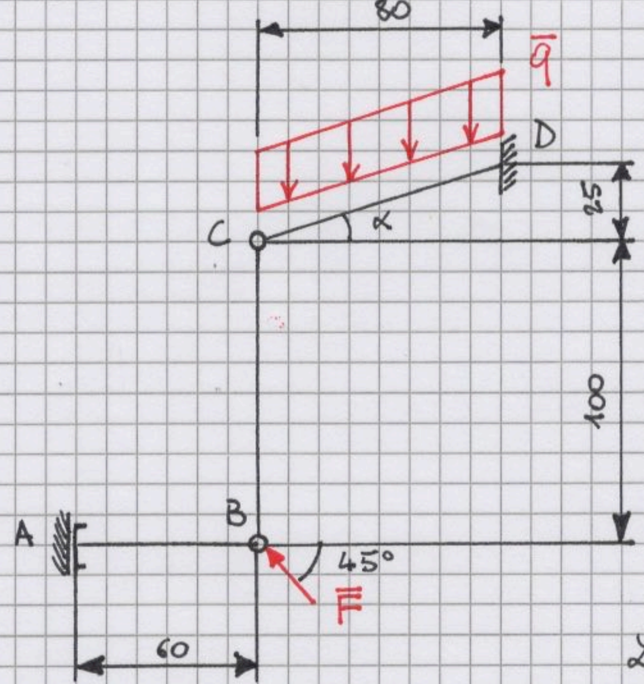
DATI DI CARICO

$$\begin{cases} \overline{F} = 150\,N \\ \overline{q} = 3\,N/mm \end{cases}$$



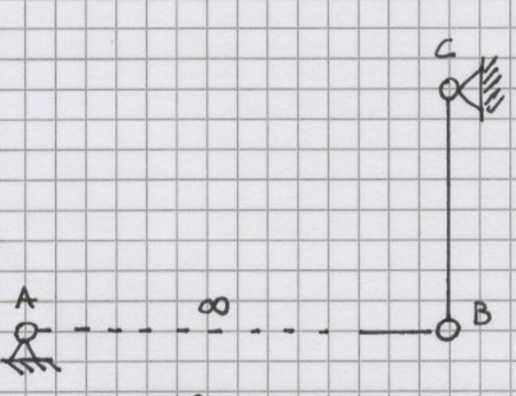
ANALISI STATICITÀ:

N° ASTE : 3

GDL : 9 } STRUTTURA
GDV : 9 } ISOSTATICA

ANALISI CINEMATICA

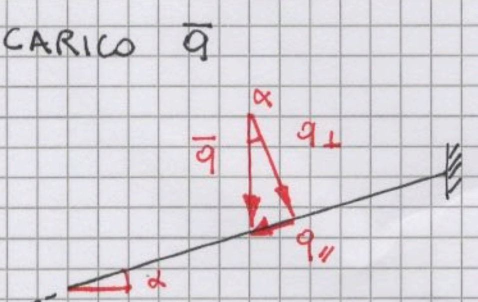
Il tratto DC è sicuramente fisso, in quanto in D è presente un incastro. La cerniera C può quindi essere schematizzata come cerniera a terra. Il pattino A può essere schematizzato come una cerniera a terra posta all'infinito, rispetto al piano di scorrimento del pattino. La struttura ABC risulta quindi un arco a tre cerniere non allineate, dove C e A sono cerniere a terra. Possiamo concludere che la struttura non sia LABILE.



CARATTERISTICHE GEOMETRICHE

$L_{DC} = \sqrt{80^2 + 25^2} = 83.8153$ mm $\qquad \alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{25}{80}\right) = 17.3540°$

CARICO $\overline{q}$



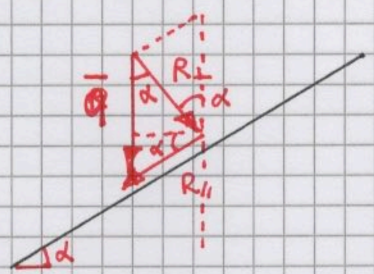
Possiamo immaginare di scomporre il carico $\overline{q}$ in una componente $q_\perp$ perpendicolare all'asse della trave e una componente $q_\parallel$ parallela all'asse.

CARICO $\bar{q}$

$$\begin{cases} q_\perp = \bar{q}\cos(\alpha) \\ q_\parallel = \bar{q}\sin(\alpha) \end{cases}$$

È immediato trovare i risultanti risolvendo l'integrale visto nella esercitazione precedente. $R = \int_S q(s)\,ds$ dove s è la coordinata curvilinea che descrive il tratto in studio.

$$\begin{cases} R_\perp = \int_0^{L_{DC}} \bar{q}\cos(\alpha)\,ds = \bar{q}\cos(\alpha)\,L_{DC} \\ R_\parallel = \int_0^{L_{DC}} \bar{q}\sin(\alpha)\,ds = \bar{q}\sin(\alpha)\,L_{DC} \end{cases}$$



Proiettando in direzione verticale $R_\parallel$ e $R_\perp$ (dato che le loro proiezioni nell'orizzontale sono uguali e opposte) si ottiene:

$$R = R_\perp\cos(\alpha) + R_\parallel\sin(\alpha) = \bar{q}\cos^2(\alpha)L_{DC} + \bar{q}\sin^2(\alpha)L_{DC} =$$
$$= \bar{q}\,L_{DC}$$

Dove posso il risultante? Bisogna risolvere un integrale.

$$\bar{s} = \frac{\int_s s\,q(s)\,ds}{R}$$

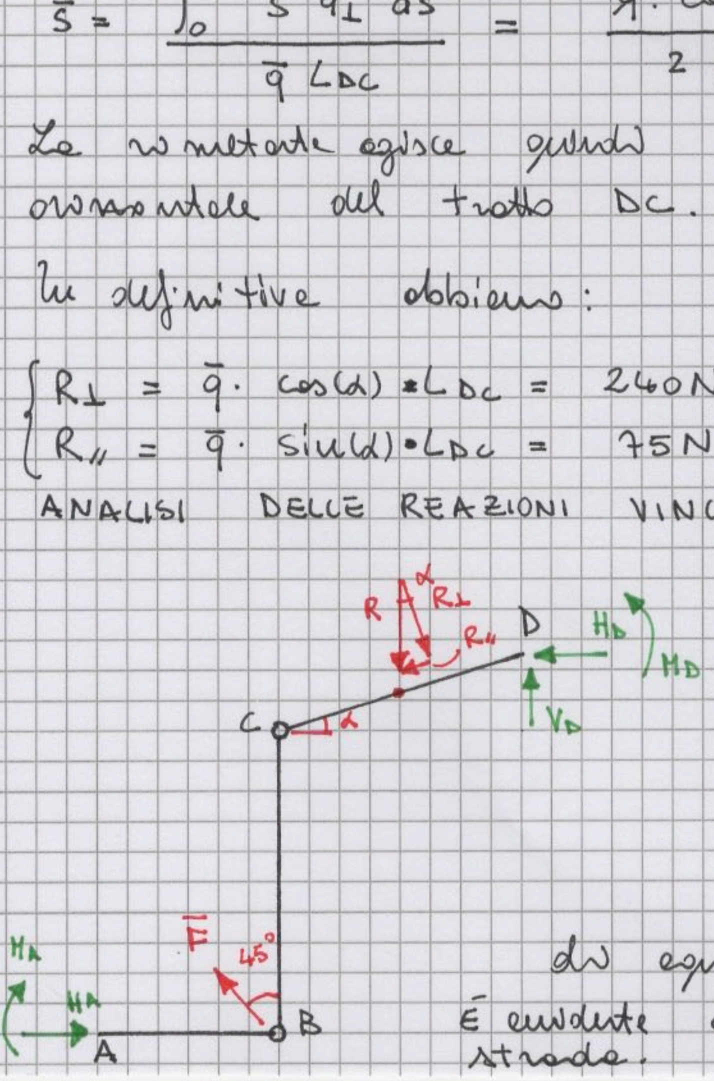
$$\bar{s} = \frac{\int_0^{L_{DC}} s\,q_\perp\,ds}{\bar{q}\,L_{DC}} = \frac{\cancel{\bar{q}}\cdot\cos(\alpha)\,L_{DC}^{\cancel{2}}}{2\,\cancel{\bar{q}}\,\cancel{L_{DC}}} = \frac{L_{DC}\cos(\alpha)}{2} = 40\text{ mm.}$$

La risultante agisce quindi a metà della proiezione orizzontale del tratto DC.

In definitiva abbiamo:

$$\begin{cases} R_\perp = \bar{q}\cdot\cos(\alpha)\cdot L_{DC} = 240\text{N} \\ R_\parallel = \bar{q}\cdot\sin(\alpha)\cdot L_{DC} = 75\text{N} \end{cases} \qquad R = \bar{q}\cdot L_{DC} = 251.4458\text{ N}$$

ANALISI DELLE REAZIONI VINCOLARI.

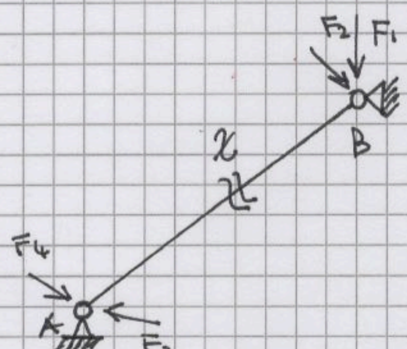


Il primo passo da compiere per il calcolo delle reazioni è sostituire i vincoli esterni con le opportune reazioni. Abbiamo $\underline{5}$ incognite e 3 equazioni di equilibrio del corpo rigido.

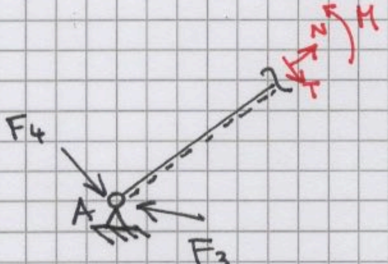
È evidente che deve essere trovata un'altra strada.

ANALISI DELLE REAZIONI VINCOLARI (BIELLA SCARICA). ③

La prima considerazione da fare osservando la struttura, dopo aver sostituito ai vincoli le adeguate reazioni vincolari, è la presenza di una BIELLA SCARICA. Una biella scarica è una particolare tipologia di asta in cui si riscontra unicamente azione normale.

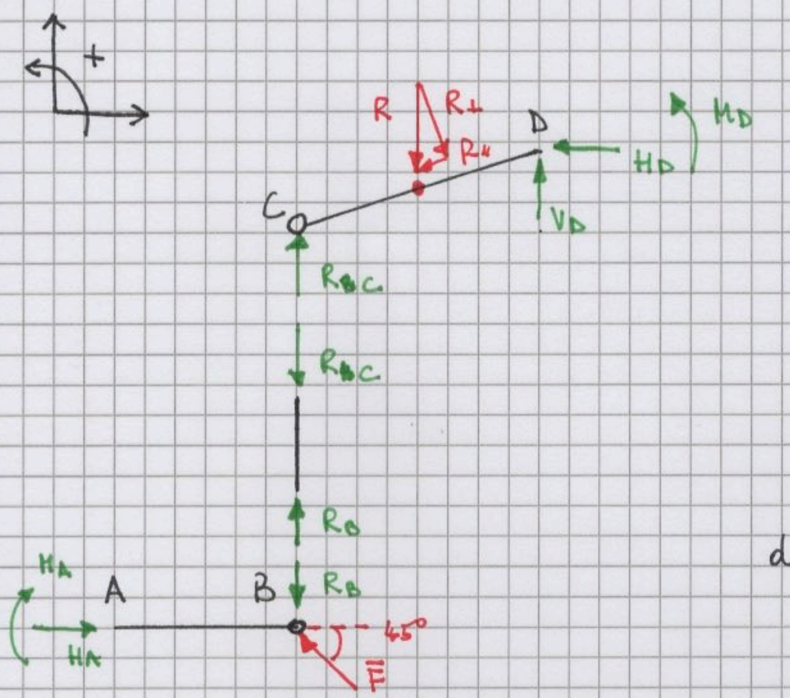


Si immagini di avere a che fare con una trave incernierata con i carichi che agiscono esclusivamente nelle cerniere. Dato che la cerniera per definizione favorisce la rotazione dell'asta intorno a se stessa, ~~immagino~~ il momento calcolato con polo coincidente con la cerniera deve essere nullo.



Si immagini di sezionare la trave ad una generica ascissa curvilinea x. La condizione che deve sussistere affinché il momento, calcolato con polo in A, sia nullo è che le azioni T e M siano nulle. Difatti l'unica azione interna che può esserci senza generare momento è l'azione assiale N, in quanto la sua retta d'azione passa per il polo A. [Le forze F_3 e F_4 non generano momento in quanto anche le loro rette d'azione passano per il polo.].

ANALISI DELLE REAZIONI VINCOLARI



Dopo aver chiarito il significato di bielle scarica il problema statico risulta enormemente semplificato.
Si noti che nel tratto $\overline{AB}$ figurano 3 incognite, quindi è possibile conoscerle tutte attraverso le 3 equazioni di equilibrio del corpo rigido.

TRATTO AB:

$\uparrow$ $\bar{F} \cdot \sin(45) - R_B = \phi \rightarrow R_B = \bar{F} \sin(45) = 106.0660\,N$

$\rightarrow$ $-\bar{F} \cdot \cos(45) + H_A = \phi \rightarrow H_A = \bar{F} \cos(45) = 106.0660\,N$

A $-M_A - R_B \cdot (60) + \bar{F} \cdot \sin(45) \cdot (60) = \phi$

$M_A = -R_B(60) + \bar{F} \sin(45)(60) = \phi$

Nota la reazione R_B è immediato il calcolo della reazione R_C attraverso un equilibrio alla traslazione verticale.

$R_B = R_C = 106.0660\,N$

A questo punto anche nell'asta CD sono presenti solo 3 incognite, ed è quindi possibile calcolarle.

TRATTO CD

$\uparrow$ $R_C + V_D - R = \phi \rightarrow V_D = R - R_C = 145.3798\,N$

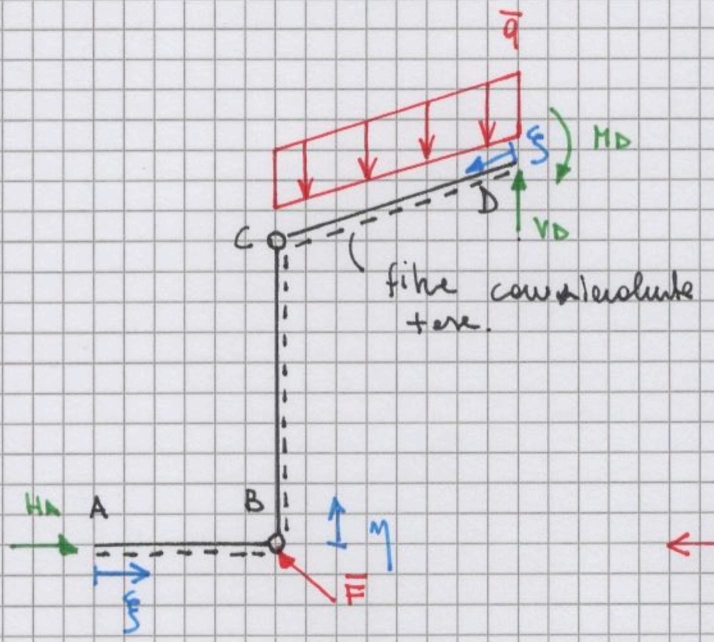
$\rightarrow$ $H_D = \phi$

D) $M_D + R(80/2) - R_C(80) = \phi$ $M_D = R_C \cdot (80) - R(40) = -1572.5514$

$M_D = -1572.5514\,Nmm$

Come al solito, per evitare di lavorare con segno negativo, cambiamo segno a M_D e invertiamo il suo verso nello schema.

QUADRO GENERALE REAZIONI VINCOLARI



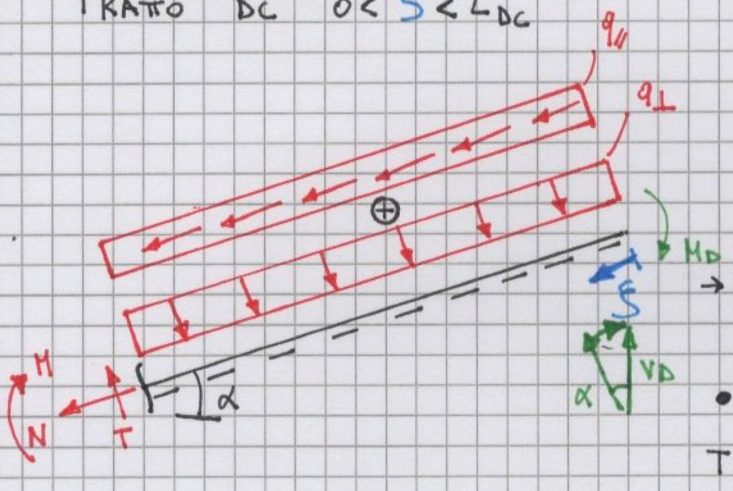
$$\begin{cases} H_A = 106.0660\,N \\ V_D = 145.3798\,N \\ M_D = 1572.5514\,Nmm \end{cases}$$

Per studiare le azioni interne è necessario definire 3 coordinate curvilinee: ξ, η, ς. Ricordiamo le convenzioni di positività.

$\leftarrow \boxed{N} \rightarrow \qquad \uparrow \boxed{T} \downarrow \qquad (\boxed{M})$

CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE

TRATTO DC $0 < \varsigma < L_{DC}$



$N + q_{//}\,\varsigma - V_D \cdot \sin(\alpha) = \phi$

• $N = -q_{//}\,\varsigma + V_D \sin(\alpha)$

$N(\phi) = V_D \sin(\alpha) = 43.3632\,N$

$N(L_{DC}) = -31.6368\,N$

$\rightarrow N = \phi$ in $\varsigma = \frac{V_D\, S\alpha}{q_{//}} = \frac{V_D}{q} = 48.46\,mm$

$T - q_\perp\,\varsigma + V_D \cos(\alpha) = \phi$

• $T = q_\perp\,\varsigma - V_D \cos(\alpha)$

$T(\phi) = -V_D \cos(\alpha) = -138.7621\,N$

$T(L_{DC}) = 101.2379\,N$

$\rightarrow$ Taglio nullo $\rightarrow \bar{\varsigma} = \frac{V_D \cos(\alpha)}{q_\perp} = \frac{V_D \cos(\alpha)}{q \cdot \cos(\alpha)} = 48.46\,mm$

$M + M_D + q_\perp \cdot \frac{\varsigma^2}{2} - V_D \cdot \cos(\alpha) \cdot \varsigma = \phi$

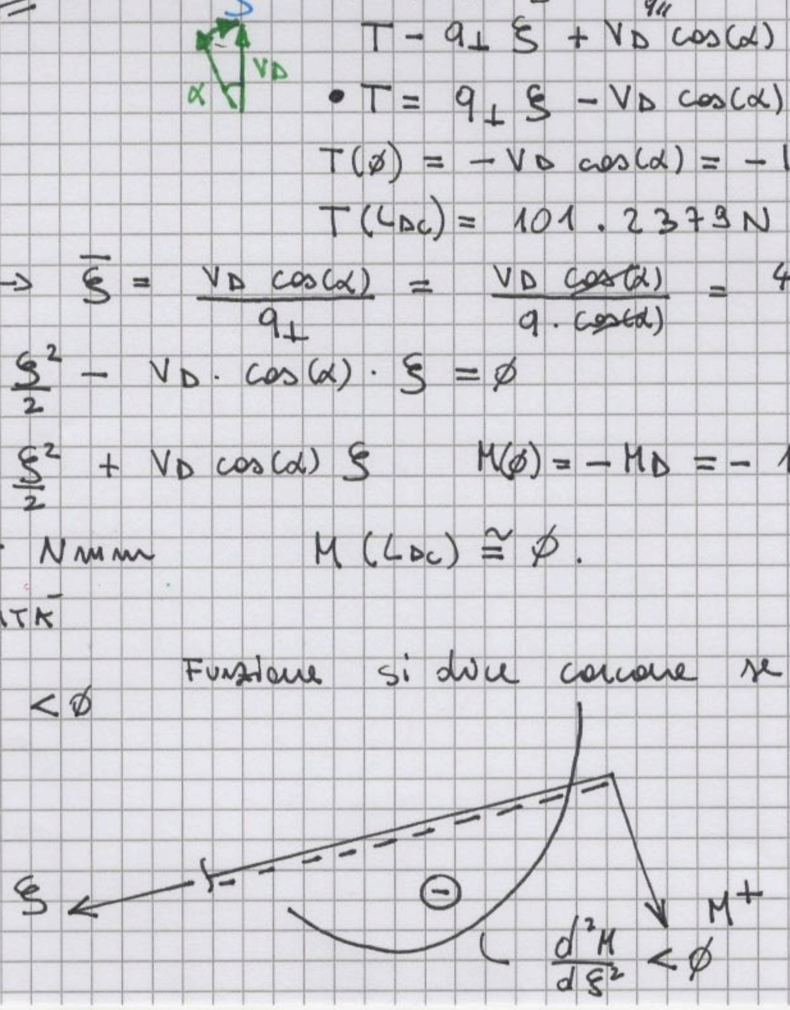
• $M = -M_D - q_\perp \frac{\varsigma^2}{2} + V_D \cos(\alpha)\,\varsigma \qquad M(\phi) = -M_D = -1572.5514\,Nmm$

$M(\bar{\varsigma}) = 1789.65\,Nmm \qquad M(L_{DC}) \cong \phi.$

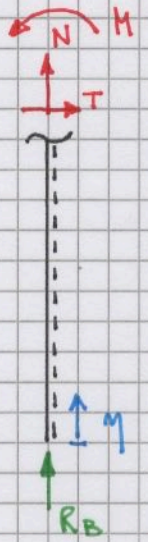
ANALISI CONCAVITÀ

$$\frac{d^2 M(\varsigma)}{d\varsigma^2} = -q_\perp < \phi$$

Funzione si dice concava se $f''(\varsigma) \leq \phi$



TRATTO CB $0 < \eta < 100$



Il tratto CB si comporta come una biella scarica.

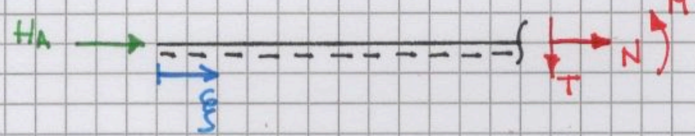
$N + R_B = \emptyset$ • $N = -R_B = -106.0660\,N$

$T = M = \emptyset$

TRATTO AB $0 < \xi < 60$

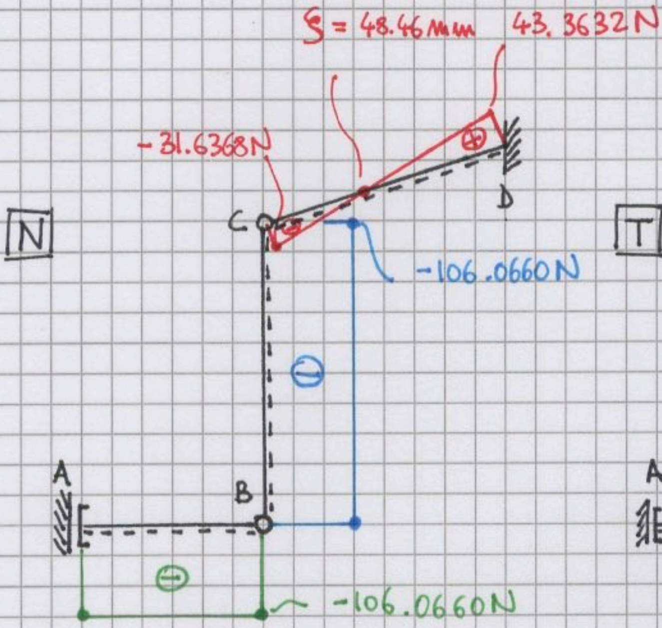
$N + H_A = \emptyset$ • $N = -H_A = -106.0660\,N$

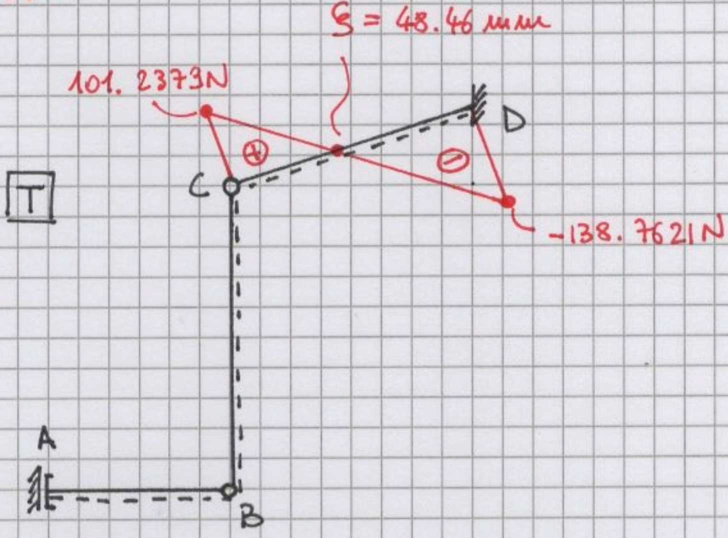
$T = M = \emptyset$

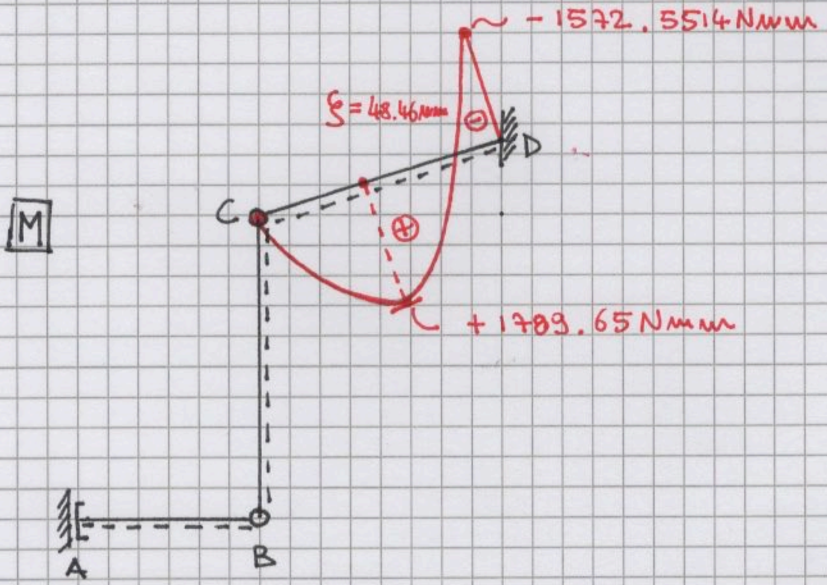


Il tratto AB presenta solo azione normale N ma non è una biella scarica. Difatti l'asta non è strettamente una biella, in quanto agli estremi di quest'ultima devono essere permesse le rotazioni e il pattino posto in A le impedisce. ~~Quindi questo è un caso particolare e questo comportamento è del tutto casuale e non costituisce una regola generale.~~

DIAGRAMMI DELLE AZIONI INTERNE







OSSERVAZIONI:

1) DIAGRAMMA M continuo e nullo nelle cerniere.
2) Le aste AB e BC sono soggette alla sola azione normale.
3) L'unica asta in cui compaiono tutte le caratteristiche della sollecitazione è l'asta CD.