

Se $\beta D \ll 1$ allora le espressioni delle impedenze possono ulteriormente semplificarsi

$$Z_E \simeq -j\frac{\zeta}{\beta D} \quad Z_M \simeq j\zeta\beta D \quad (78)$$

La approssimazione (78) è utile anche per valutare qualitativamente lo schermaggio. In particolare le (78) mostrano che il campo di un dipolo elettrico ha una impedenza molto più grande di quello dello spazio libero, e capacitiva, mentre quella di un dipolo magnetico è molto più piccola, e induttiva. Queste considerazioni giustificano il nome di sorgente ad alta impedenza ed a bassa impedenza usato spesso per indicare sorgenti approssimabili con dipoli elettrici e con dipoli magnetici rispettivamente.

Il basso valore di $|Z_M|$ rende le sorgenti a bassa impedenza molto difficili da schermare utilizzando schermi di materiale conduttivo. Infatti la schermatura per schermi sottili dipende solo dalla differenza di impedenza tra schermi e campo. Per una sorgente a bassa impedenza questa differenza è relativamente piccola, e le efficienze di schermaggio corrispondenti sono quindi limitate.

Sorgenti a bassa impedenza possono essere efficacemente schermate da schermi larghi, come quelli realizzati con materiali ferromagnetici, in quanto la piccola riflessione è compensata

dalla attenuazione nello schermo.

L'ampiezza del campo trasmesso, e la sua fase, sono abbastanza indipendenti dall'angolo di incidenza. Questo consente di calcolare il campo trasmesso oltre lo schermo come uguale al campo del dipolo, purchè con ampiezza divisa per S_E per un dipolo elettrico, e S_M per un dipolo magnetico.

INDICE

1. EFFICIENZA DI SCHERMAGGIO	1
2. SCHERMO LARGO	1
3. SCHERMO CONDUTTORE LARGO	4
4. SCHERMO CONDUTTORE SOTTILE (NON MAGNETICO)	5
5. LIMITI DI VALIDITÀ	7
6. INCIDENZA OBLIQUA	8
7. SCHERMI MULTIPLI	9
8. DIPOLO ELEMENTARE	12
9. CAMPO DI UN DIPOLO ELEMENTARE	12
10. DIPOLO CORTO	16
11. POTENZA IRRADIATA DA UN DIPOLO	16
12. POTENZA DISSIPATA ED EFFICIENZA DI IRRADIAZIONE	17
13. ANTENNE – ALTEZZA EFFICACE	19
14. SENSORI DI CAMPO	22
15. RISPOSTA AD UNA ONDA PIANA	25
16. DIPOLO MAGNETICO E SPIRA	28
17. ANTENNE – CIRCUITO DI INGRESSO	29
18. SCHERMATURA DI SORGENTI VICINE	33