Jean pierre Petit

IL GEOMETRICON

storia di un fantastico viaggio
nei mondi delle geometrie

L' autore

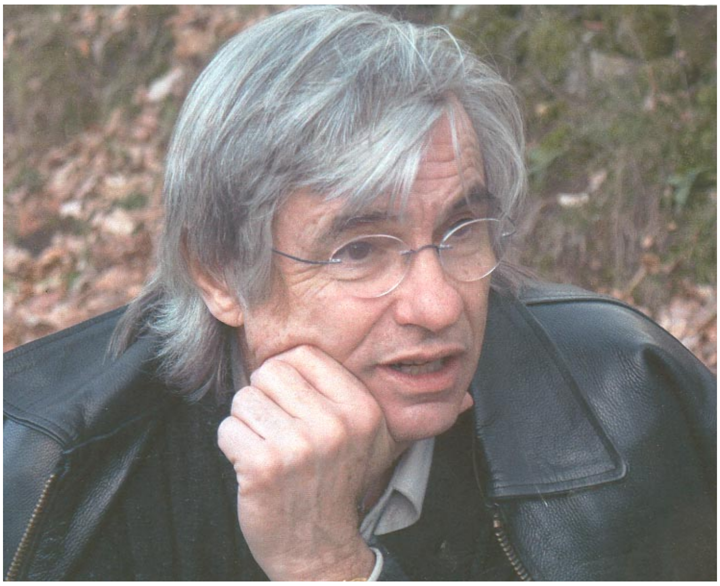
http://www.savoir-sans-frontiere.com

Jean-Pierre Petit, 68 anni, è un astrofisico in pensione (ma continua a produrre lavori scientifici), specializzato in teorie cosmologiche. Ha passato 29 anni all'Osservatorio di Marsiglia e ha scritto 32 libri, molti dei quali sono stati tradotti in varie lingue (otto in tutto).

Savoir sans Frontières

(Sapere senza Frontiere)
Association Loi de 1901 (ONLUS)

http://www.savoir-sans-frontieres.com



Jean-Pierre Petit, Presidente dell'Associazione

Ex Direttore di Ricerca presso il CNRS, astrofisico e ideatore di un nuovo genere di pubblicazione: il fumetto scientifico. Nel 2005, crea con il suo amico Gilles d'Agostini l'associazione Savoir sans Frontières che si prefigge lo scopo di divulgare gratuitamente il sapere, anche scientifico e tecnico, nel mondo intero. L'associazione, il cui funzionamento è consentito dalle donazioni che riceve, retribuisce traduttori con un compenso di 150 Euro (nel 2007) facendosi carico delle spese bancarie relative all'incasso.
I molti traduttori fanno crescere ogni giorno il numero dei testi tradotti (nel 2007, 200 fumetti scaricabili gratuitamente da internet, in 28 lingue tra cui il Laoziano e lo Ruandese).
Il presente file pdf può essere duplicato e riprodotto liberamente, parzialmente o integralmente, nonché utilizzato da insegnanti nei loro corsi, purché tali operazioni non siano a scopo di lucro. Può essere inserito in biblioteche municipali, scolastiche ed universitarie, sia in forma stampata che in reti digitali di tipo Intranet.
L'autore intende completare questa raccolta di opere con testi maggiormente accessibili ai giovanissimi (ragazzi di 12 anni). Sono inoltre in preparazione dei fumetti "parlanti" per analfabeti, nonché altri "bilingue" destinati all'apprendimento di una lingua straniera partendo dalla propria lingua madre.
L'associazione cerca costantemente nuovi traduttori che traducano nella loro lingua madre e dispongano delle competenze tecniche e linguistiche idonee alla corretta traduzione dei fumetti.

Per contattare l'associazione, vedere la pagina iniziale del sito

Per fare una donazione si prega di utilizzare le seguenti coordinate bancarie di Savoir sans Frontières:

Numero internazionale del conto ➔ International Bank Account Number (IBAN) :

IBAN
FR 16 20041 01008 1822226V029 88

Codice identificativo banca ➔ Bank Identifier Code (BIC) :

BIC
PSSTFRPPMAR

Gli statuti dell'associazione (in lingua francese) sono consultabili sul sito. La contabilità è accessibile on-line in tempo reale. L'associazione non preleva dalle donazioni alcun importo all'infuori delle spese per i bonifici bancari in modo tale che i compensi versati ai traduttori siano netti.

I soldi versati dai donatori sono destinati esclusivamente alla retribuzione dei traduttori con un compenso di 150 euro a fumetto (al quale si aggiungono le spese per il bonifico bancario). Gli unici costi di esercizio sono quelli relativi al sito e vengono sostenuti dagli stessi membri benevoli.

In quest'opera "umanitaria culturale" il donatore ha quindi la certezza che il 100% della donazione viene assegnato allo scopo perseguito ovvero dare accesso a conoscenze scientifiche e tecniche al maggior numero possibile di individui.

Mettiamo on line in media una decina di nuove traduzioni al mese.

AVVERTENZA

QUESTO NON E' UN TRATTATO, NE' UN CORSO:

E' SEMPLICEMENTE LA STORIA DI ANSELMO

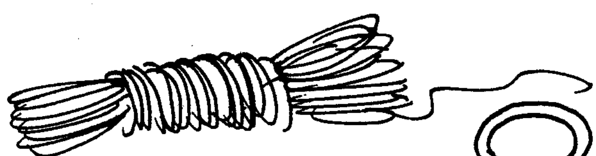
E DI UNO DEI SUOI VIAGGI,

NEL PAESE DELLA GEOMETRIA.

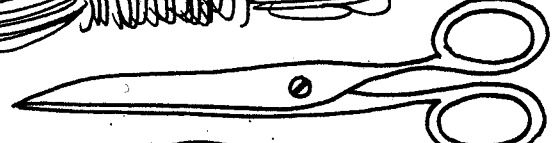
LEGGETELA PREFERIBILMENTE CON:

* DELL'ASPIRINA, INNANZITUTTO

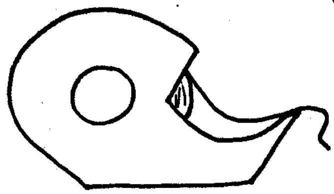
* QUINDI UNA CORDA



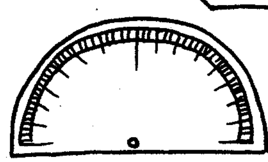
* DELLE FORBICI



* DEL NASTRO ADESIVO

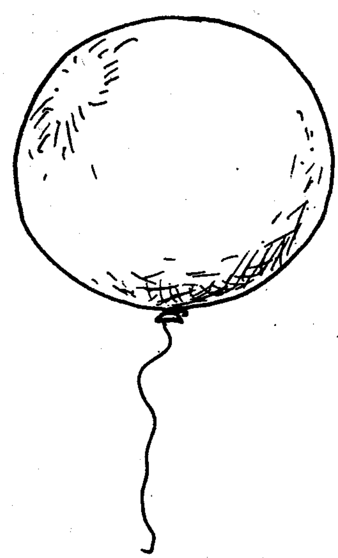


* UN GONIOMETRO



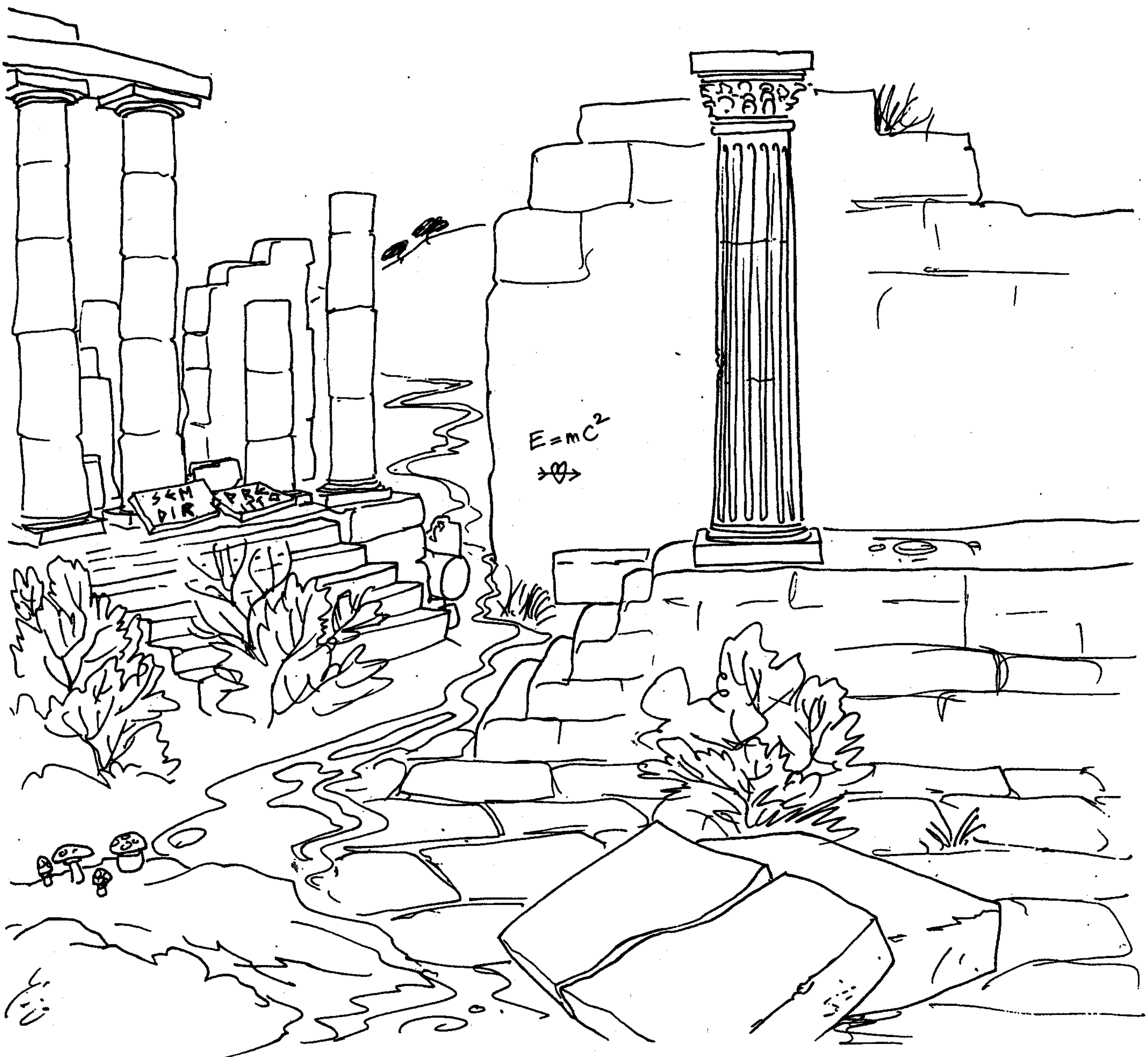
* E UN BEL PALLONE

TONDO TONDO...



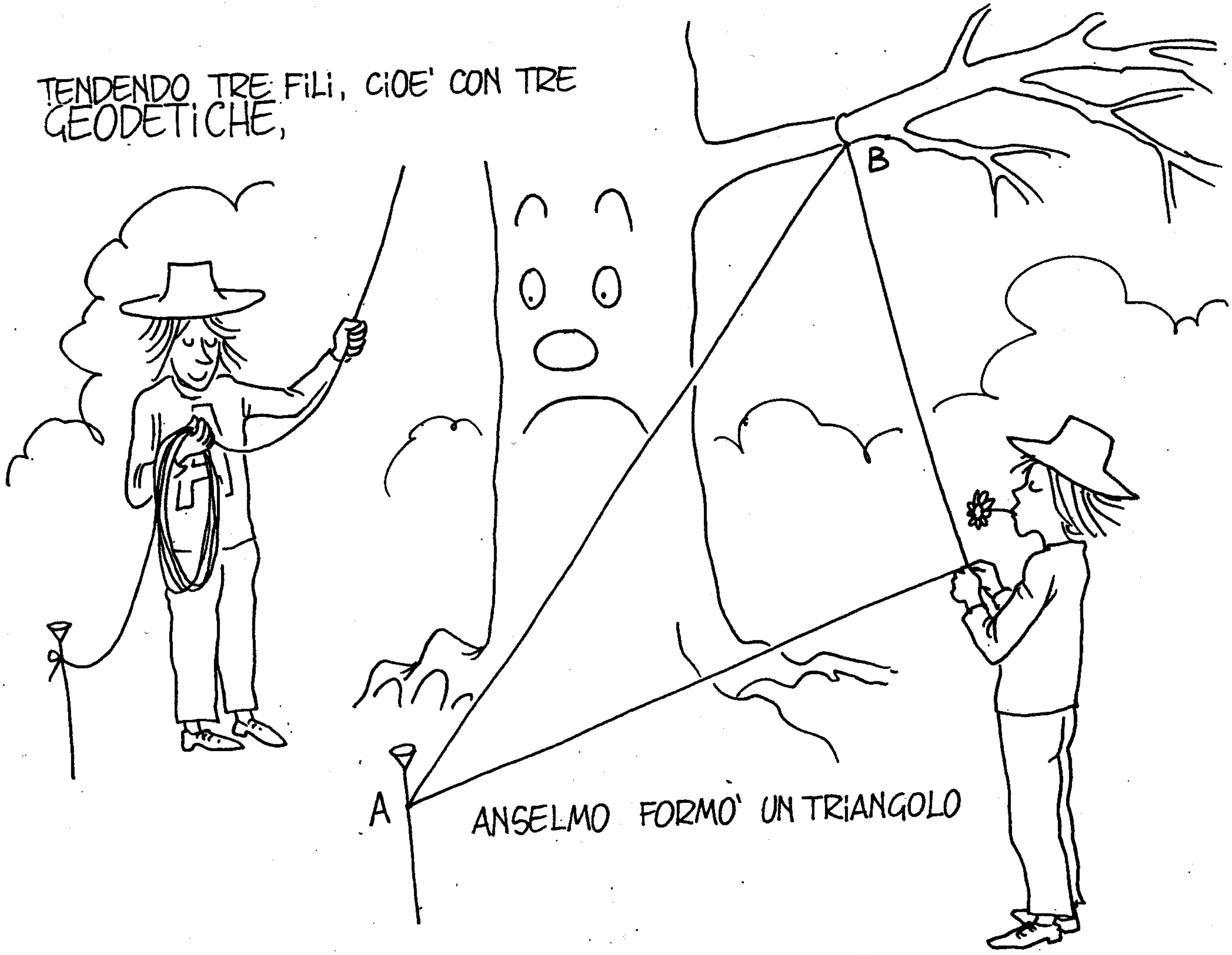
LA SOCIETA' EUCLIDE & C. NACQUE AD ALESSANDRIA, NEL TERZO SECOLO AVANTI CRISTO, E PER MILLEDUECENTO ANNI I SUOI AFFARI PROSPERARONO. I SUOI PRODOTTI ERANO APPREZZATI DA UNA CLIENTELA SODDISFATTA E FEDELE.

MA., A POCO A POCO, I GUSTI DEI CLIENTI CAMBIARONO. MENTRE IN PASSATO CI SI FIDAVA CIECAMENTE DELLA DITTA, DOPO QUALCHE CURIOSA ESPERIENZA QUALCUNO GIUNSE A CHIEDERSI:
"MA, IN FONDO, EUCLIDE E' SEMPRE E DOVUNQUE IL MEGLIO?"
E' LA STORIA DI UNO DI COSTORO CHE STIAMO PER NARRARVI.



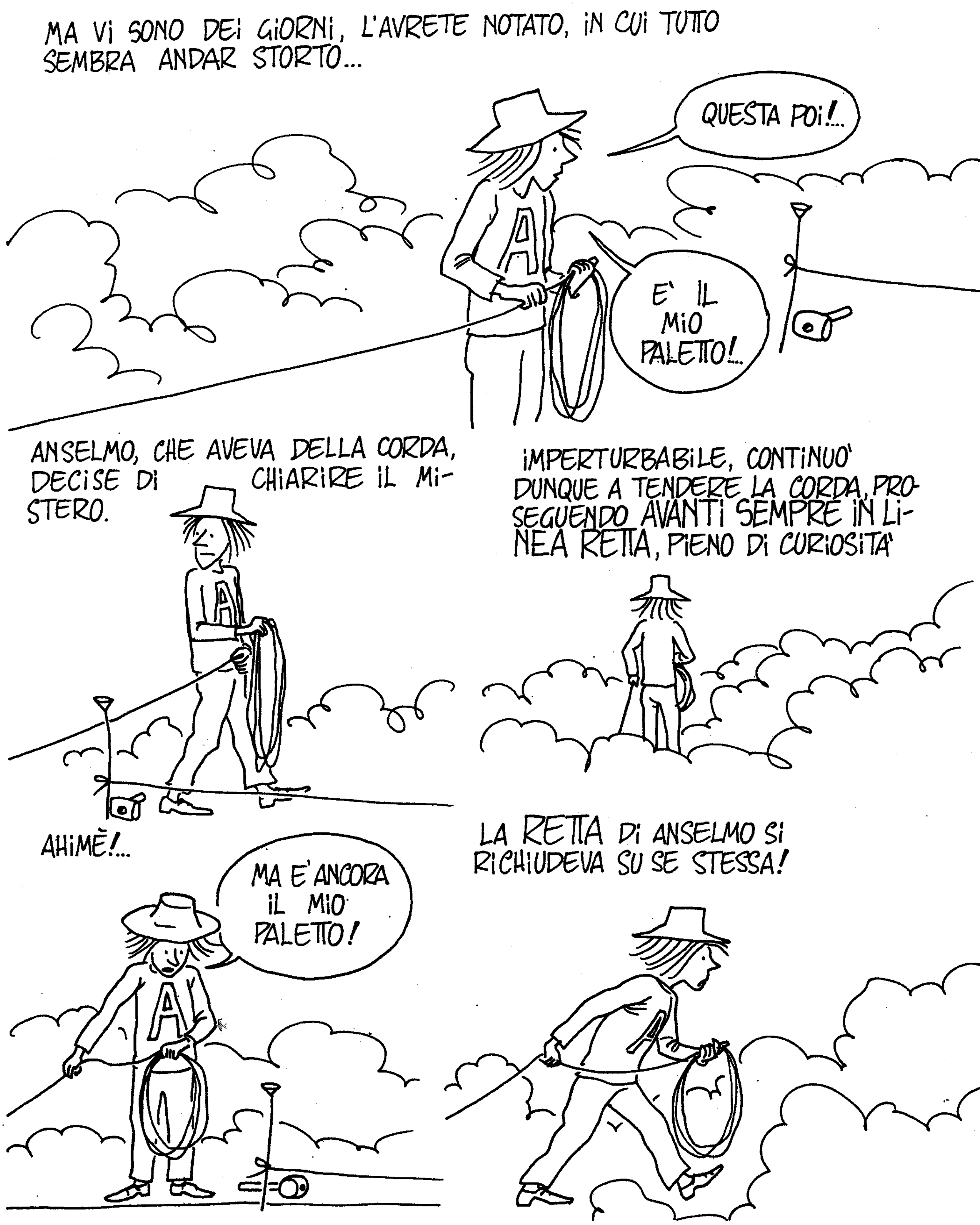
PROLOGO:

UN BEL GIORNO ANSELMO DECISE DI TENDERE UNA CORDA TRA DUE PALETTI:


TENDENDO TRE FILI, CIOE' CON TRE GEODETICHE,
B
A
ANSELMO FORMO' UN TRIANGOLO

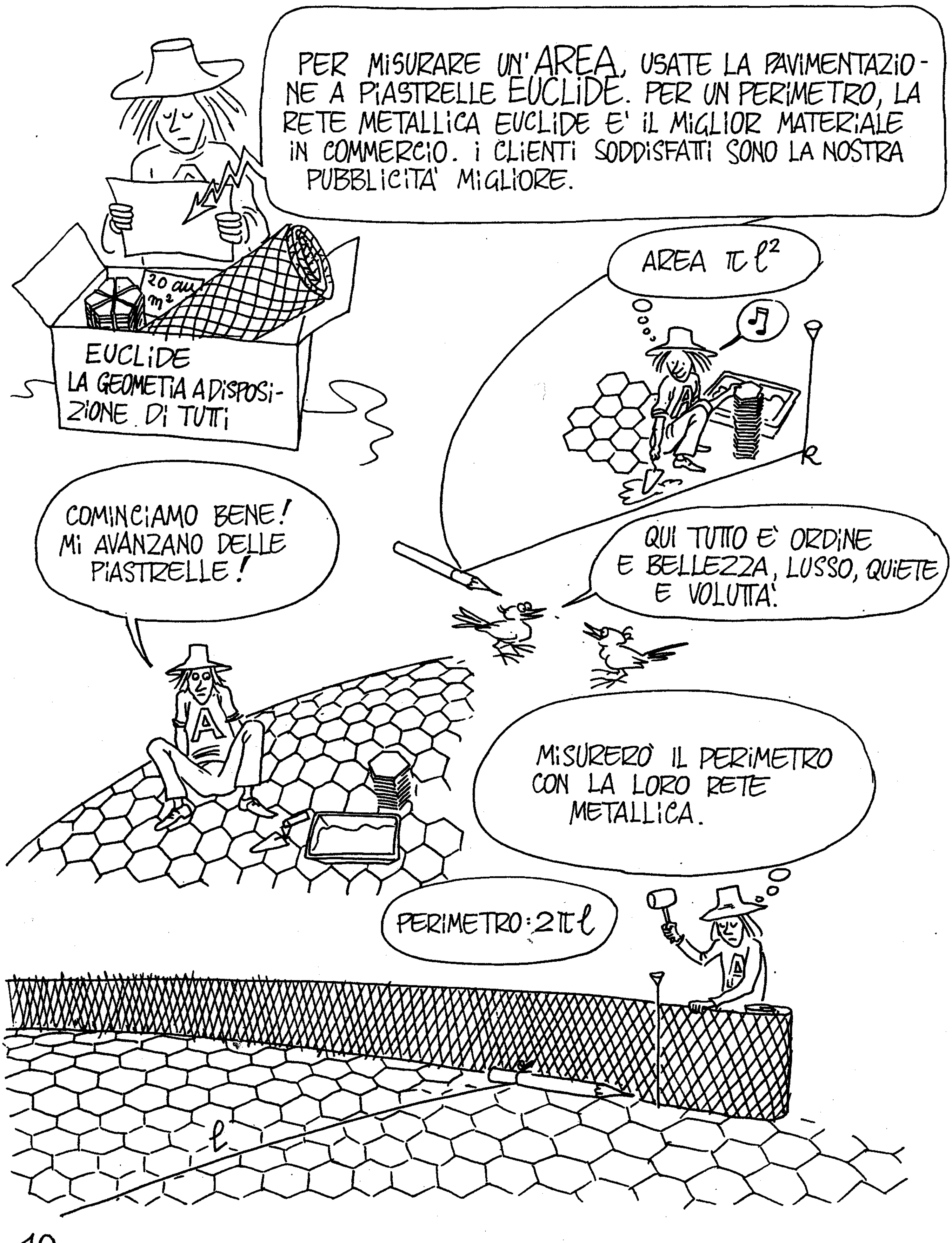

PONENDO IL SUO GONIOMETRO SU CIASCUN VERTICE DEL TRIANGOLO, MISURO' GLI ANGOLI Â, B̂, Ĉ, E NE CALCOLO' LA SOMMA
SECONDO L'OTTIMO TEOREMA DELLA SOCIETA' EUCLIDE & C., LA SOMMA DEVE ESSERE 180° BENE...
$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$ ευκλιδε

IL MONDO IN CUI VIVEVA ANSELMO ERA MALEDETTAMENTE NEBBIOSO, AL PUNTO CHE VI SARESTE SOFFIATI IL NASO DI UN ALTRO...


MA VI SONO DEI GIORNI, L'AVRETE NOTATO, IN CUI TUTTO SEMBRA ANDAR STORTO...
QUESTA POI!...
E' IL MIO PALETTO!...
ANSELMO, CHE AVEVA DELLA CORDA, DECISE DI CHIARIRE IL MISTERO.
IMPERTURBABILE, CONTINUO' DUNQUE A TENDERE LA CORDA, PROSEGUENDO AVANTI SEMPRE IN LINEA RETTA, PIENO DI CURIOSITA'
AHIMÈ!...
MA E' ANCORA IL MIO PALETTO!
LA RETTA DI ANSELMO SI RICHIUDEVA SU SE STESSA!

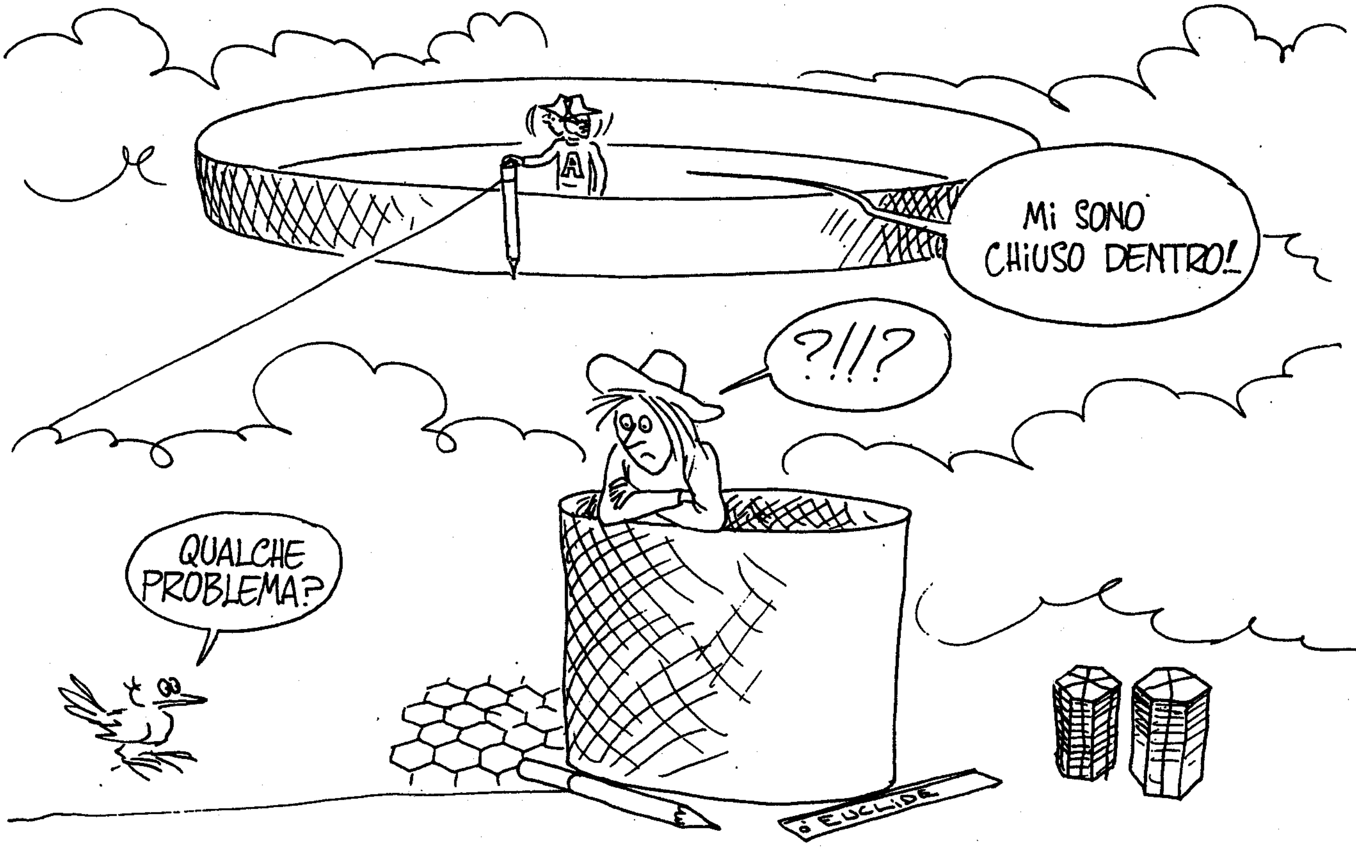

? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ?
PROVIAMO UN TEOREMA DELLA SOCIETA' EUCLIDE. TRACCERO' TRE GEODETICHE DI UGUALE LUNGHEZZA: NE RICAVERO' UN TRIANGOLO CON TRE ANGOLI DI 60° CIASCUNO, E DUNQUE IN TOTALE 180°. E' SCRITTO SUL LIBRETTO DI ISTRUZIONI.
B
60
60
60
A
C
$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180°$
DUNQUE, VEDIAMO...
RATIO OMNIA VINCIT
A
A
B
ECCO IL MIO SECONDO VERTICE B. PER TROVARE IL TERZO, NON MI RESTA CHE TENDERE ALTRI DUE FILI.
B
A
E' BELLA LA SCIENZA!
ACCIDENTI! GLI ANGOLI SONO UGUALI, MA MISURANO PIU' DI 60°!
QUALCHE PROBLEMA?
C
A
LA LORO SOMMA, QUESTO E' CERTO, E' PIU' DI 180°.
GEOMETRIA EUCLIDEA
EUCLIDE
EUCLIDE!


EPPURE, CON LA RIGA POGGIATA PER TERRA, HO POTUTO CONTROLLARE CHE QUEI FILI ERANO REALMENTE DELLE RETTE!
EUCLIDE
PRONTO, LA DITTA EUCLIDE? SENTA, HO DELLE NOIE CON IL VOSTRO MATERIALE.
UN ATTIMO, LE PASSO IL REPARTO TECNICO.
NOIE CON I NOSTRI TRIANGOLI? INCREDIBILE! PERCHE' NON PROVA I NOSTRI CERCHI? I NOSTRI CLIENTI NE SONO ENTUSIASTI.
... UN CERCHIO E' DUNQUE L'INSIEME DEI PUNTI POSTI AD UNA DISTANZA ℓ DA UN PUNTO FISSO.
DICE CHE IL PERIMETRO E' $2\pi\ell$, E L'AREA $\pi\ell^2$. NE PRENDO NOTA.
ℓ
A SUA DISPOSIZIONE


PER MISURARE UN'AREA, USATE LA PAVIMENTAZIONE A PIASTRELLE EUCLIDE. PER UN PERIMETRO, LA RETE METALLICA EUCLIDE E' IL MIGLIOR MATERIALE IN COMMERCIO. I CLIENTI SODDISFATTI SONO LA NOSTRA PUBBLICITA' MIGLIORE.
20 au m²
EUCLIDE
LA GEOMETIA A DISPOSIZIONE DI TUTTI
AREA πℓ²
♫
COMINCIAMO BENE! MI AVANZANO DELLE PIASTRELLE!
QUI TUTTO E' ORDINE E BELLEZZA, LUSSO, QUIETE E VOLUTTA'.
MISURERO' IL PERIMETRO CON LA LORO RETE METALLICA.
PERIMETRO: 2πℓ
ℓ


MA GUARDA, ORA HO PIÙ DEL 36% DI RETE DI TROPPO, E IL 19% DI PAVIMENTAZIONE IN PIÙ! E IL CERCHIO CHE HO TRACCIATO E' DIVENTATO... UNA RETTA!
STO SOGNANDO, O CHE ALTRO?
EUCLIDE
PER LO SPAZIO! EPPURE QUESTA RIGA E' PROPRIO RETTA!
ANSELMO FA AUMENTARE ANCORA IL RAGGIO ℓ, E QUESTA VOLTA...
EUCLIDE
LA CURVATURA DEL MIO CERCHIO E' PASSATA DALL'ALTRA PARTE!
E ORA, QUANDO FACCIO AUMENTARE ℓ, IL PERIMETRO DIMINUISCE! E' ROBA DA MATTI!

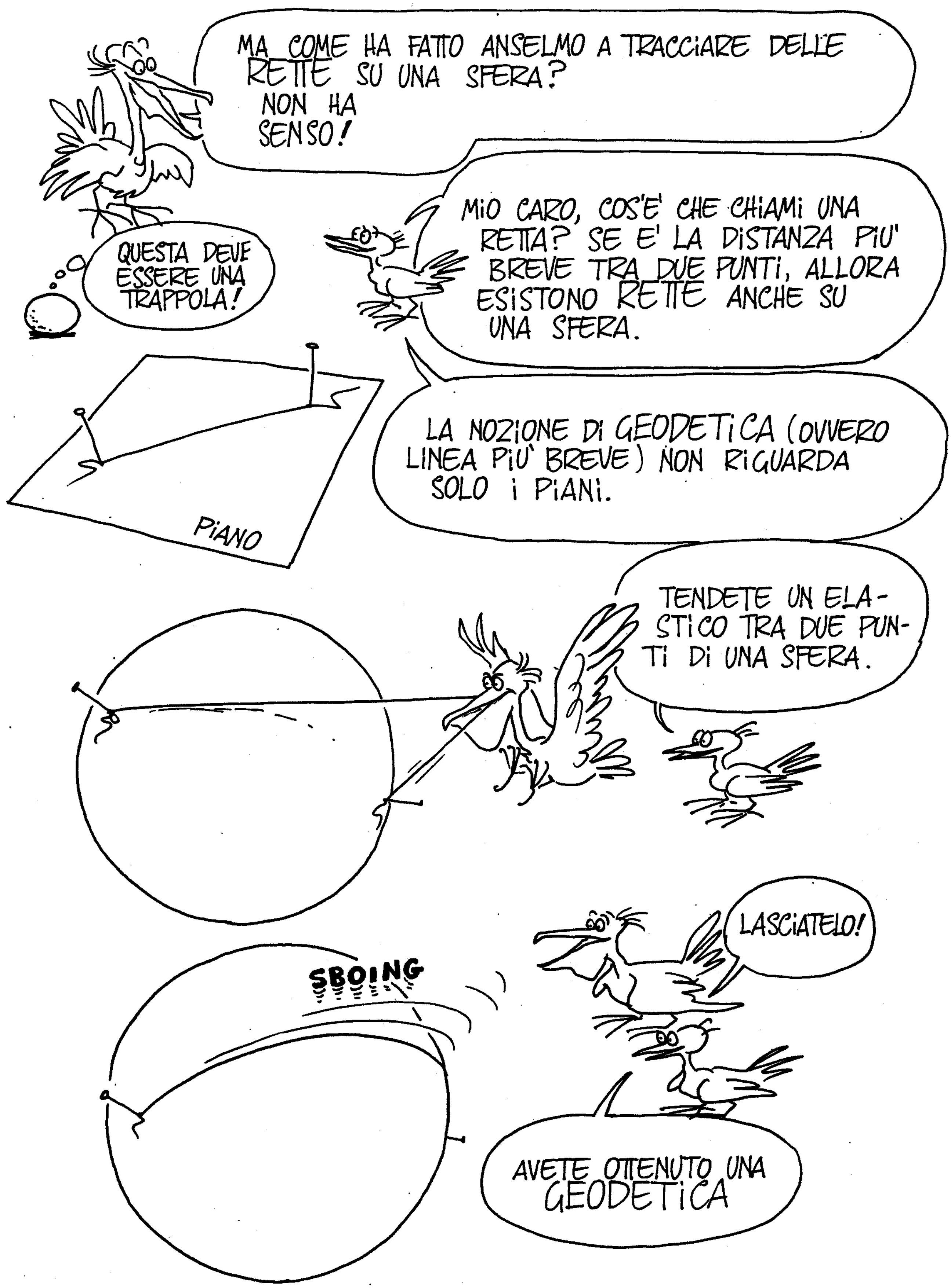
DOPO UN'ULTIMA PROVA DI PAVIMENTAZIONE:

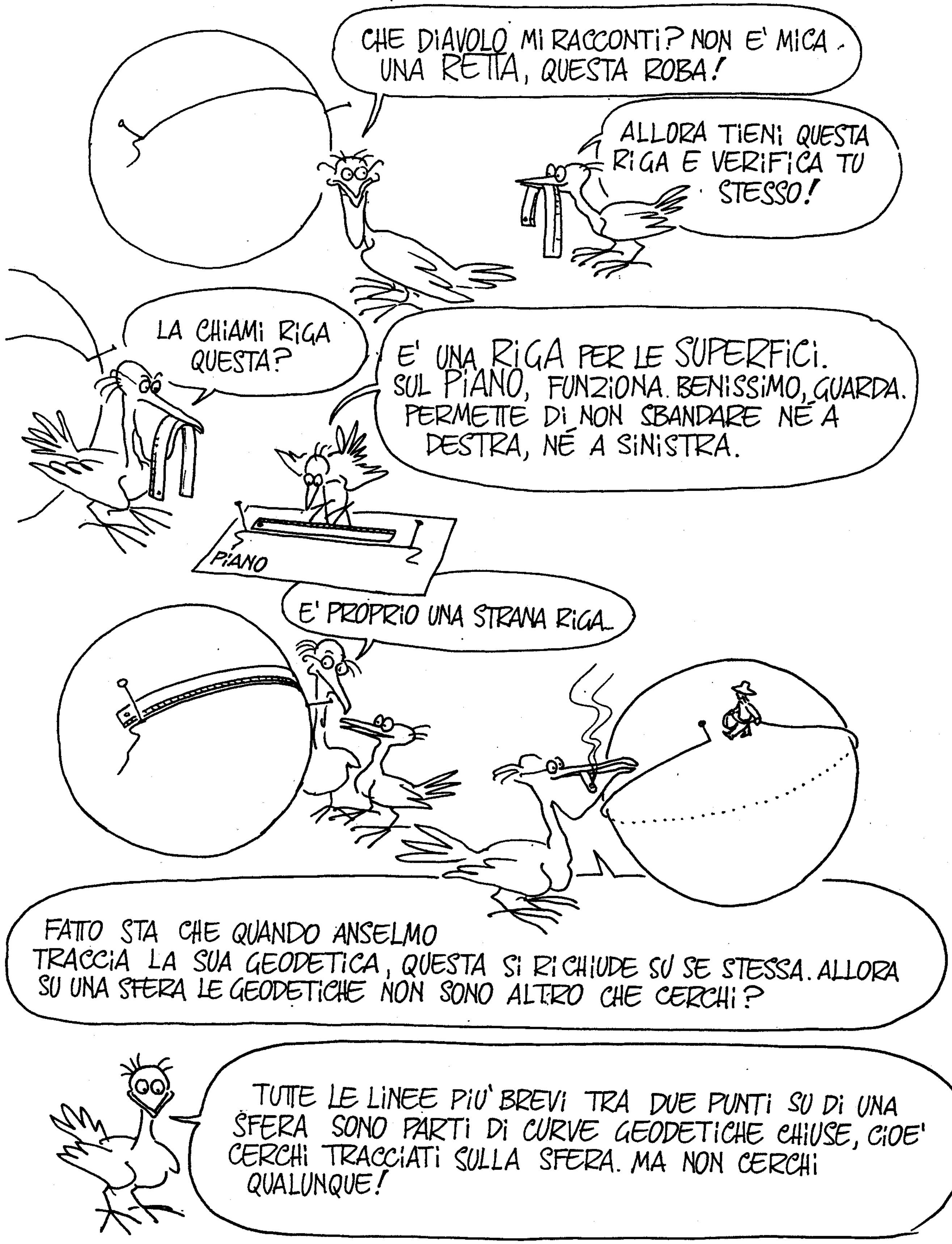


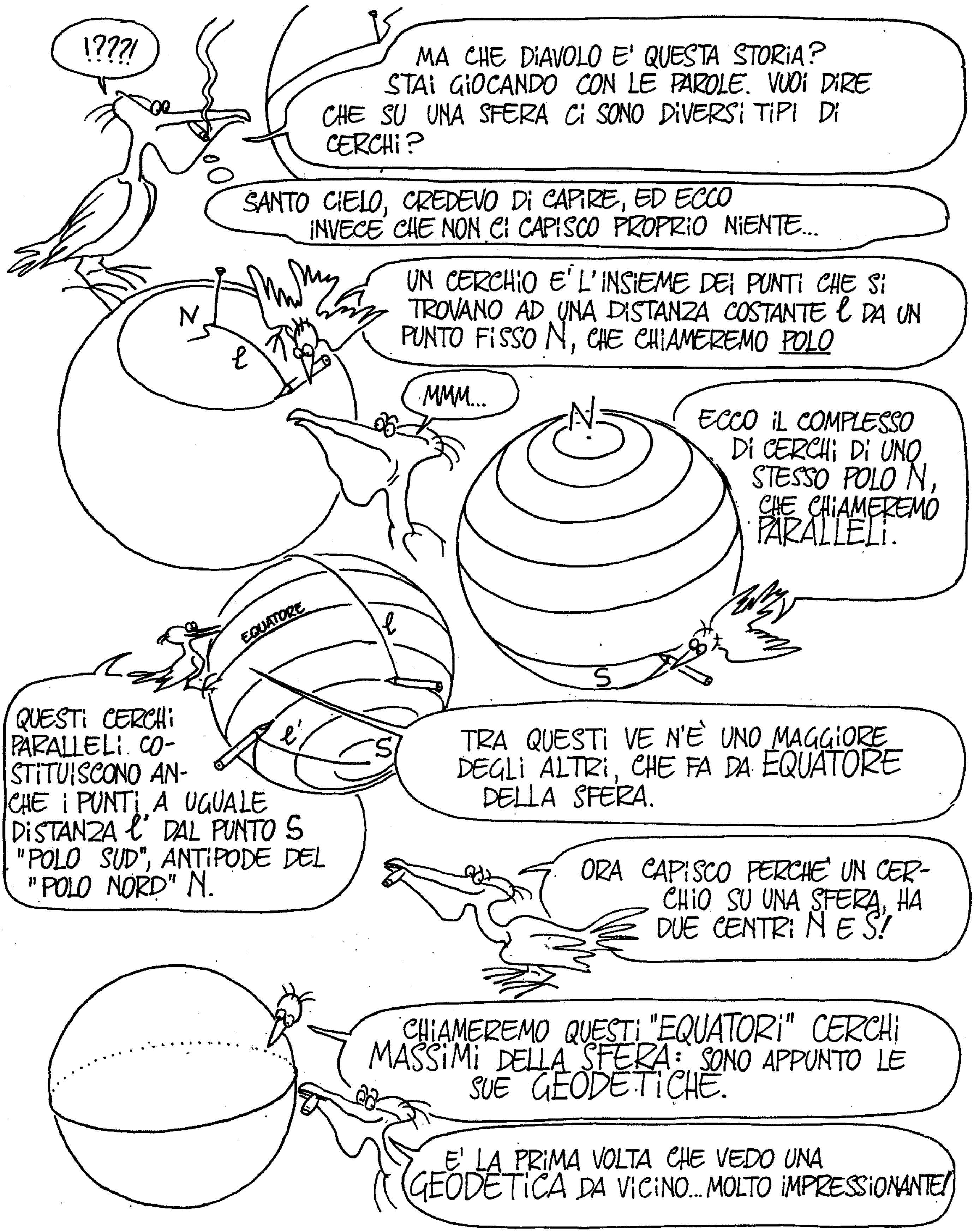
CHE COSA E' ACCADUTO?

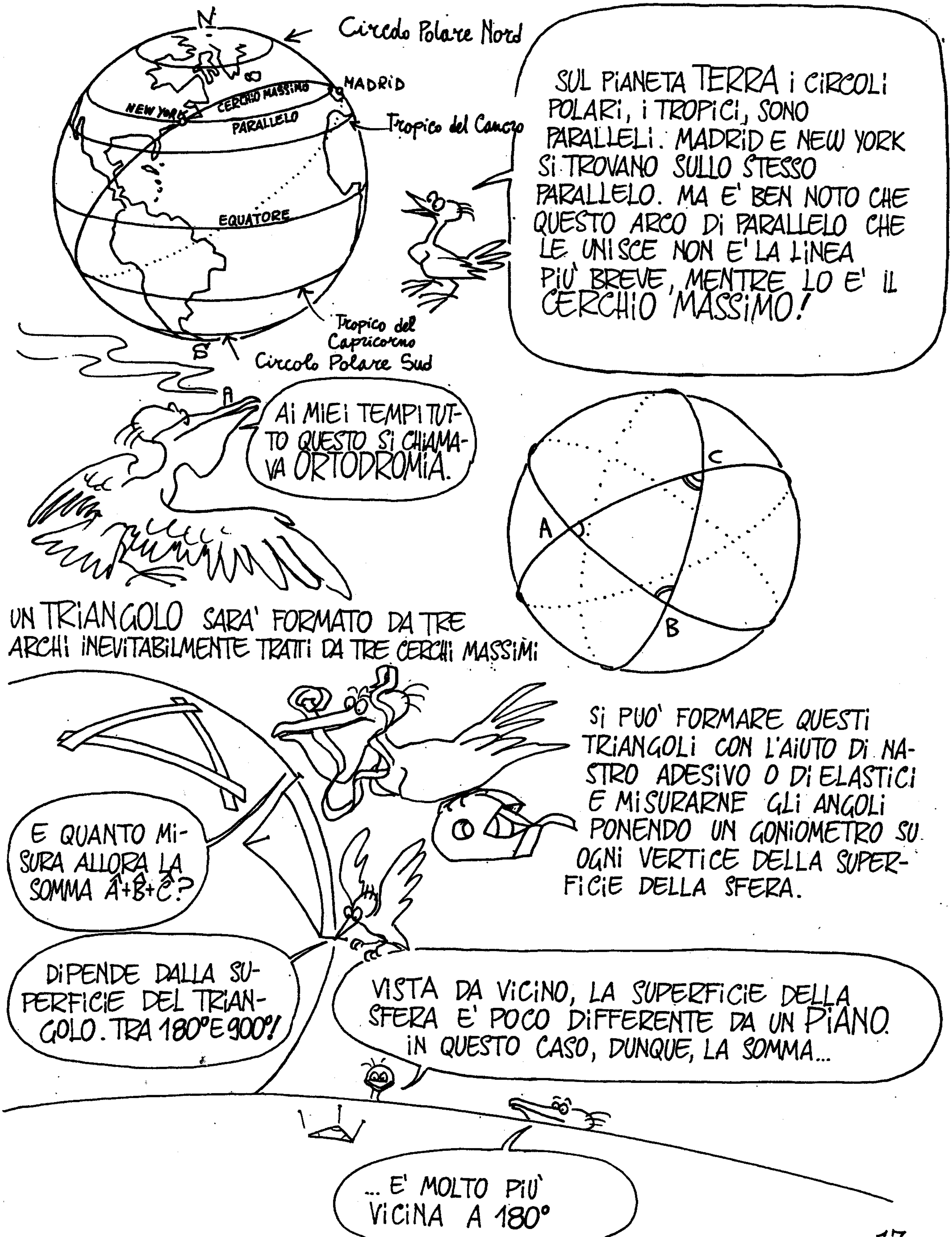
PER SAPERLO, DISPERDIAMO LE NUVOLE:

ANSELMO SI RENDE CONTO DI TROVARSI SU UNA SFERA, SULLA QUALE HA APPLICATO LE LEGGI DELLA GEOMETRIA DEI PIANI.

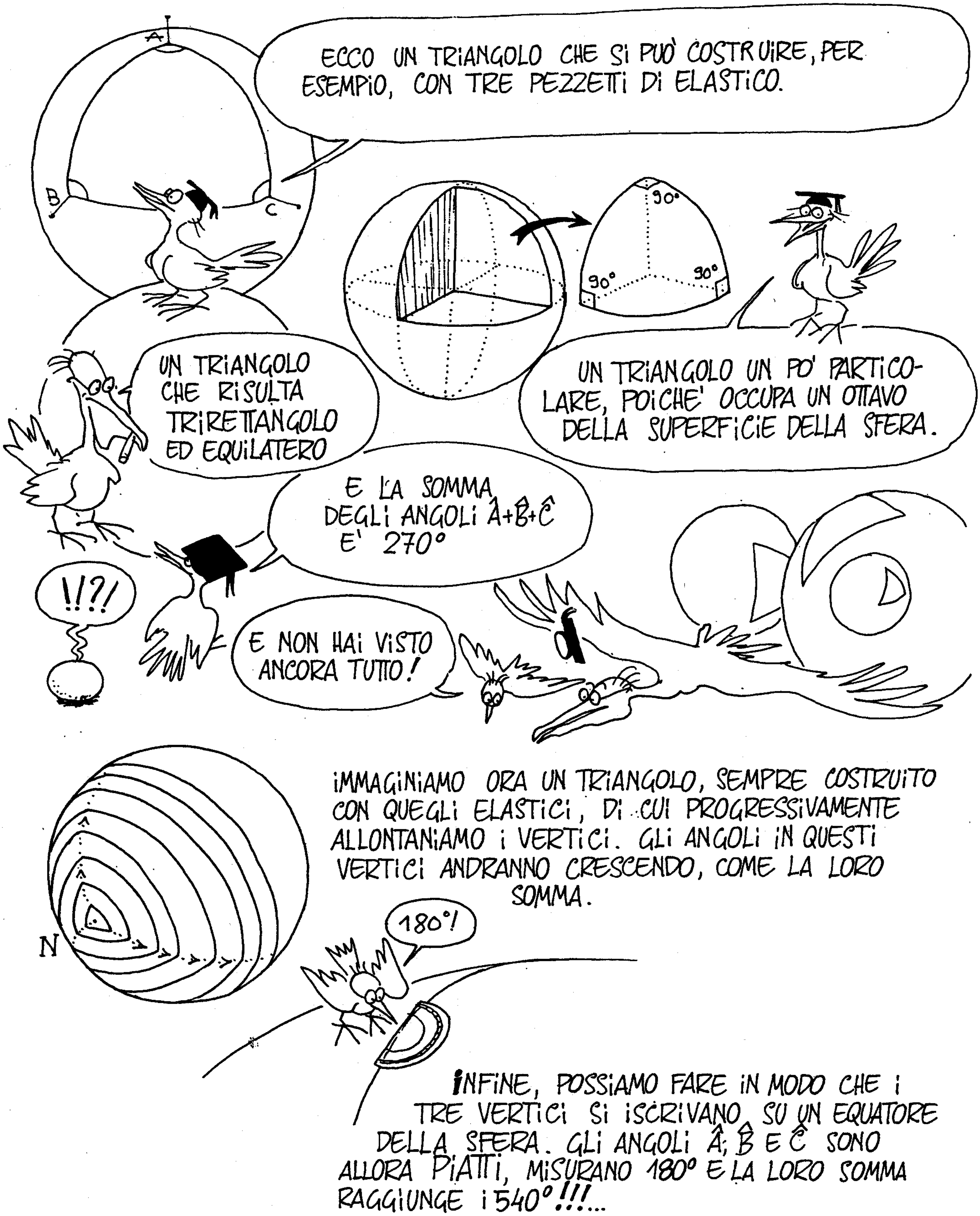

MA COME HA FATTO ANSELMO A TRACCIARE DELLE RETTE SU UNA SFERA? NON HA SENSO!
QUESTA DEVE ESSERE UNA TRAPPOLA!
MIO CARO, COS'E' CHE CHIAMI UNA RETTA? SE E' LA DISTANZA PIU' BREVE TRA DUE PUNTI, ALLORA ESISTONO RETTE ANCHE SU UNA SFERA.
LA NOZIONE DI GEODETICA (OVVERO LINEA PIU' BREVE) NON RIGUARDA SOLO I PIANI.
PIANO
TENDETE UN ELA-STICO TRA DUE PUN-TI DI UNA SFERA.
LASCIATELO!
SBOING
AVETE OTTENUTO UNA GEODETICA


CHE DIAVOLO MI RACCONTI? NON E' MICA UNA RETTA, QUESTA ROBA!
ALLORA TIENI QUESTA RIGA E VERIFICA TU STESSO!
LA CHIAMI RIGA QUESTA?
E' UNA RIGA PER LE SUPERFICI. SUL PIANO, FUNZIONA BENISSIMO, GUARDA. PERMETTE DI NON SBANDARE NE' A DESTRA, NE' A SINISTRA.
PIANO
E' PROPRIO UNA STRANA RIGA...
FATTO STA CHE QUANDO ANSELMO TRACCIA LA SUA GEODETICA, QUESTA SI RICHIUDE SU SE STESSA. ALLORA SU UNA SFERA LE GEODETICHE NON SONO ALTRO CHE CERCHI?
TUTTE LE LINEE PIU' BREVI TRA DUE PUNTI SU DI UNA SFERA SONO PARTI DI CURVE GEODETICHE CHIUSE, CIOE' CERCHI TRACCIATI SULLA SFERA. MA NON CERCHI QUALUNQUE!

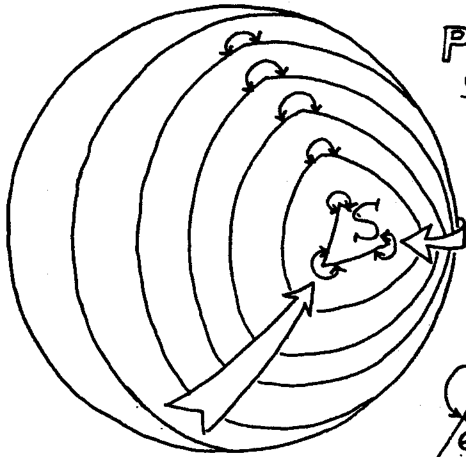

!???!
MA CHE DIAVOLO E' QUESTA STORIA? STAI GIOCANDO CON LE PAROLE. VUOI DIRE CHE SU UNA SFERA CI SONO DIVERSI TIPI DI CERCHI?
SANTO CIELO, CREDEVO DI CAPIRE, ED ECCO INVECE CHE NON CI CAPISCO PROPRIO NIENTE...
UN CERCHIO E' L'INSIEME DEI PUNTI CHE SI TROVANO AD UNA DISTANZA COSTANTE ℓ DA UN PUNTO FISSO N, CHE CHIAMEREMO POLO
N
ℓ
MMM...
ECCO IL COMPLESSO DI CERCHI DI UNO STESSO POLO N, CHE CHIAMEREMO PARALLELI.
N
S
EQUATORE
ℓ
ℓ'
S
QUESTI CERCHI PARALLELI COSTITUISCONO ANCHE I PUNTI A UGUALE DISTANZA ℓ' DAL PUNTO S "POLO SUD", ANTIPODE DEL "POLO NORD" N.
TRA QUESTI VE N'È UNO MAGGIORE DEGLI ALTRI, CHE FA DA EQUATORE DELLA SFERA.
ORA CAPISCO PERCHE' UN CERCHIO SU UNA SFERA HA DUE CENTRI N E S!
CHIAMEREMO QUESTI "EQUATORI" CERCHI MASSIMI DELLA SFERA: SONO APPUNTO LE SUE GEODETICHE.
E' LA PRIMA VOLTA CHE VEDO UNA GEODETICA DA VICINO... MOLTO IMPRESSIONANTE!

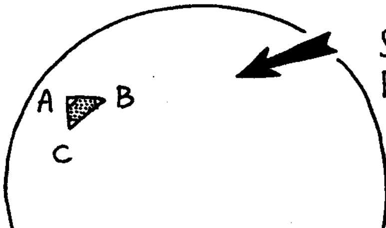


N
Circolo Polare Nord
MADRID
CERCHIO MASSIMO
NEW YORK
PARALLELO
Tropico del Cancro
EQUATORE
Tropico del Capricorno
S
Circolo Polare Sud
SUL PIANETA TERRA I CIRCOLI POLARI, I TROPICI, SONO PARALLELI. MADRID E NEW YORK SI TROVANO SULLO STESSO PARALLELO. MA E' BEN NOTO CHE QUESTO ARCO DI PARALLELO CHE LE UNISCE NON E' LA LINEA PIU' BREVE, MENTRE LO E' IL CERCHIO MASSIMO!
AI MIEI TEMPI TUTTO QUESTO SI CHIAMAVA ORTODROMIA.
C
A
B
UN TRIANGOLO SARA' FORMATO DA TRE ARCHI INEVITABILMENTE TRATTI DA TRE CERCHI MASSIMI
SI PUO' FORMARE QUESTI TRIANGOLI CON L'AIUTO DI NASTRO ADESIVO O DI ELASTICI E MISURARNE GLI ANGOLI PONENDO UN GONIOMETRO SU OGNI VERTICE DELLA SUPERFICIE DELLA SFERA.
E QUANTO MISURA ALLORA LA SOMMA Â+B̂+Ĉ?
DIPENDE DALLA SUPERFICIE DEL TRIANGOLO. TRA 180° E 900°!
VISTA DA VICINO, LA SUPERFICIE DELLA SFERA E' POCO DIFFERENTE DA UN PIANO. IN QUESTO CASO, DUNQUE, LA SOMMA...
... E' MOLTO PIU' VICINA A 180°

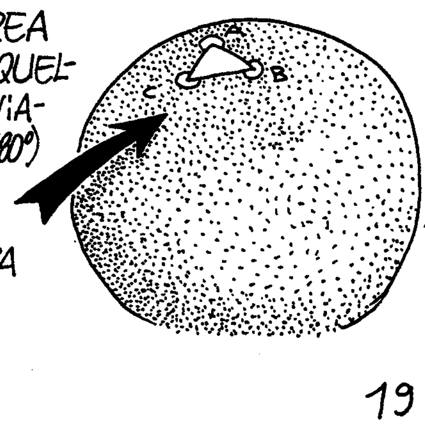

ECCO UN TRIANGOLO CHE SI PUÒ COSTRUIRE, PER ESEMPIO, CON TRE PEZZETTI DI ELASTICO.
A
B
C
90°
90°
90°
UN TRIANGOLO CHE RISULTA TRIRETTANGOLO ED EQUILATERO
UN TRIANGOLO UN PO' PARTICOLARE, POICHE' OCCUPA UN OTTAVO DELLA SUPERFICIE DELLA SFERA.
E LA SOMMA DEGLI ANGOLI Â+B̂+Ĉ E' 270°
!!?!
E NON HAI VISTO ANCORA TUTTO!
IMMAGINIAMO ORA UN TRIANGOLO, SEMPRE COSTRUITO CON QUEGLI ELASTICI, DI CUI PROGRESSIVAMENTE ALLONTANIAMO I VERTICI. GLI ANGOLI IN QUESTI VERTICI ANDRANNO CRESCENDO, COME LA LORO SOMMA.
N
180°!
INFINE, POSSIAMO FARE IN MODO CHE I TRE VERTICI SI ISCRIVANO SU UN EQUATORE DELLA SFERA. GLI ANGOLI Â, B̂ E Ĉ SONO ALLORA PIATTI, MISURANO 180° E LA LORO SOMMA RAGGIUNGE I 540°!!!...

PROSEGUENDO CON L'ALLONTANAMENTO DEI VERTICI SINO ALL'ALTRO EMISFERO, IL TRIANGOLO GIUNGERA' A CONVERGERE VERSO IL PUNTO S, ANTIPODE DI N. SE SI CONSERVA AGLI ANGOLI DEI VERTICI LA LORO DEFINIZIONE DI PARTENZA, AVREMO ALLORA CHE CIASCUNO DI ESSI MISURERA' PIÙ DI 180°! ANZI PER ESSERE PRECISI, CIASCUNO MISURERA' 360° - 60° = 300°



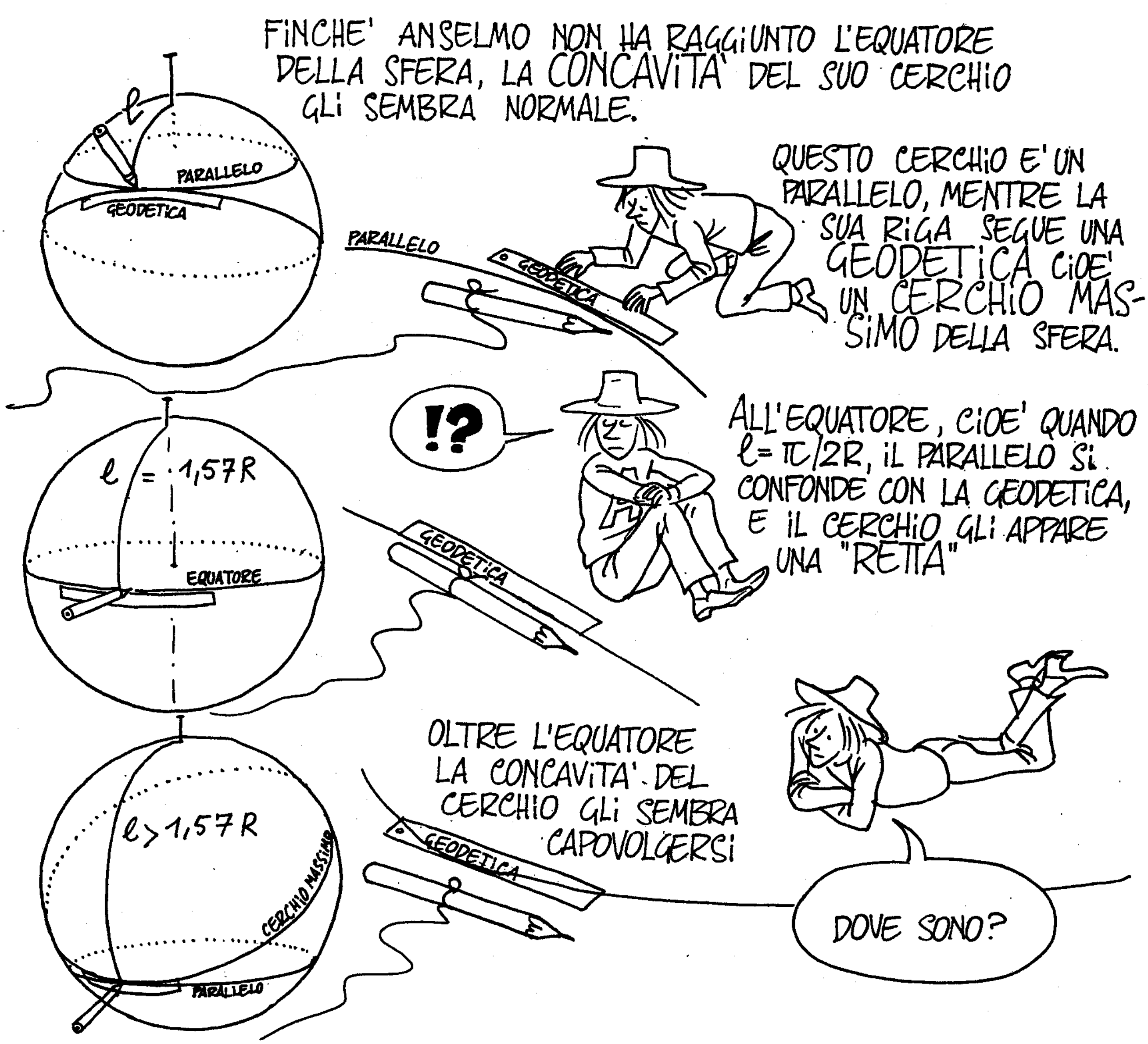


SE IL TRIANGOLO HA UN'AREA PICCOLA (IN RAPPORTO A QUELLA DELLA SFERA), RITROVIAMO INVECE EUCLIDE ($\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$)

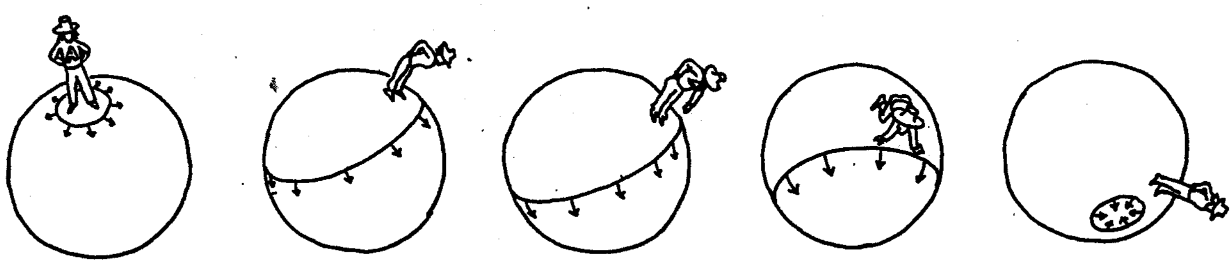


SE, INVECE, HA QUASI LA SUPERFICIE DELLA SFERA ($4 \times 3{,}1416 \times R^2$), RITORNIAMO VERSO I 900°

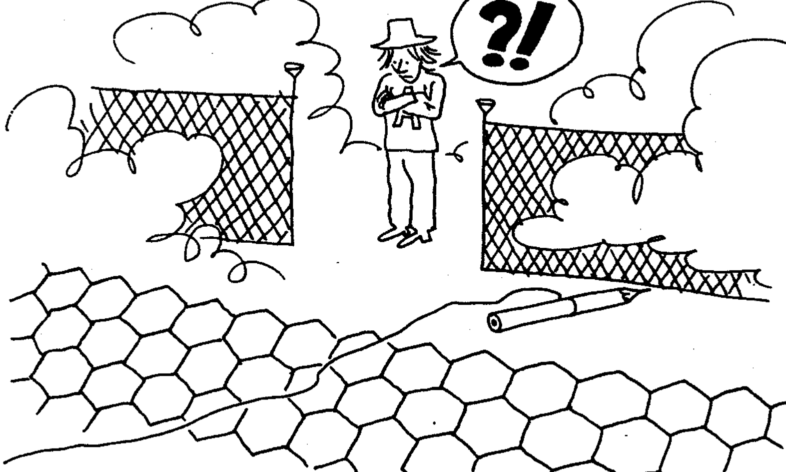

PRENDERE NOTA: Due punti di una sfera possono essere uniti da due Archi Geodetici che formano un cerchio Massimo. Ma se questi punti N e S sono agli antipodi, allora vi passa un'infinità di GEODETICHE! Due di queste "rette della sfera" determinano un BIANGOLO, i cui due lati e due angoli sono uguali. La somma degli angoli ha allora una misura... qualsiasi!..
N
S
UNA NOTA PROPRIO FIACCA...
La Direzione
(γ)
N
ℓ
A
ℓ
R
(C)
VEDIAMO ORA DI CAPIRE PERCHE' PRIMA AD ANSELMO AVANZAVANO PIASTRELLE E RETE METALLICA.
(C) E' IL CERCHIO CHE TRACCIA E (γ) IL CERCHIO CHE CREDE DI TRACCIARE. PER CALCOLARE L'AREA SI SERVE DELLA FORMULA DELLA GEOMETRIA PIANA $\pi\ell^2$ ($\pi = 3{,}1416$). L'AREA REALE E' METÀ DI QUELLA DELLA SFERA: $2\pi R^2$, ℓ E' UN QUARTO DEL PERIMETRO, CIOE' $\frac{1}{2}\pi R$, E IL RAPPORTO TRA QUESTE DUE AREE E' $\pi^2/8 = 1{,}233$. IL RAPPORTO DEI PERIMETRI E' $2\pi\ell/2\pi R$, OSSIA $\pi/2 = 1{,}57$. ORA, SE SIETE SCETTICI, CERCATE DI AVVOLGERE UNA SFERA CON UN PIANO!
MACCHE', CI SONO SEMPRE DELLE PIEGHE!
UN PIANO! CHE PIANO?!



QUESTA PROPRIETÀ SPIEGA COME SI POSSA "ENTRARE" O "USCIRE" A VOLONTA' DA UN CERCHIO, SENZA SCAVALCARLO, QUANDO E' TRACCIATO SU UNA SFERA. OCCORRE IMMAGINARE QUESTO CERCHIO COME UN ANELLO ELASTICO CHE SI FA SCIVOLARE SU UNA PALLA DA BILIARDO!



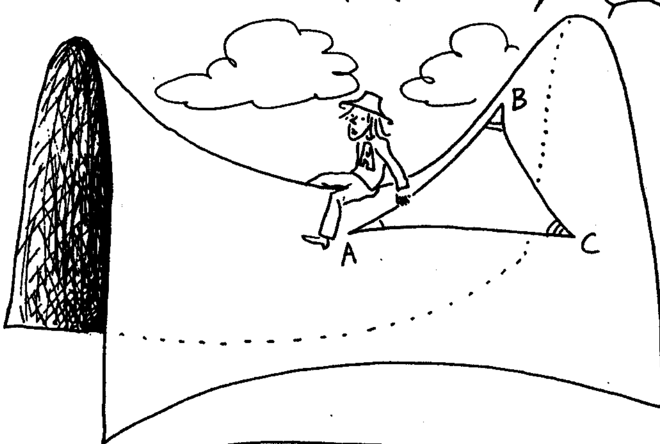

GEOMETRIA SFERICA
GAUSS
ANSELMO CI MISE UN PO' DI TEMPO A DIGERIRE TUTTI QUESTI DATI, SCOPERTI DAL MATEMATICO GAUSS (1777-1855). POI DECISE DI PARTIRE ALLA SCOPERTA DEL MONDO DELLE SUPERFICI.
BENE, HO TUTTO QUELLO CHE MI OCCORRE: UNA RIGA, UN GONIOMETRO, DELLA CORDA, IL MIO PALETTO. PARTIAMO...
A VOLTE LA SCIENZA PORTA AD AFFRONTARE DEI RISCHI.
SAPERE!
ATTERRATO SU UN NUOVO MONDO, ANSELMO SROTOLA ANCORA UNA GEODETICA; MA QUESTA VOLTA:
DIAVOLO, SEMBRA CHE QUESTA SUPERFICIE NON PORTI DA NESSUNA PARTE!
LA GEODETICA NON SI CHIUDE.
A
BAH, GUARDA CHE ALTRO FATTO!
SERVENDOSI DI TRE FILI BEN TESI, ANSELMO COSTRUISCE UN TRIANGOLO, LA CUI SOMMA DEGLI ANGOLI AL VERTICE SI RIVELA, QUESTA VOLTA, INFERIORE A 180°

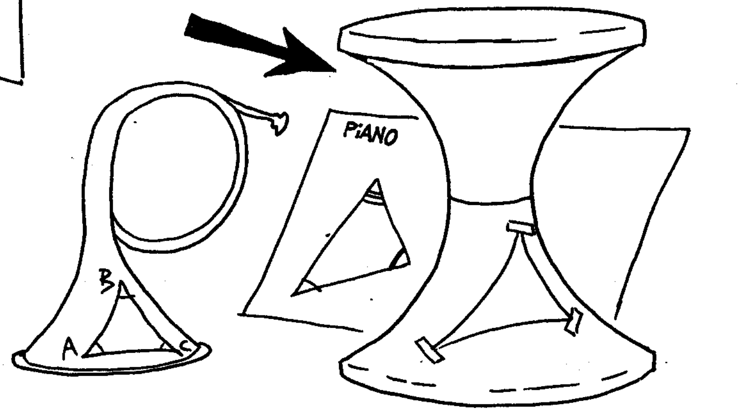


POICHE' UN CERCHIO E' SEMPRE L'INSIEME DEI PUNTI POSTI AD UNA STESSA DISTANZA ℓ DA UN PUNTO DATO, ANSELMO CONSTATA CHE IL CERCHIO TRACCIATO SU QUESTA NUOVA SUPERFICIE HA UN PERIMETRO SUPERIORE A $2\pi\ell$, MENTRE LA SUA AREA SUPERA $\pi\ell^2$.

DISSIPIAMO LE NUVOLE:

LA SUPERFICIE PRESENTA, QUESTA VOLTA, LA FORMA DI UN PASSO DI MONTAGNA O DI UNA SELLA DA CAVALLO; O, PER CITARE OGGETTI DELLA VOSTRA VITA D'OGNI GIORNO, DI UN CORNO DA CACCIA O DI QUESTO TIPO DI SGABELLO:





CURVATURA:

UNA SUPERFICIE CURVA E' UNA SUPERFICIE IN CUI I TEOREMI EUCLIDEI NON FUNZIONANO. LA CURVATURA PUO' ESSERE POSITIVA O NEGATIVA.

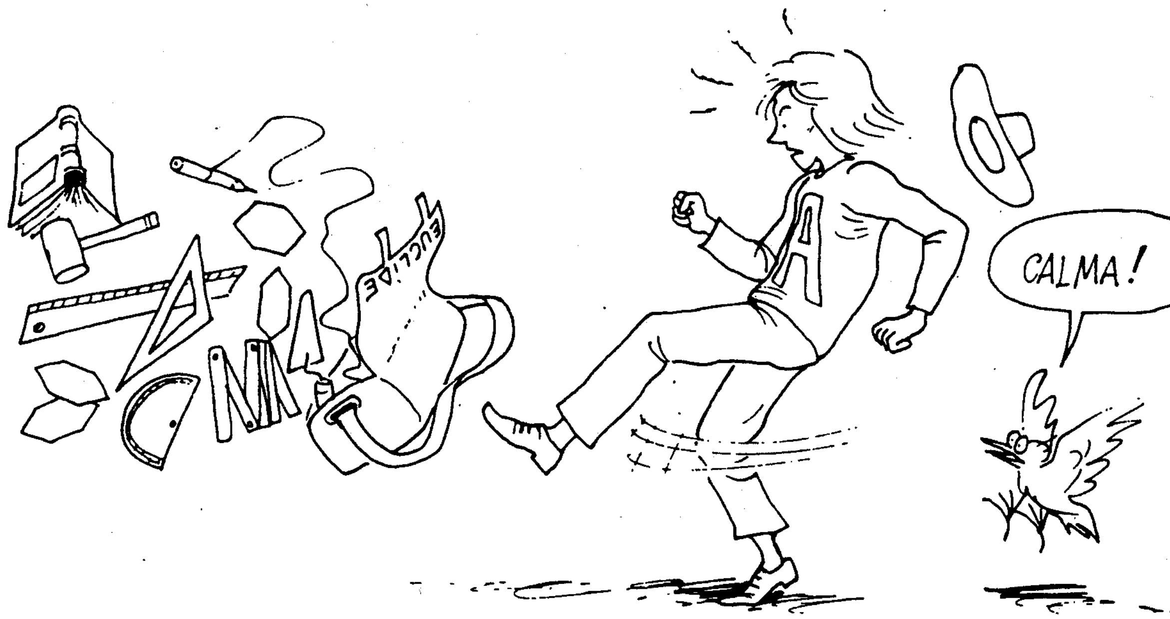
SU UNA SUPERFICIE A CURVATURA POSITIVA, LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO E' SUPERIORE A 180°. SE SI COSTRUISCE UN CERCHIO DI RAGGIO ℓ, LA SUA SUPERFICIE RISULTA INFERIORE A $\pi\ell^2$, E IL SUO PERIMETRO INFERIORE A $2\pi\ell$.

SU UNA SUPERFICIE A CURVATURA NEGATIVA, LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO E' INFERIORE A 180°. SE SI COSTRUISCE UN CERCHIO DI RAGGIO ℓ, LA SUA SUPERFICIE RISULTA SUPERIORE A $\pi\ell^2$, E IL SUO PERIMETRO SUPERIORE A $2\pi\ell$.

POCO PRIMA, ANSELMO AVEVA CONSTATATO, TENTANDO DI AVVOLGERE UNA SFERA, SUPERFICIE A CURVATURA POSITIVA, CON UN ELEMENTO PIANO, CHE SI FORMAVANO DELLE PIEGHE. ALLO STESSO MODO E' IMPOSSIBILE AVVOLGERE CON UN PIANO UNA SUPERFICIE A CURVATURA NEGATIVA: SI FORMANO IN QUESTO CASO DEGLI STRAPPI. QUESTO DELL'IMBALLAGGIO E' IL TEST PIU' SEMPLICE PER STABILIRE SE UNA CURVATURA E' POSITIVA O NEGATIVA.

COME SI PUO' VEDERE ALLA PAGINA PRECEDENTE, LE SUPERFICI POSSONO PRESENTARE ALCUNE ZONE A CURVATURA POSITIVA, ALTRE A CURVATURA NEGATIVA.

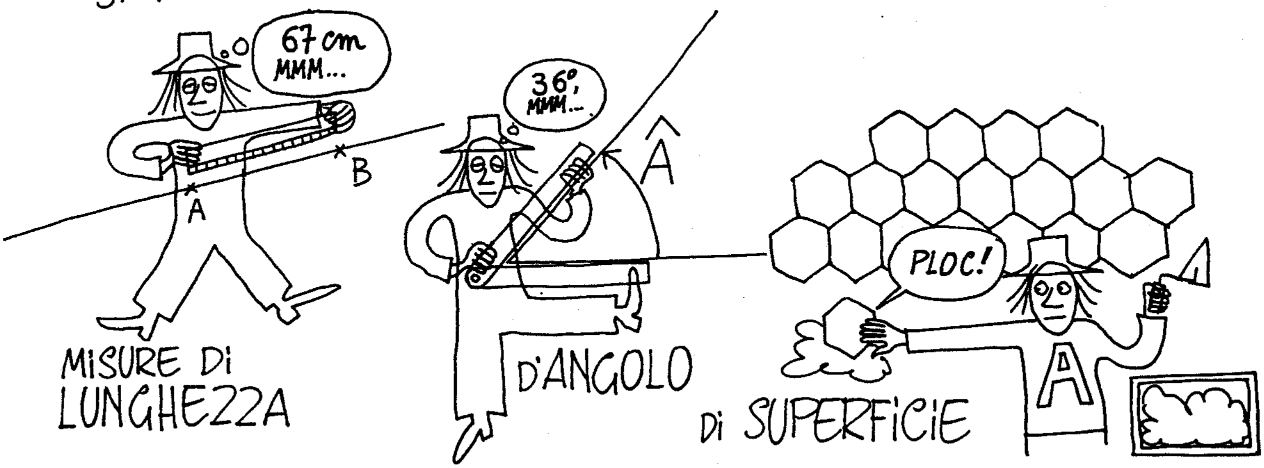

TEST DELL' IMBALLAGGIO
UN CILINDRO E UN CONO SI POSSONO RICOPRIRE CON UN PIANO!
NIENTE PANICO. CON IL NASTRO ADESIVO, FISSO SUL CILINDRO TRE FILI ELASTICI, CIOE' TRE GEODETICHE...
B
A
C
... ORA RICALCO LE GEODETICHE SULLA SUPERFICIE...
... QUINDI STENDO IL CILINDRO SU UN PIANO
!...
B
A
C
SECONDO LA NOSTRA DEFINIZIONE, I CILINDRI E I CONI, CHE OBBEDISCONO ALLA GEOMETRIA EUCLIDEA, SONO
SUPERFICI PIANE!!!



LA NOZIONE DI SPAZIO:

POCO FA, LE NUVOLE IMPEDIVANO AD ANSELMO DI VEDERE OLTRE IL PROPRIO NASO... O QUASI. DIVERSAMENTE AVREBBE POTUTO RENDERSI CONTO DELLA CURVATURA DEL SUO SPAZIO SFERICO. C'È UN ALTRO MODO DI IMPEDIRE AD ANSELMO DI VEDERE QUESTA CURVATURA: OVVERO, FARLO STARE SULLA SUPERFICIE, FARNE UNA PARTE ORGANICA DI QUEST'ULTIMA.

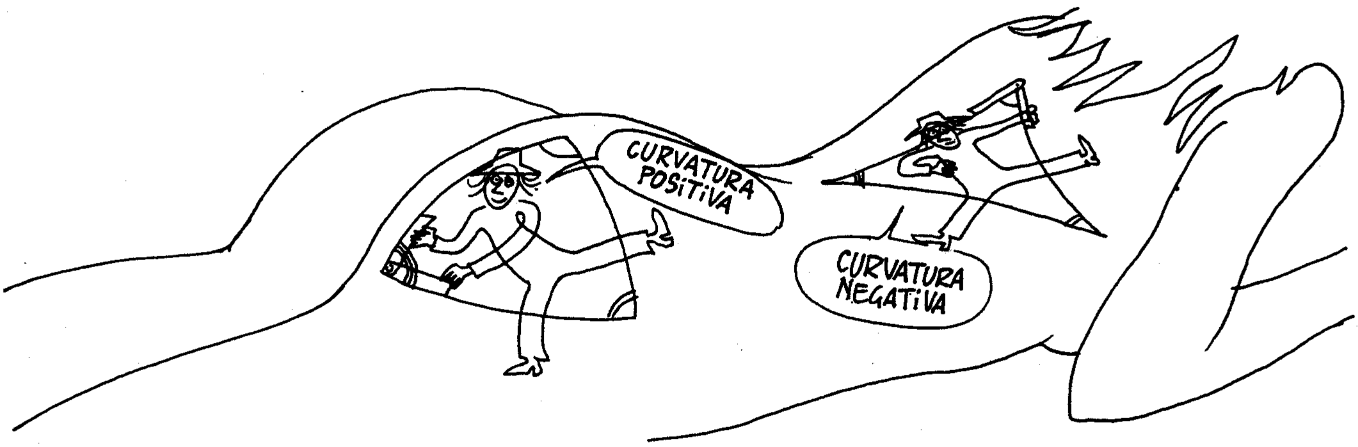
SI NOTI CHE QUESTA NUOVA SITUAZIONE NON IMPEDISCE IN ALCUN MODO LE



PUR CONFINATO NELLA SUPERFICIE, ANSELMO AVREBBE POTUTO BENISSIMO CONSTATARE LA CURVATURA, DEFINIRE IL SEGNO (POSITIVO O NEGATIVO), E PERSINO MISURARLA, SENZA PER QUESTO ESSERE IN GRADO DI VEDERLA.
SE LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO E' 180°, ALLORA QUESTA SUPERFICIE E' PIANA. SE LA SOMMA SUPERA 180°, LA CURVATURA E' POSITIVA, E ANSELMO PUO' CALCOLARE IL RAGGIO DI CURVATURA R SERVENDOSI DELLA FORMULA : $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°\left(1+\frac{A}{3{,}14R^2}\right)$ GRADI,

DOVE A E' L'AREA DEL TRIANGOLO.
SE LA SOMMA E' INFERIORE A 180°, SI PUO' DEFINIRNE UN RAGGIO DI CURVATURA R, DATO DA: $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°\left(1-\frac{A}{3{,}14R^2}\right)$ GRADI,

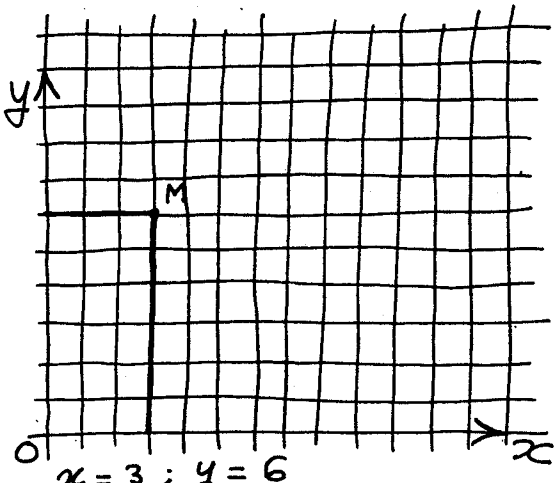
MA QUI NON STIAMO PIU' NELLA $\boxed{\text{FISICA}}$ TRADIZIONALE.
SI NOTI CHE UN PIANO PUO' ESSERE ASSIMILATO A UNA SUPERFICIE CON UN RAGGIO DI CURVATURA R INFINITO.
IN QUESTO CASO RITROVEREMO TUTTI I TEOREMI DI EUCLIDE.

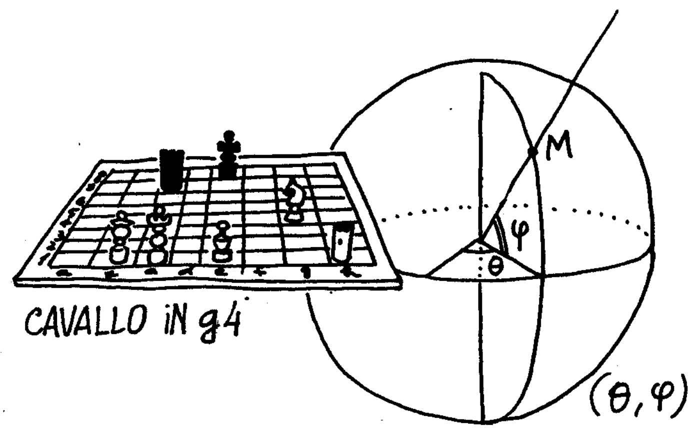


IL CONCETTO DI DIMENSIONE

IL NUMERO DI DIMENSIONI E' SEMPLICEMENTE IL NUMERO DI QUANTITA', DI COORDINATE, NECESSARIE PER DEFINIRE UN PUNTO IN UN QUALSIASI SPAZIO.

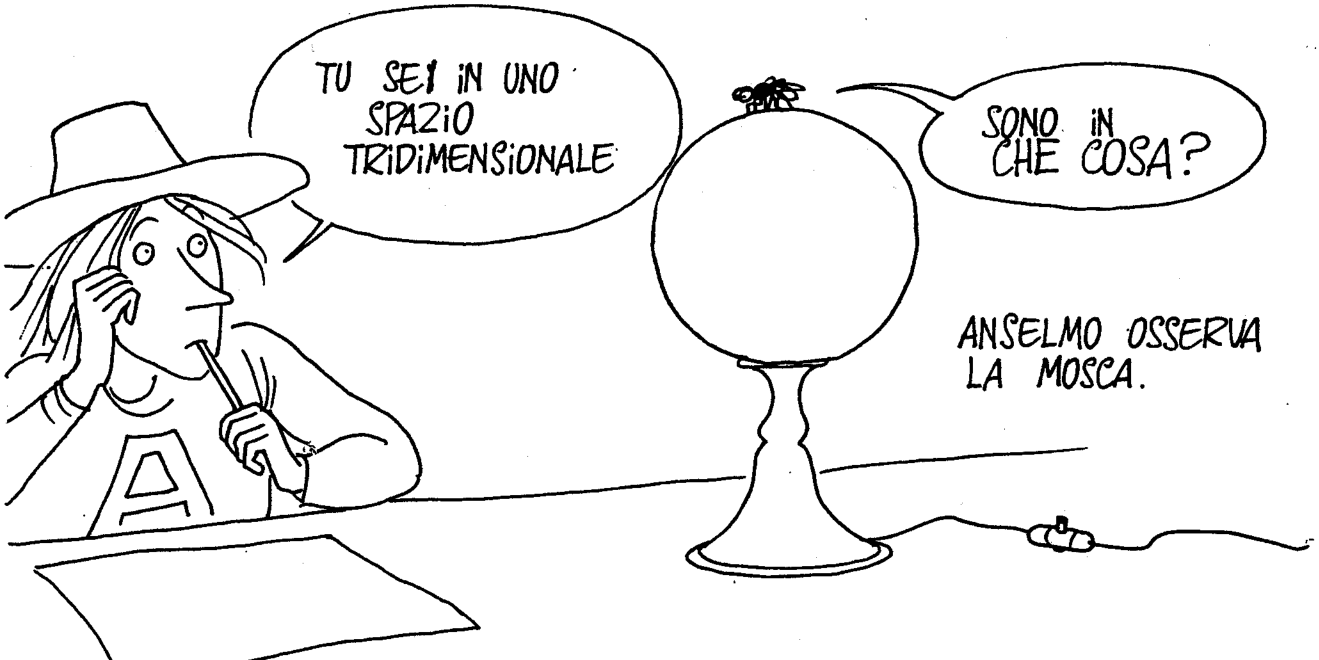
LE SUPERFICI SONO RAPPRESENTAZIONI DI SPAZI A DUE DIMENSIONI. LE QUANTITA' PER DEFINIRLE POSSONO ESSERE LUNGHEZZE, NUMERI, ANGOLI...

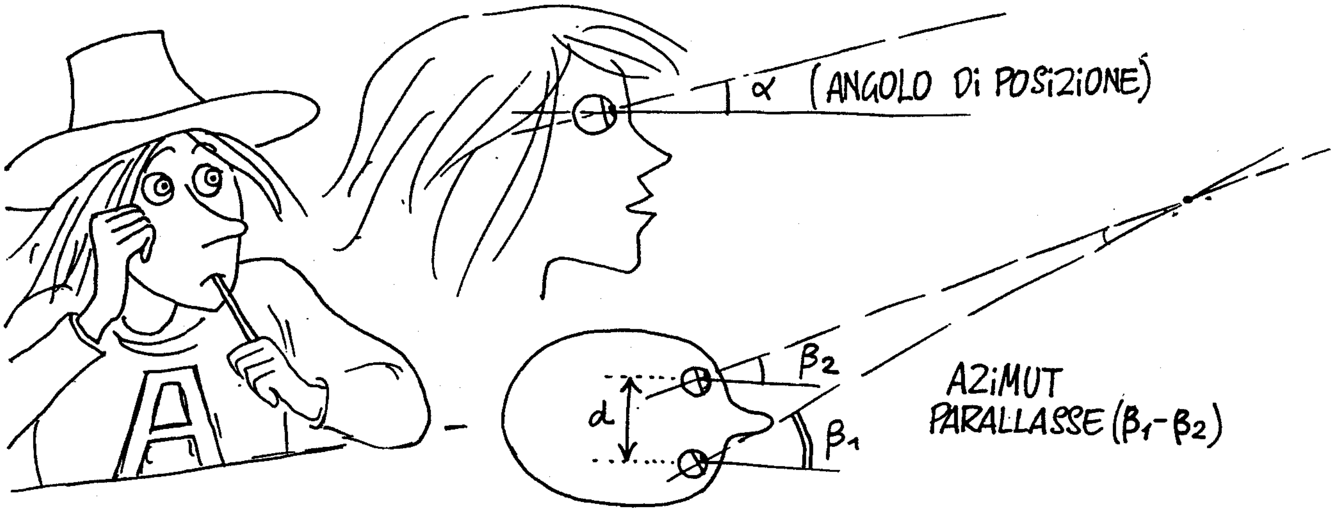




LONGITUDINE, LATITUDINE

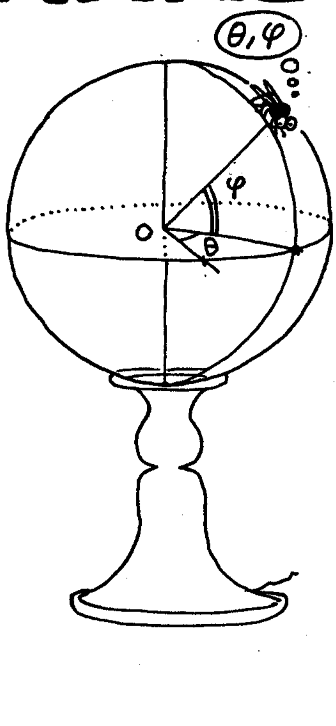
SI USA DIRE CHE IL NOSTRO SPAZIO, SE SI ESCLUDE IL TEMPO, HA TRE DIMENSIONI:





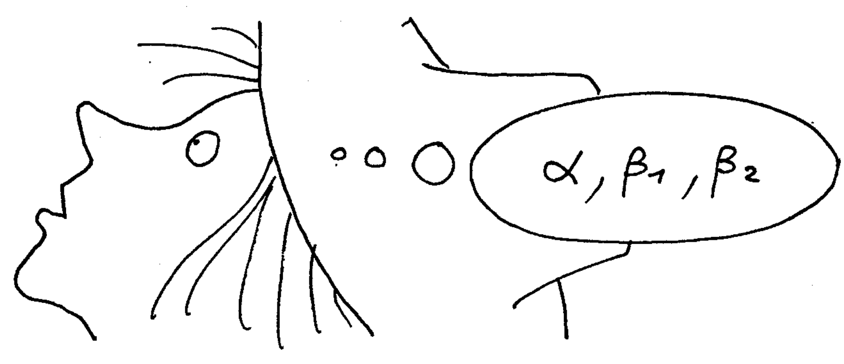
ANSELMO INDIVIDUA GLI OGGETTI IN RAPPORTO AL PROPRIO CORPO, ALLA PROPRIA SCATOLA CRANICA. LA POSIZIONE DI UN OGGETTO E' CONOSCIUTA ESATTAMENTE CON L'AUSILIO DI TRE ANGOLI: QUELLO DI POSIZIONE E QUELLI DI FASATURA AZIMUTALE DEI SUOI DUE OCCHI: β_1 E β_2.
LA DIFFERENZA ANGOLARE $\beta_1 - \beta_2$ SI CHIAMA PARALLASSE.
NEL CERVELLO DI ANSELMO SI SVOLGE UN'OPERAZIONE DI DECODIFICA CHE TRASFORMA QUESTA PARALLASSE IN DISTANZA.

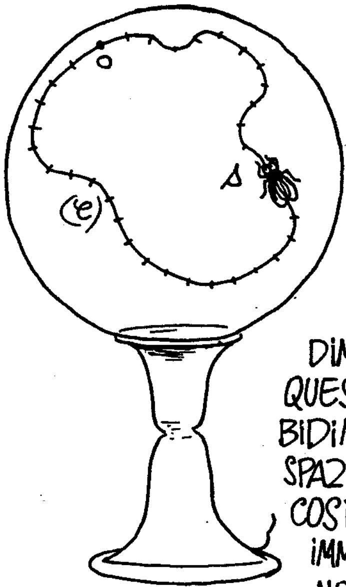
L'IMMERSIONE:



MA LA MOSCA PUO' ANCHE MUOVERSI SUL GLOBO SFERICO DELLA LAMPADA: IN QUESTO SPAZIO BIDIMENSIONALE LA SUA POSIZIONE PUO' ESSERE INDIVIDUATA GRAZIE A DUE ANGOLI θ E φ (LONGITUDINE E LATITUDINE)

DIREMO CHE QUESTO SPAZIO BIDIMENSIONALE E' IMMERSO NEL NOSTRO SPAZIO TRIDIMENSIONALE.





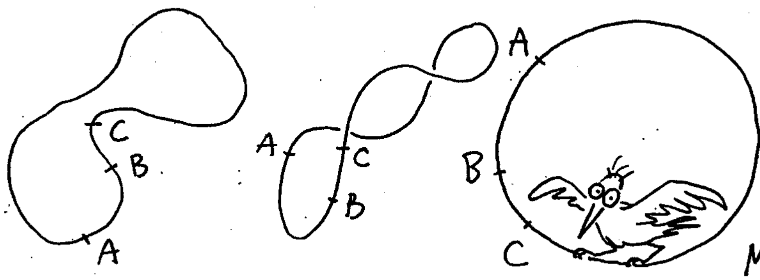
SUPPONIAMO CHE LA MOSCA SEGUA UNA CURVA (r) TRACCIATA SULLA SFERA; SE NE POTRA' STABILIRE LA POSIZIONE CON UNA SOLA COORDINATA (LA SUA DISTANZA s DA UN PUNTO DI PARTENZA, CALCOLATA ALGEBRICAMENTE).

UNA CURVATURA E' UN'IMMAGINE DI UNO SPAZIO A UNA DIMENSIONE.

QUESTO SPAZIO UNIDIMENSIONALE E' IMMERSO IN UNO SPAZIO BIDIMENSIONALE (SFERA), A SUA VOLTA IMMERSO IN UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE.

COSÌ LO SPAZIO IN CUI CI MUOVIAMO POTREBBE ESSERE IMMERSO IN UNO SPAZIO DI DIMENSIONE SUPERIORE SENZA CHE NOI CE NE ACCORGIAMO.

QUESTO SUGGERISCE CHE CERTE PROPRIETA' POSSONO ESSERE INDIPENDENTI DAL MODO IN CUI SI EFFETTUA L'IMMERSIONE. ECCO MODI DIVERSI DI IMMERSIONE DI UNA CURVA CHIUSA NELLO SPAZIO NORMALE.



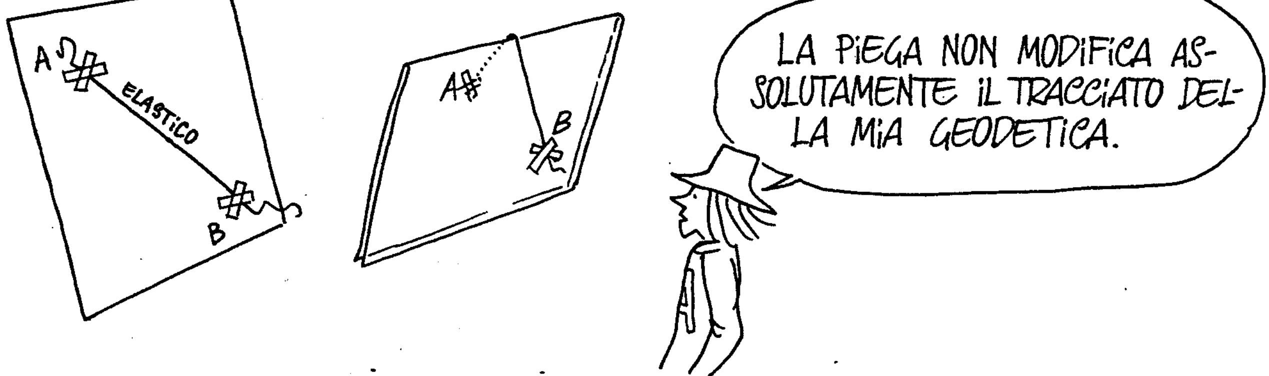
QUESTA CHIUSURA E' UNA PROPRIETA' INDIPENDENTE DALL'IMMERSIONE.

MA CI SIAMO BEN GUARDATI DAL DISTENDERE O DAL CONTRARRE LA CORDA, PER NON MODIFICARE LE LUNGHEZZE TRA DUE PUNTI SUCCESSIVI. ORA IMMERGIAMO DELLE SUPERFICI NELLO SPAZIO ORDINARIO A TRE DIMENSIONI.

SE IMMERGIAMO UN PIANO NELLO SPAZIO ORDINARIO A TRE DIMENSIONI, POSSIAMO SPOSTARLO, FARLO RUOTARE, SENZA MODIFICARE LA SUA GEOMETRIA.

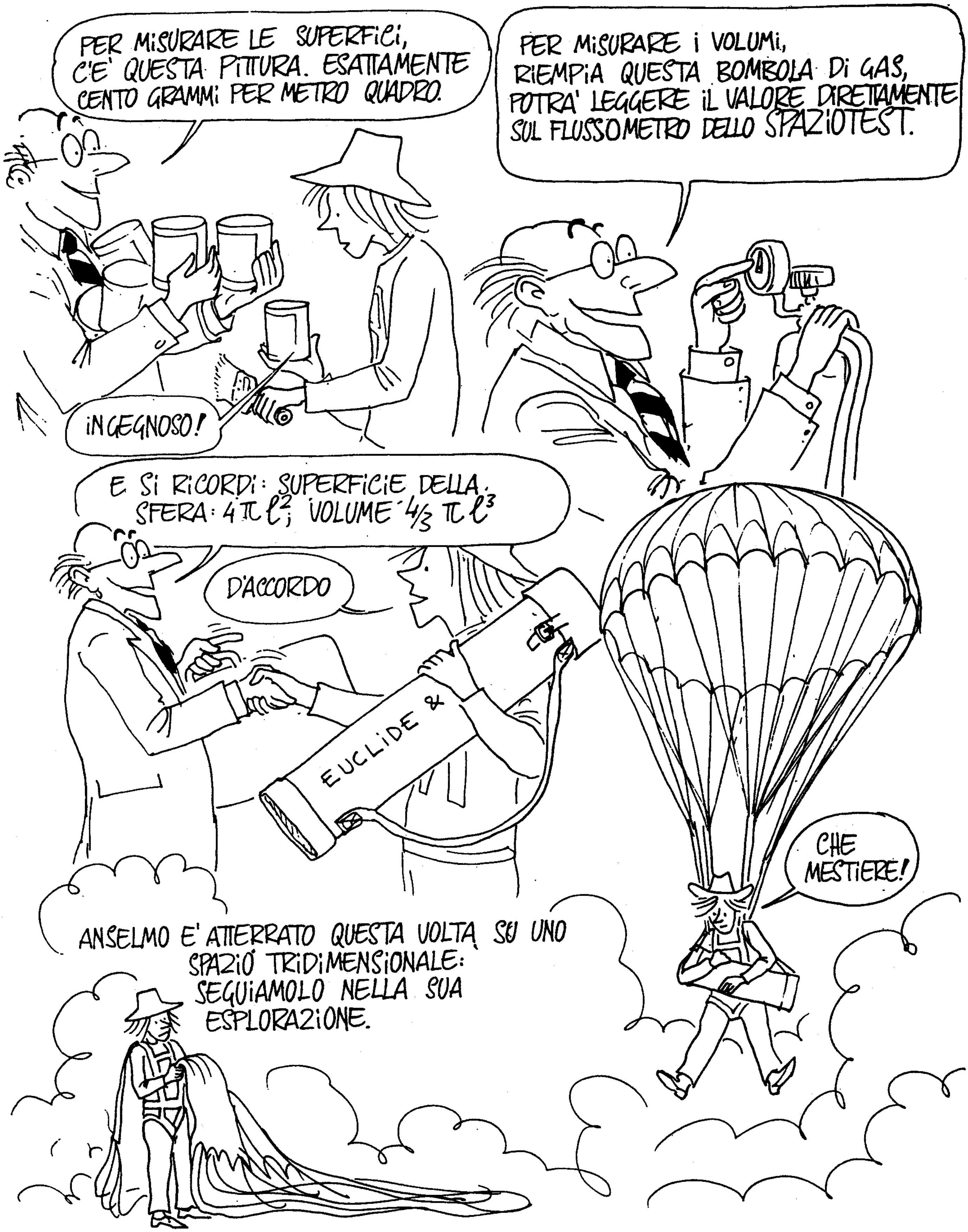
ABBIAMO VISTO CHE IL FATTO DI DEFORMARE UN PIANO, UN CILINDRO AD ESEMPIO, NON MODIFICAVA NÈ LE GEODETICHE, NÈ GLI ANGOLI.
IN QUEST'OTTICA, UNA LAMIERA ONDULATA HA SEMPRE UNA GEOMETRIA PIANA, EUCLIDEA. UN ABITANTE DI QUESTO TIPO DI SPAZIO BIDIMENSIONALE, EUCLIDEO, NON AVREBBE ALCUNA PERCEZIONE DELLE TRANSLAZIONI, ROTAZIONI O ONDULAZIONI, CHE NON SAREBBERO ALTRO CHE VARIAZIONI DEL MODO DI IMMERSIONE NELLO SPAZIO TRIDIMENSIONALE.

PRENDIAMO UN ELEMENTO DI UN PIANO E PIEGHIAMOLO:



SU UN FOGLIO DI CARTA, TRACCIATE CON UNA RIGA TUTTA UNA SERIE DI RETTE, DI GEODETICHE, POI SPIEGAZZATE IL FOGLIO. AVRETE SEMPRE SOTTO GLI OCCHI LE GEODETICHE DELLA SUPERFICIE, CON O SENZA PIEGHE.

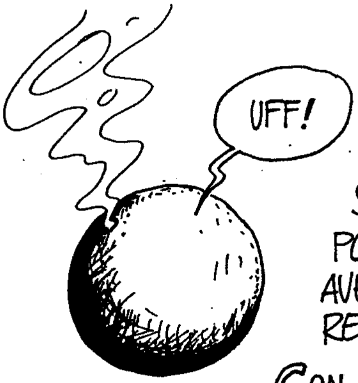

IL SIGNOR ANSELMO?
CERTO!
SONO IL RAPPRESENTANTE DELLA DITTA EUCLIDE & C. SAPPIAMO CHE LEI HA AVUTO... ...EHM... QUALCHE DELUSIONE CON IL NOSTRO MATERIALE.
EUCLIDE & C.
HO QUI DEI NUOVI ARTICOLI CHE, QUESTA VOLTA, LA SODDISFERANNO COMPLETAMENTE
MI FACCIA VEDERE!
IL FUTURO E' DEL TRIDIMENSIONALE. CAPISCE, LA GEOMETRIA A DUE DIMENSIONI E' UN PO'... ...SUPERATA.
FLUIDO COSMICO SPAZIOTEST
LA NOSTRA NUOVA CONFEZIONE DI GEODETICHE...
...SI COMPONE DI BARRE RIGIDE, INSERIBILI PERFETTAMENTE LE UNE NELLE ALTRE...
...CHE LE CONSENTIRANNO DI NON SBANDARE NÈ A DESTRA NÈ A SINISTRA, NÈ IN ALTO NÈ IN BASSO, MA DI ANDARE SEMPRE DRITTO, IN LINEA RETTA!


PER MISURARE LE SUPERFICI, C'E' QUESTA PITTURA. ESATTAMENTE CENTO GRAMMI PER METRO QUADRO.
INGEGNOSO!
PER MISURARE I VOLUMI, RIEMPIA QUESTA BOMBOLA DI GAS, POTRA' LEGGERE IL VALORE DIRETTAMENTE SUL FLUSSOMETRO DELLO SPAZIOTEST.
E SI RICORDI: SUPERFICIE DELLA SFERA: $4\pi l^2$; VOLUME $4/3\, \pi l^3$
D'ACCORDO
EUCLIDE &
CHE MESTIERE!
ANSELMO E' ATTERRATO QUESTA VOLTA SU UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE: SEGUIAMOLO NELLA SUA ESPLORAZIONE.


E' UN BUON MATERIALE. E QUESTE BARRE MISURANO ESATTAMENTE UN METRO.
MA, DOPO AVER COLLOCATO UNA BUONA QUANTITA' DI BARRE...
ACCIDENTI! DI NUOVO COME PRIMA!
LA MIA GEODETICA SI RICHIUDE SU SE STESSA!
UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE CHIUSO?
E' LA FINE DI TUTTO!
ANSELMO, CHE S'ERA FERMATO SU UN ASTEROIDE PER FARE UNO SPUNTINO, DECISE DI PASSARE ALLA MISURA DEGLI ANGOLI.
EUCLIDE & C.
COME PRIMA, UTILIZZERO' TRE GEODETICHE PER COSTRUIRE UN TRIANGOLO


?!?
LE MIE GEODETICHE SONO COSTRUITE A PUNTINO E TUTTAVIA LA SOMMA DI QUESTI TRE ANGOLI E' SUPERIORE A 180° !!...
BENE...
NE COSTRUIRÒ UNA E NE MISURERÒ VOLUME E SUPERFICIE.
SPAZIOTEST
FSCHHHHHHHH
UNA SFERA DI RAGGIO ℓ E' L'INSIEME DEI PUNTI SITUATI A UNA DISTANZA ℓ DA UN DATO PUNTO, CHE CHIAMERÒ N.
LA SUPERFICIE E' INFERIORE A $4\pi\ell^2$
ED ECCO CHE IL VOLUME E' INFERIORE A $4/3\,\pi\ell^3$!
MI SON FATTO FREGARE DI NUOVO!


ANSELMO AUMENTA ANCORA IL RAGGIO ℓ DELLA SFERA.
FSSSCHHHH...
SPAZIOTEST
PIANO
ACCIDENTI, LA MIA SFERA E' DIVENTATA PIATTA!
E ANCORA, E POI ANCORA...
ORA LA SUA CONCAVITA' SI INVERTE!
C'E' DA PERDERCI LA TESTA!
PIANO
EUCLIDE & C.
POCO PIU' TARDI:
MA... LA PARETE MI SI RICHIUDE SOPRA!
FSSCHHHHHHH
EUCLIDE
PRESTO, CHIUDERE LA BOMBOLA!

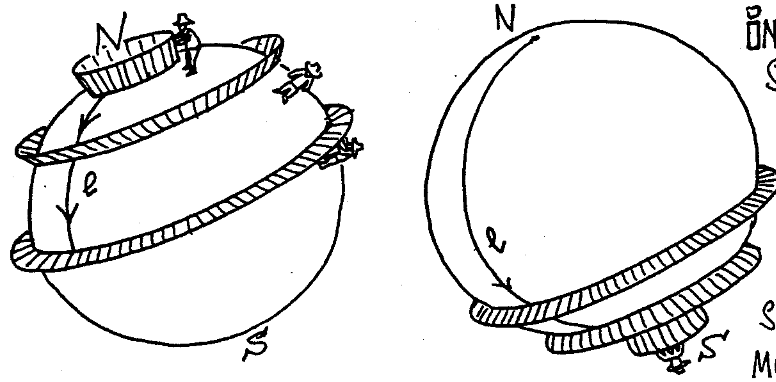


COSÌ, GONFIANDO UN COMUNISSIMO PALLONE IN UNO SPAZIO A TRE DIMENSIONI, ANSELMO C'È ANDATO A FINIRE... DENTRO!

SE NON AVESSE CHIUSO IN TEMPO LA BOMBOLA, SAREBBE POTUTO RIMANERE SCHIACCIATO, ESATTAMENTE COME AVEVA FINITO COL RIMANERE IMPRIGIONATO NEL RECINTO, A PAGINA 13.

CON TUTTA LA BUONA VOLONTÀ DI QUESTO MONDO, NON È PIÙ POSSIBILE ORA VISUALIZZARE LA CURVATURA DI QUESTO SPAZIO TRIDIMENSIONALE LE SUE GEODETICHE SI RICHIUDONO E IL SUO VOLUME NON RAPPRESENTA CHE UN NUMERO FINITO DI METRI CUBI, COSÌ COME LA SUPERFICIE DEL NOSTRO PIANETA, SUPERFICIE CHIUSA, NON OFFRE CHE UN NUMERO FINITO DI METRI QUADRI. LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO DI QUESTO SPAZIO A TRE DIMENSIONI È SUPERIORE A 180°. PER "VEDERNE" LA CURVATURA, BISOGNEREBBE ESSERE CAPACI DI PERCEPIRE IN QUATTRO DIMENSIONI.

SI PUÒ SEMPRE AFFERMARE CHE IL NOSTRO UNIVERSO A TRE DIMENSIONI È UN'IPERSUPERFICIE, IMMERSA IN UNO SPAZIO A QUATTRO DIMENSIONI, CHE A SUA VOLTA PUÒ ESSERE UNA IPERSUPERFICIE IMMERSA IN UNO SPAZIO A CINQUE DIMENSIONI, ECC... MA NON È MOLTO CHIC, AI GIORNI NOSTRI, SOSTENERE QUESTE COSE...



INGRANDENDO IL RAGGIO ℓ DEL SUO TERRITORIO SULLA SFERA, ANSELMO AVEVA FINITO COL RITROVARSI AGLI ANTIPODI S DEL PUNTO N, CENTRO DEL SUO CERCHIO, E RINCHIUSO NEL SUO STESSO RECINTO. LO STESSO ACCADE NELLO SPAZIO TRIDIMENSIONALE A CURVATURA POSITIVA.

NELLO SPAZIO BIDIMENSIONALE DELLA SFERA, ANSELMO INCONTRAVA L'EQUATORE DOPO AVER RECINTATO LA META' DELLA SUPERFICIE DISPONIBILE. ALL'EQUATORE DELLO SPAZIO TRIDIMENSIONALE IPERSFERICO ANSELMO GIUNGE INVECE QUANDO IL SUO PALLONE OCCUPA LA META' DEL VOLUME DISPONIBILE. SULLA SFERA, IL CERCHIO EQUATORE GLI APPARIVA COME UNA RETTA; NELLO SPAZIO IPERSFERICO, IL "PALLONE EQUATORE" GLI SEMBRERA' INVECE UN PIANO.

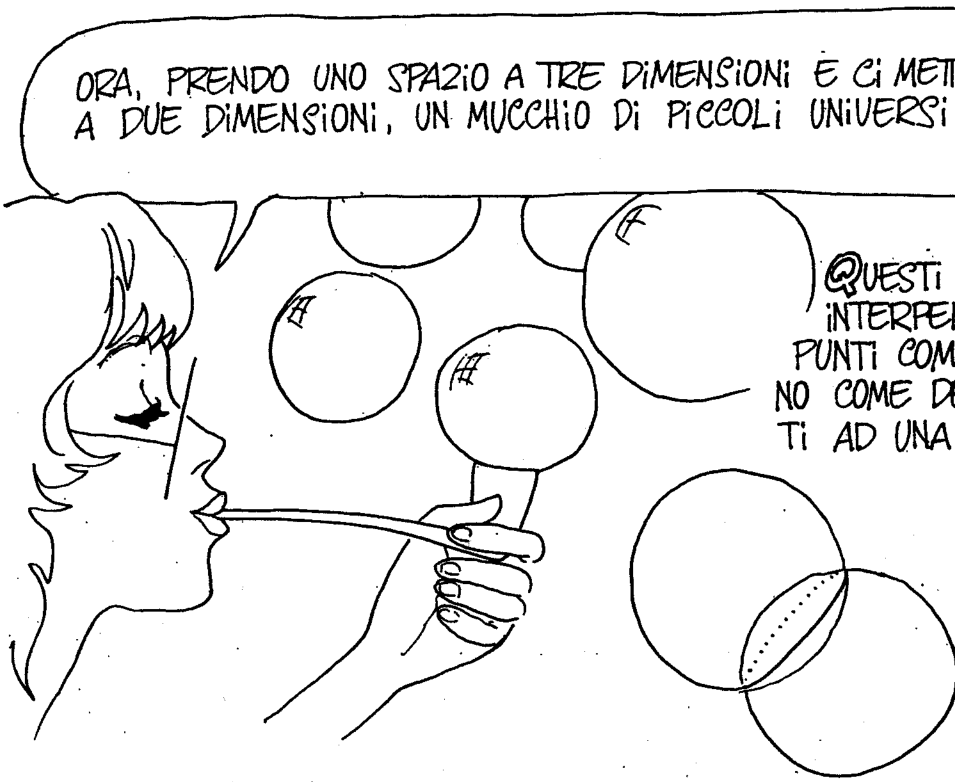
OLTRE L'EQUATORE LA CONCAVITA' DEL PALLONE SI INVERTE E GIUNGE AUTOMATICAMENTE AD INCENTRARSI SUL PUNTO ANTIPODALE S DEL PUNTO N, CENTRO DEL PALLONE.


QUALCHE PROBLEMA?
EHM... CIOÈ... HO UNA CONFUSIONE PAZZESCA NELLA TESTA...
TU SAI, ANSELMO, CHE DI CURVE IO ME NE INTENDO...
ALL'INIZIO, È SEMPRE UN PO' COMPLICATO DESTREGGIARSI NELLE IPERSFERE. BISOGNA EVITARE DI BLOCCARSI, E CAPIRE POCO ALLA VOLTA.
SÌ...
HO PERSO UN PO' IL FILO...

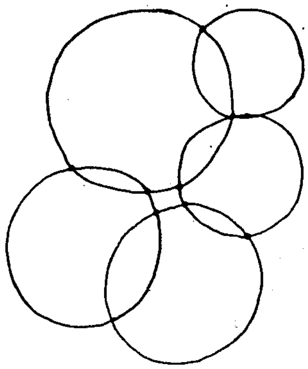

MA IL CENTRO DI QUESTA IPERSFERA, DOV'È ?
SE DISEGNO UN CERCHIO SU UN PIANO, SIAMO D'ACCORDO CHE SI TRATTA DI UNA RAPPRESENTAZIONE DI UNO SPAZIO A UNA DIMENSIONE, CHIUSO, IMMERSO IN UNO SPAZIO A DUE DIMENSIONI: IL PIANO.
E IL CENTRO DEL CERCHIO NON È SUL CERCHIO
MMM...
UNA SFERA RAPPRESENTA UNO SPAZIO CHIUSO A DUE DIMENSIONI, IMMERSO IN UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE. NEMMENO IL CENTRO DI QUESTA SFERA È SULLA SFERA. SI TROVA INVECE NELLO SPAZIO A TRE DIMENSIONI.
IL CENTRO DI UNO SPAZIO IPERSFERICO A TRE DIMENSIONI POTREBBE SITUARSI IN UNO SPAZIO A QUATTRO, SUPPONENDO CHE VI SIA IMMERSO. E COSÌ VIA... COSÌ, IL CENTRO DI UNO SPAZIO IPERSFERICO A QUATTRO DIMENSIONI SAREBBE IN UNO SPAZIO A CINQUE ECC...

N.
GUARDA, ECCOTI NEL TUO MONDO A DUE DIMENSIONI, APPICCICATOVI SOPRA COME UNA DECALCOMANIA.
ORA COMINCI A GONFIARE IL TUO CERCHIO, CHE NON E' ALTRO CHE UNA SFERA A UNA DIMENSIONE.
N.
IN UNO SPAZIO A DUE DIMENSIONI, UN CONFINE DELIMITA UNA SUPERFICIE, MENTRE, IN UNO SPAZIO A TRE DIMENSIONI, DELIMITA UN VOLUME.
QUI E' QUANDO ARRIVO A META' DELLO SPAZIO SFERICO.
IN UNO SPAZIO A QUATTRO DIMENSIONI, UN CONFINE AVREBBE TRE DIMENSIONI, E DELIMITEREBBE UN IPERVOLUME A QUATTRO DIMENSIONI.
SANTO CIELO, RICOMINCIA!
FILIAMO!
N
GUARDA, QUI IL TUO CERCHIO, CHE E' UN "PALLONE A UNA DIMENSIONE", COMINCIA A CONTENERE PIU' DI META' DELLO SPAZIO DISPONIBILE. COMINCIA A CHIUDERSI SU DI TE, CONVERGENDO VERSO IL PUNTO ANTIPODALE S.
S


ALLO STESSO MODO, NEL MIO SPAZIO A TRE DIMENSIONI, QUANDO INIETTO PIÙ DELLA METÀ DEL VOLUME TOTALE, IL PALLONE SI RICHIUDE SU DI ME, CONVERGENDO VERSO IL PUNTO ANTIPODALE.
INFATTI LA SFERA, IN QUESTO SPAZIO TRIDIMENSIONALE CURVO, HA EVIDENTEMENTE DUE CENTRI CHE SONO ANTIPODALI.
HO CAPITO!
?!!?
IN REALTÀ NON SO ESATTAMENTE CHE COSA, MA HO L'IMPRESSIONE DI AVER CAPITO QUALCOSA!
CHE ANGOSCIA!
MA NO, ANSELMO, QUANDO NON CI SONO PIÙ DI TRE DIMENSIONI, **CAPIRE È ESTRAPOLARE, GENERALIZZARE.**
STO ESTRAPOLANDO SENZA SAPERLO!
IL DISEGNO, SEI TU A FARLO... NELLA TUA TESTA!...



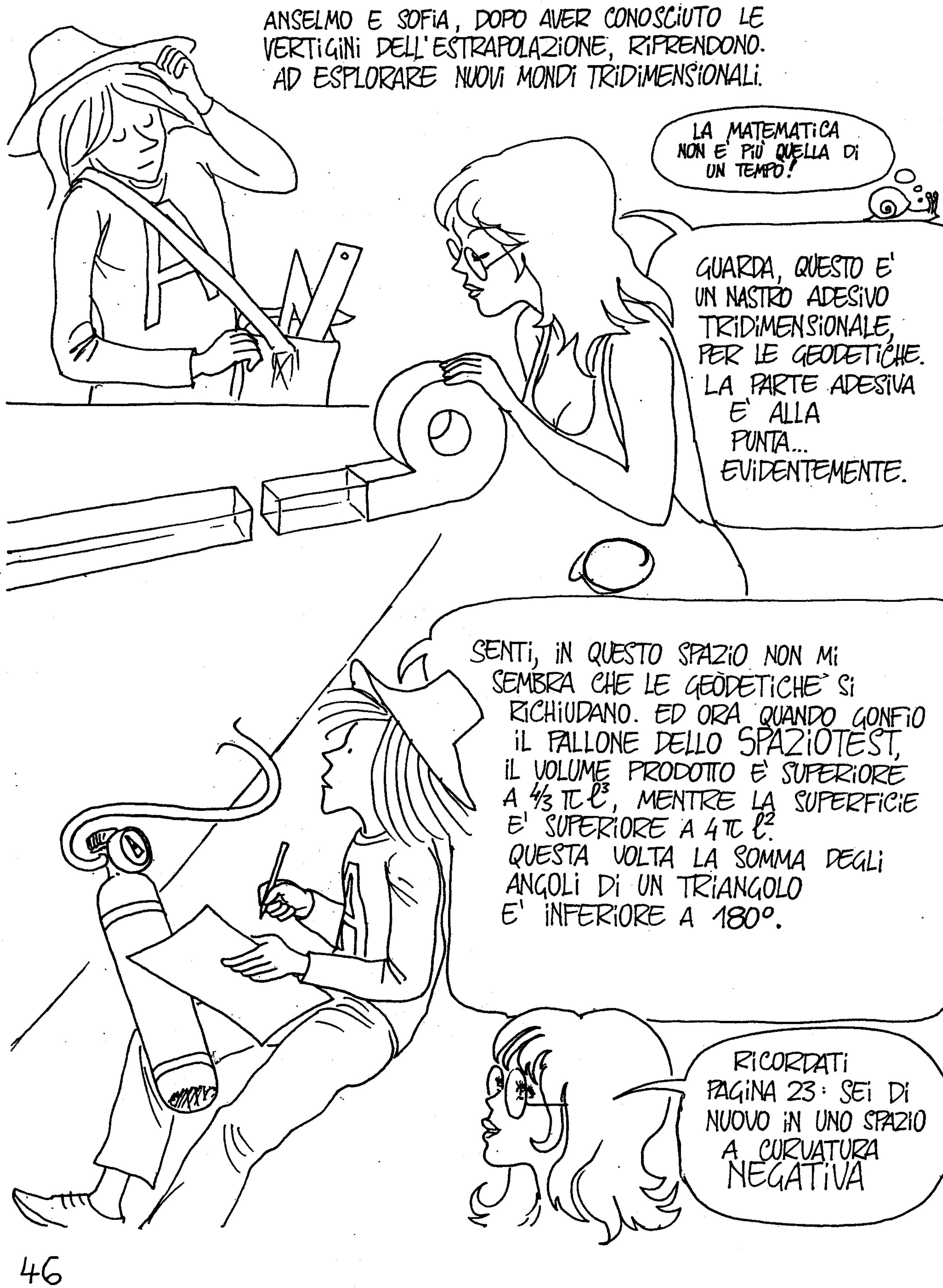
QUESTI UNIVERSI POSSONO INTERPENETRARSI, I LORO PUNTI COMUNI SI DISTRIBUISCONO COME DEI CERCHI, OGGETTI AD UNA DIMENSIONE.



ALLO STESSO MODO DEI CERCHI, OGGETTI AD UNA DIMENSIONE, POSTI SU UN FOGLIO DI CARTA (DUE DIMENSIONI) SI INTERSECHEREBBERO IN ALCUNI PUNTI (SI USA DIRE CHE IL PUNTO HA DIMENSIONE ZERO).

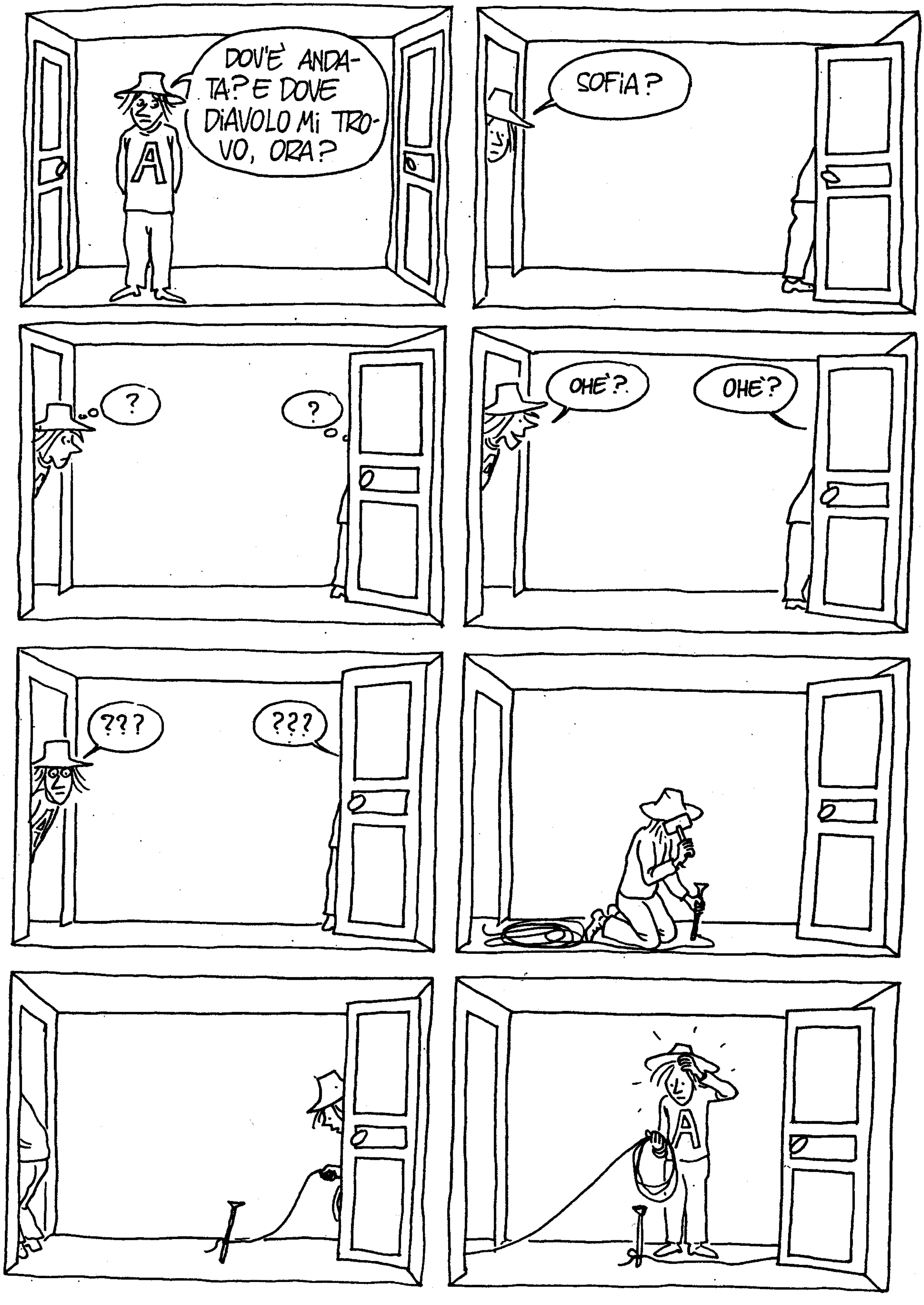
UNA SFERA POTRA' ALLORA ESSERE CONSIDERATA COME L'INTERSEZIONE DI DUE "BOLLE" TRIDIMENSIONALI, CHE SI EVOLVONO IN UNO SPAZIO A QUATTRO DIMENSIONI.

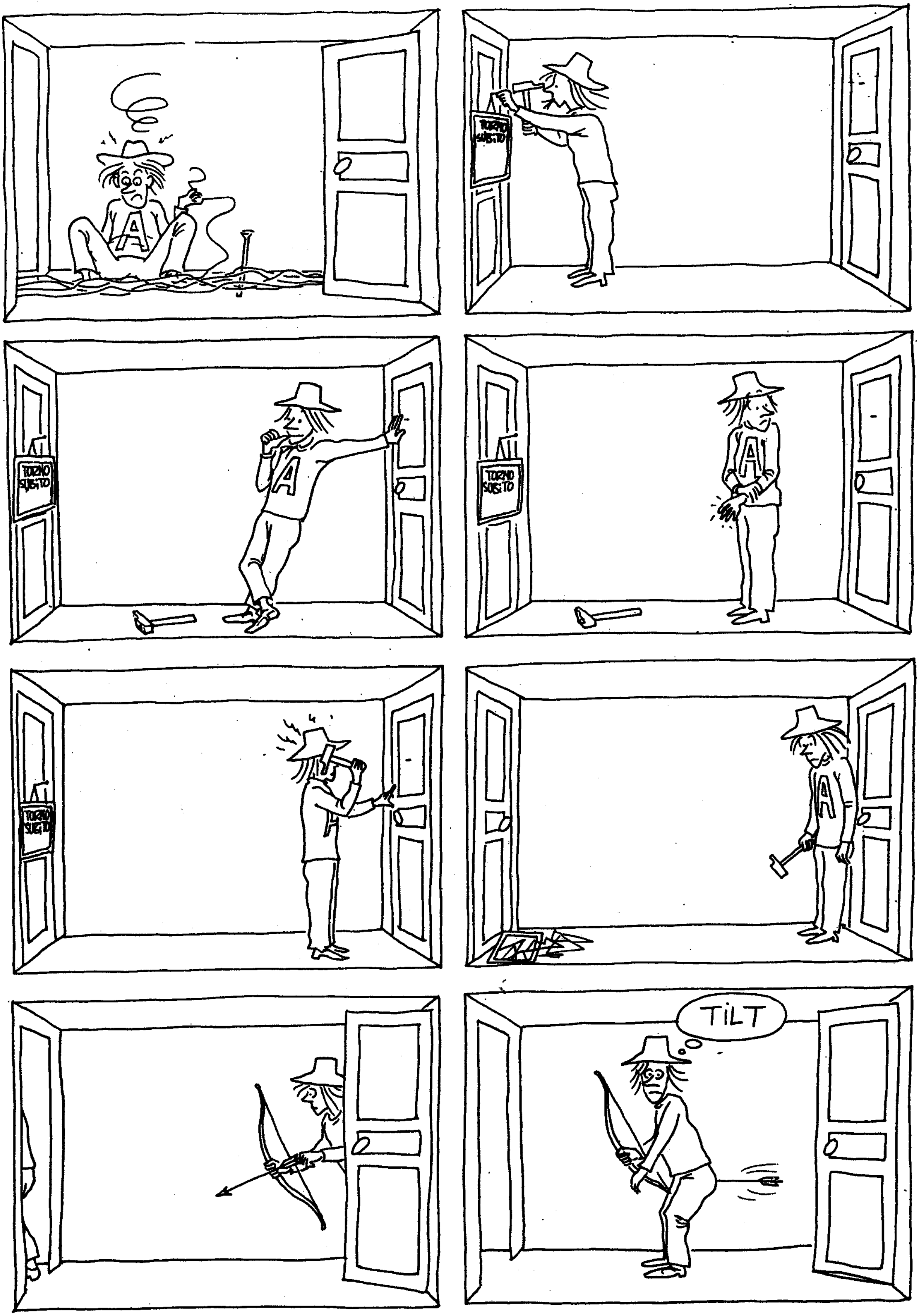
E COSÌ VIA: UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE CURVO, IPERSFERICO, POTRA' A SUA VOLTA ESSERE CONSIDERATO COME L'INTERSEZIONE DI DUE BOLLE DI SAPONE A QUATTRO DIMENSIONI, CHE SI EVOLVONO IN UNO SPAZIO A CINQUE.


ANSELMO E SOFIA, DOPO AVER CONOSCIUTO LE VERTIGINI DELL'ESTRAPOLAZIONE, RIPRENDONO AD ESPLORARE NUOVI MONDI TRIDIMENSIONALI.
LA MATEMATICA NON E' PIÙ QUELLA DI UN TEMPO!
GUARDA, QUESTO E' UN NASTRO ADESIVO TRIDIMENSIONALE, PER LE GEODETICHE. LA PARTE ADESIVA E' ALLA PUNTA... EVIDENTEMENTE.
SENTI, IN QUESTO SPAZIO NON MI SEMBRA CHE LE GEÒDETICHE SI RICHIUDANO. ED ORA QUANDO GONFIO IL PALLONE DELLO SPAZIOTEST, IL VOLUME PRODOTTO E' SUPERIORE A $\frac{4}{3}\pi \ell^3$, MENTRE LA SUPERFICIE E' SUPERIORE A $4\pi \ell^2$. QUESTA VOLTA LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO E' INFERIORE A 180°.
RICORDATI PAGINA 23: SEI DI NUOVO IN UNO SPAZIO A CURVATURA NEGATIVA


RIASSUNTO:
NEGLI SPAZI A TRE DIMENSIONI, SAI, POSSONO ACCADERE MOLTE COSE. E' COME PER LE SUPERFICI, CHE SONO SPAZI A DUE DIMENSIONI. COSÌ SE LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO, IN UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE, SUPERA I 180°, DIREMO CHE LA CURVATURA E' POSITIVA. COSTRUENDOVI UNA SFERA DI RAGGIO ℓ, TROVERAI CON LO SPAZIOTEST UN VOLUME INFERIORE A $4/3\,\pi\,\ell^3$ E UNA SUPERFICIE INFERIORE A $4\pi\,\ell^2$. QUESTO SPAZIO, DETTO IPERSFERICO, SI RICHIUDERÀ SU SE STESSO. SE LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO, IN UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE, E' INFERIORE A 180°, ALLORA LA CURVATURA SARÀ NEGATIVA. IL VOLUME DI UNA SFERA DI RAGGIO ℓ SARÀ SUPERIORE A $4/3\,\pi\,\ell^3$, E LA SUA SUPERFICIE SUPERIORE A $4\pi\,\ell^2$. QUESTO SPAZIO AVRÀ UN'ESTENSIONE INFINITA.
MA SE LA SOMMA DEGLI ANGOLI E' 180°, ALLORA LO SPAZIO E' SEMPLICEMENTE EUCLIDEO.
E TUTTA 'STA ROBA PER DIRE QUESTO!...

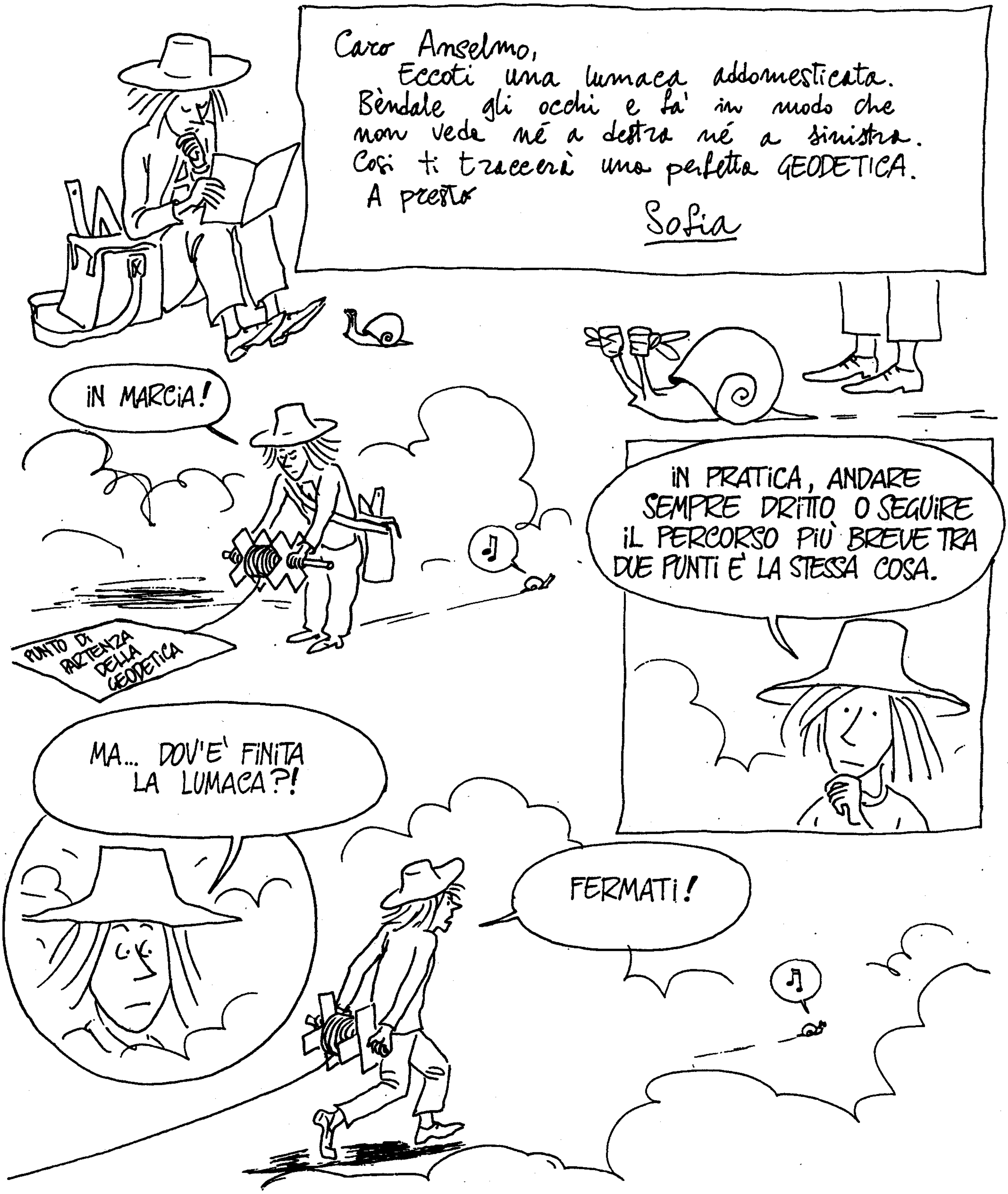
UNO SPAZIO DEV'ESSERE APERTO O CHIUSO!...


DOV'È ANDATA? E DOVE DIAVOLO MI TROVO, ORA?
SOFIA?
?
?
OHE'?
OHE'?
???
???


TORNO SUBITO
TILT

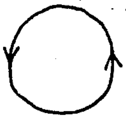

EH SÌ! ANSELMO ERA STATO PROIETTATO IN UNO SPAZIO CILINDRICO A TRE DIMENSIONI.
SEBBENE EUCLIDEO, SENZA CURVATURA (LA SOMMA DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO VI E' UGUALE A 180°), QUESTO MONDO SI RICHIUDE SU SE STESSO.
TILT
BENE, AMMETTIAMOLO... MONDI SFERICI, IPERBOLICI, CILINDRICI: LI ABBIAMO GIRATI TUTTI, NO?
GEOMETRIA
CREDI?
TORNIAMO UN ATTIMO NEL BIDIMENSIONALE.
EH?
NUVOLE

SENZA SOPRA NE' SOTTO:

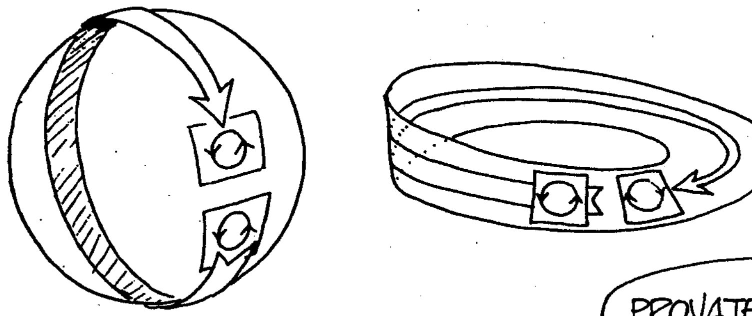


SI RICHIUDE ANCHE QUESTA, COME PRIMA!
SOMMA DEGLI ANGOLI, 180°. E' EUCLIDEO, QUEST'AGGEGGIO. E' COME IL CILINDRO!
BEH, NON PROPRIO!...
!?!
QUESTA POI!
PUNTO DI PARTENZA DELLA GEODETICA
PER FARLA BREVE, QUESTA VOLTA ANSELMO E' FINITO IN UNO SPAZIO BIDIMENSIONALE NON ORIENTABILE. L'IMMAGINE PIU' NOTA DI QUESTO SPAZIO E' IL NASTRO DI MÖBIUS (1830). L'IDEA ERA SFUGGITA AI GRECI, CHE PURE AVEVANO PENSATO A TUTTO.
PUNTO DI PARTENZA DELLA GEODETICA
SOFIA, TIRAMI FUORI DI QUI!

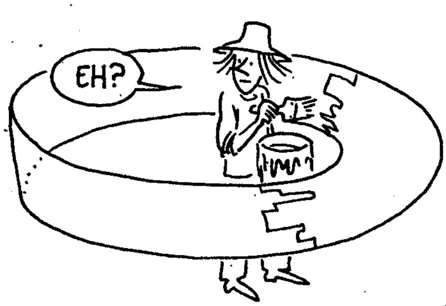
TRACCIAMO UN CERCHIO SU UNA SUPERFICIE E CURVIAMOLO A PIACERE.



IMMAGINIAMO CHE QUESTO CERCHIO SIA UNA PICCOLA DECALCOMANIA CHE POSSIAMO FAR SCIVOLARE A VOLONTA' SULLA SUPERFICIE.
SE IL CERCHIO RISULTA UGUALE A SE STESSO, DIREMO CHE QUELLA SUPERFICIE E' ORIENTABILE (E' IL CASO DELLA SFERA, DEL CILINDRO, DEL PIANO, ECC...) MA SE LA DECALCOMANIA SCIVOLA SUL NASTRO DI MÖBIUS, LE COSE VANNO DIVERSAMENTE.

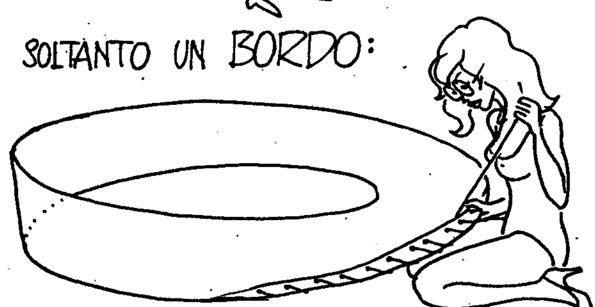


OGNI VOLTA CHE FA IL GIRO DI QUESTO UNIVERSO A DUE DIMENSIONI, IL CERCHIO MODIFICA IL SUO ORIENTAMENTO.



ALLO STESSO MODO NON SI PUÒ DIPINGERE UN NASTRO DI MÖBIUS CON DUE COLORI DIFFERENTI: ESSO HA UN SOLO LATO, E' UNILATERO.

HA SOLTANTO UN BORDO:

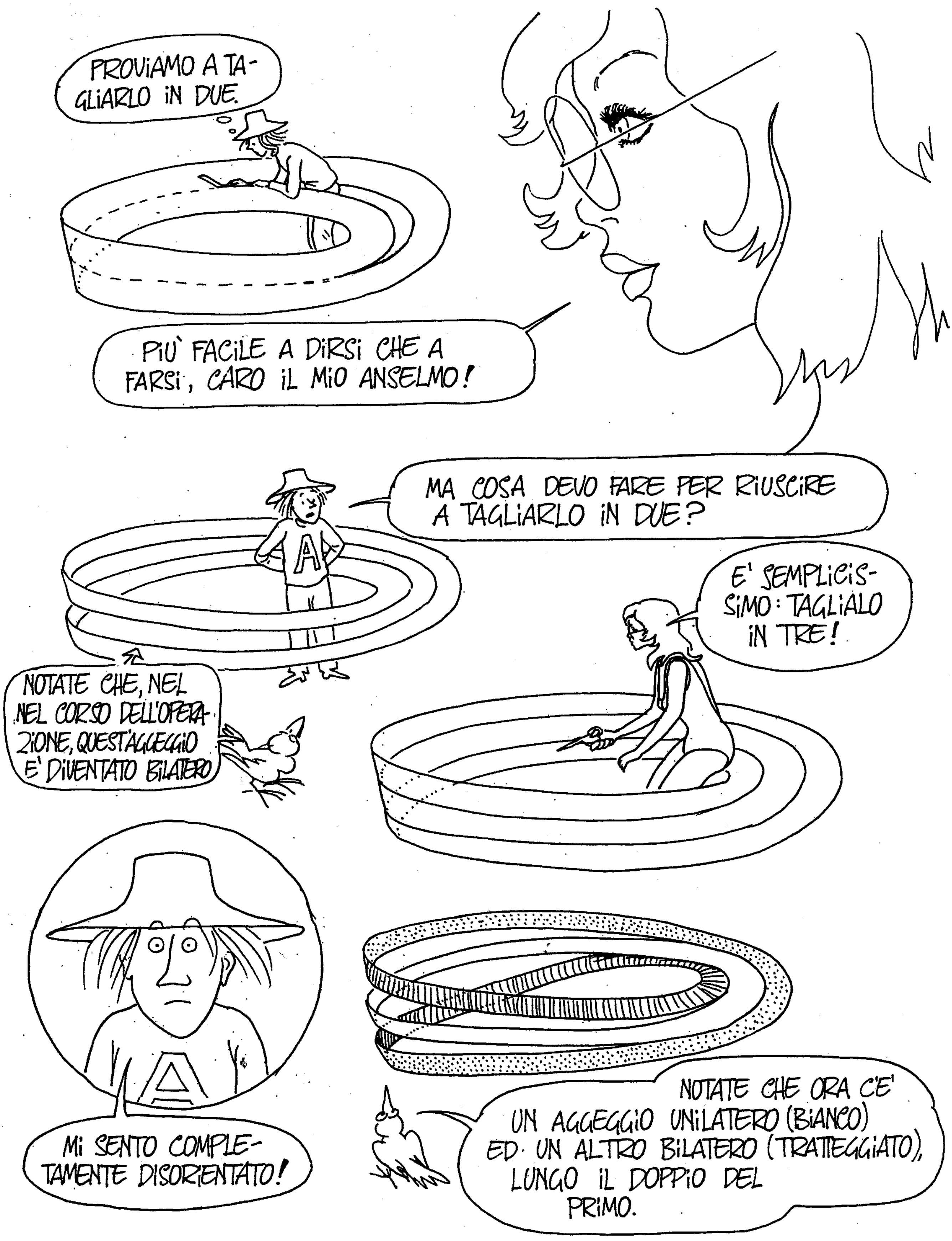


GLI SI PUÒ FAR L'ORLO IN UNA SOLA VOLTA!

ANSELMO HA DECISO DI PIANTARE DEI CHIODI PER DISTINGUERE L'INTERNO DALL'ESTERNO

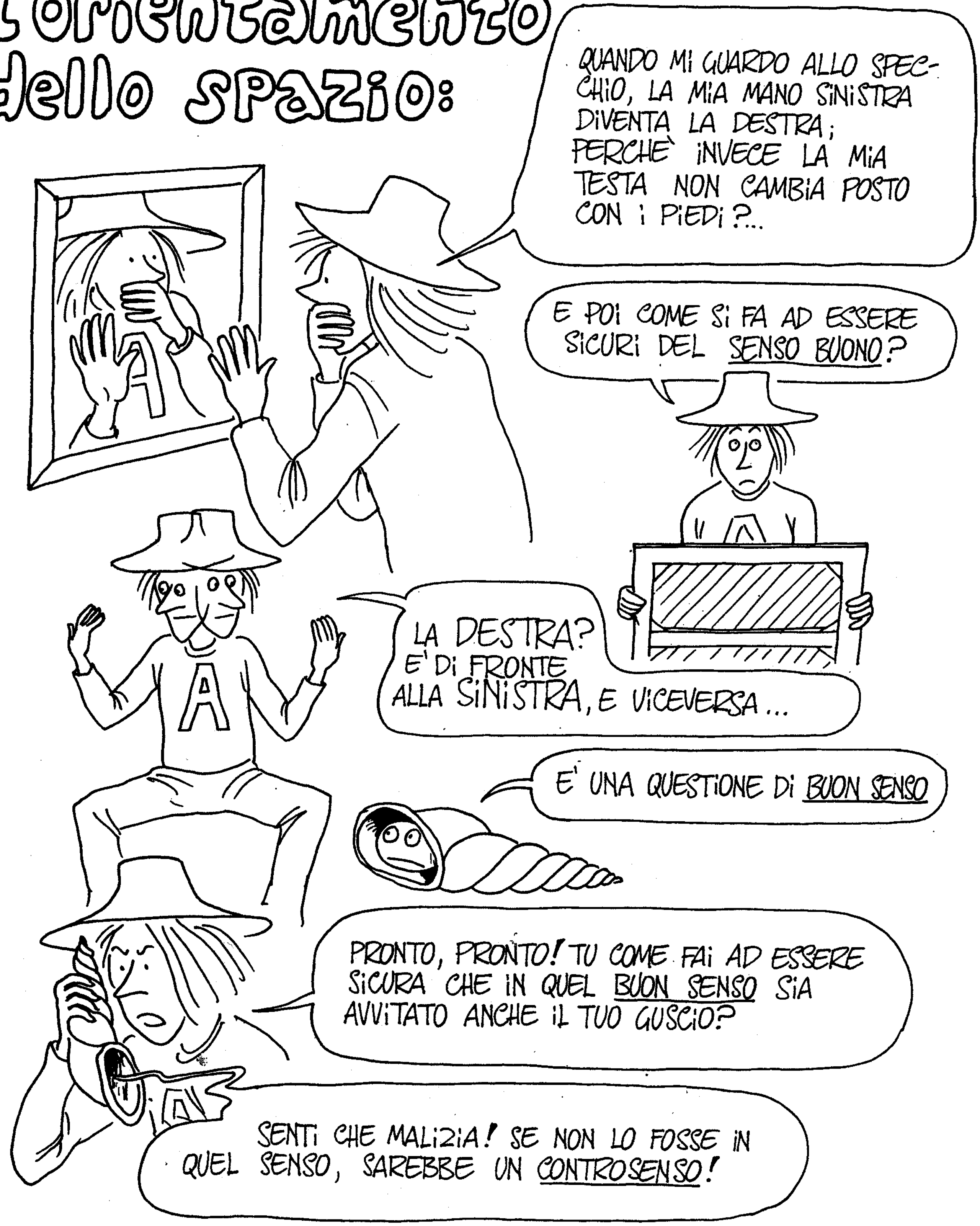
L'OPERAZIONE SI RISOLVE IN UN INSUCCESSO, PERCHÈ QUESTO NASTRO...

NON HA NÈ ESTERNO... NÈ INTERNO!

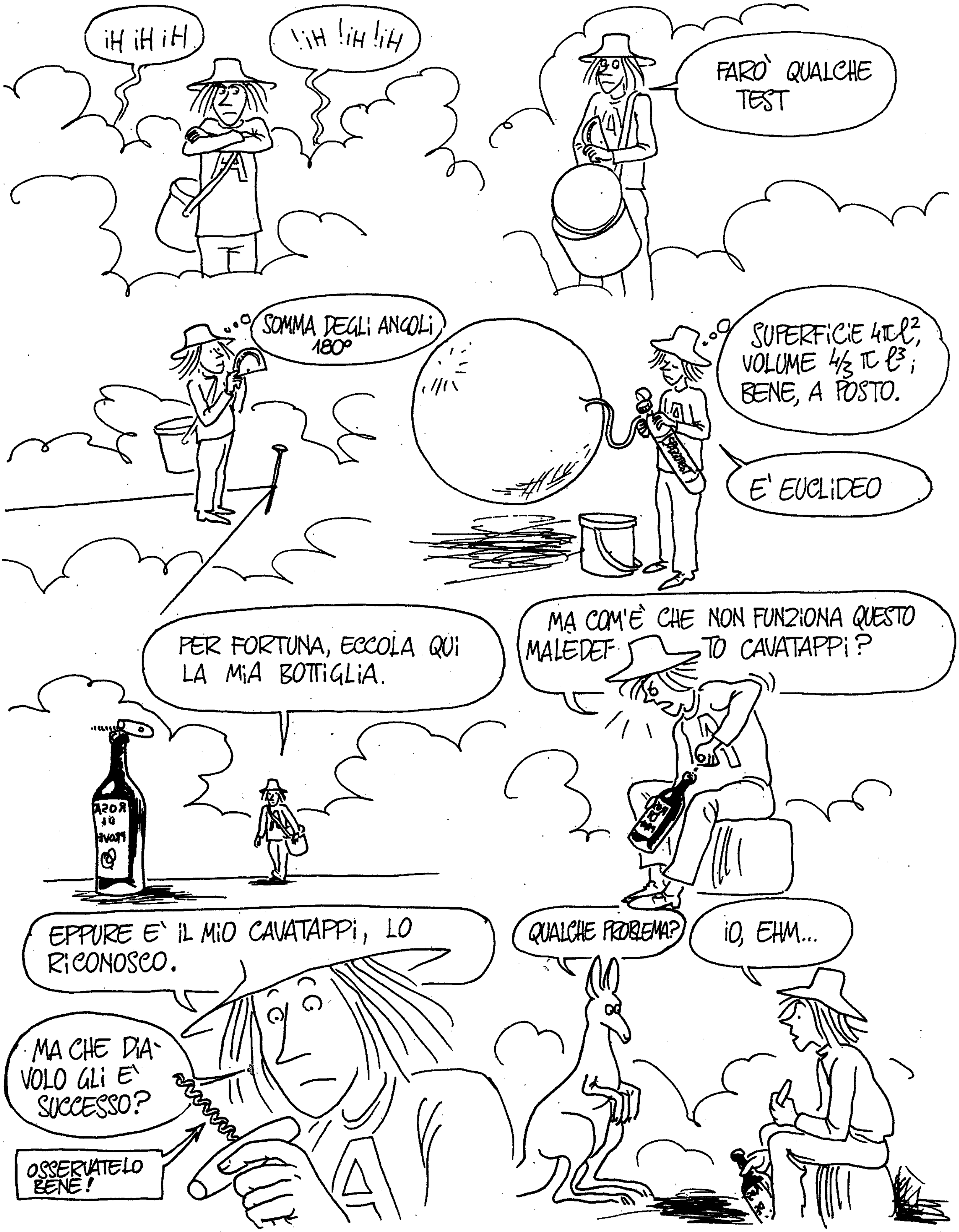

PROVIAMO A TAGLIARLO IN DUE.
PIU` FACILE A DIRSI CHE A FARSI, CARO IL MIO ANSELMO!
MA COSA DEVO FARE PER RIUSCIRE A TAGLIARLO IN DUE?
E' SEMPLICISSIMO: TAGLIALO IN TRE!
NOTATE CHE, NEL NEL CORSO DELL'OPERAZIONE, QUEST'AGGEGGIO E' DIVENTATO BILATERO
MI SENTO COMPLETAMENTE DISORIENTATO!
NOTATE CHE ORA C'E' UN AGGEGGIO UNILATERO (BIANCO) ED UN ALTRO BILATERO (TRATTEGGIATO), LUNGO IL DOPPIO DEL PRIMO.

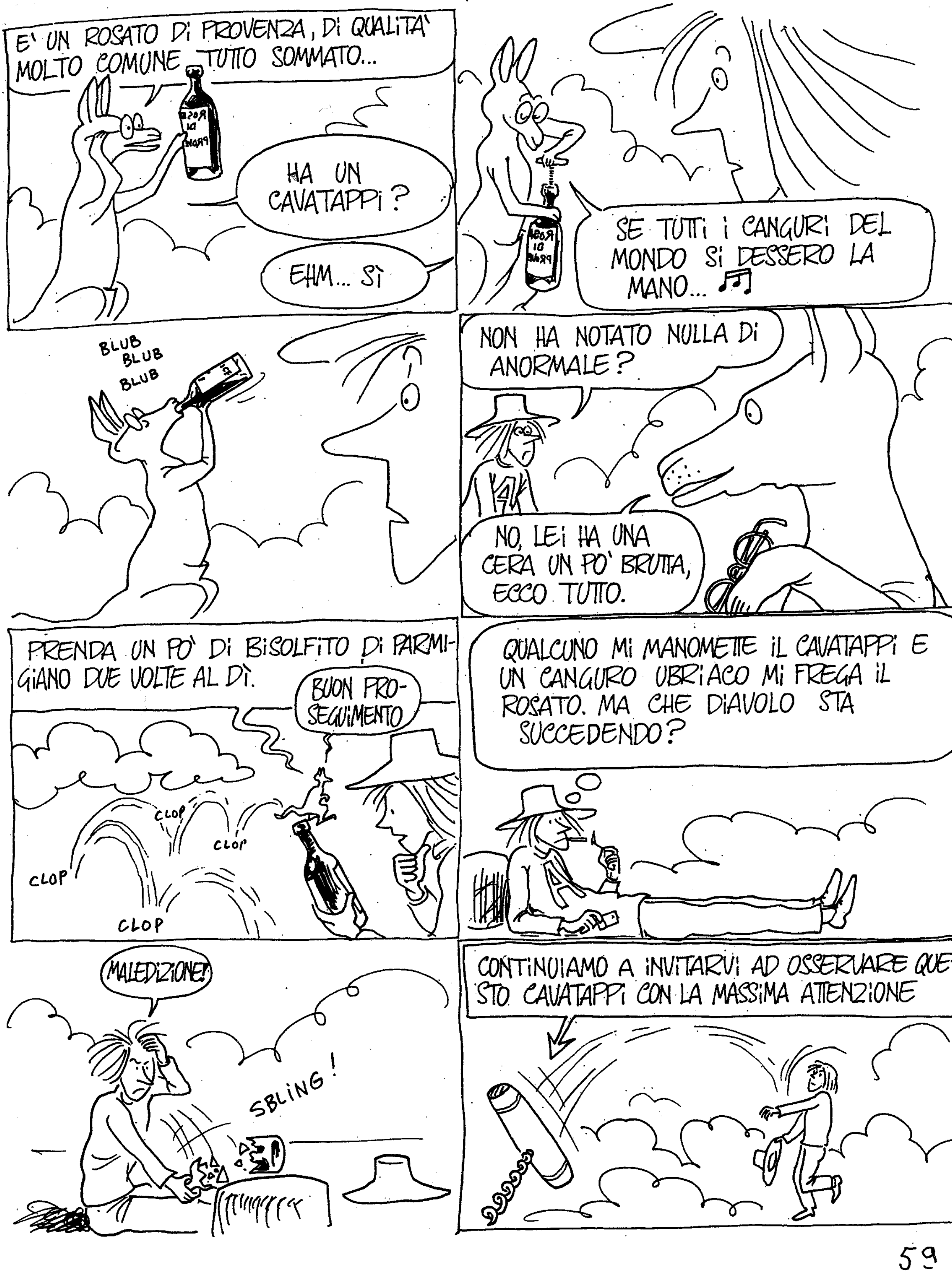
DOPO QUESTA PASSEGGIATA SUL NASTRO DI MÖBIUS, TORNIAMO NEGLI SPAZI EUCLIDEI (SENZA CURVATURA) A TRE DIMENSIONI.

L'orientamento dello spazio:



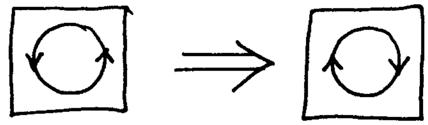
ACCOMPAGNIAMO ANSELMO NELL'ESPLORAZIONE DI UN NUOVO MONDO TRIDIMENSIONALE EUCLIDEO (SENZA CURVATURA).


iH iH iH
!iH !iH !iH
FARÒ QUALCHE TEST
SOMMA DEGLI ANGOLI 180°
SUPERFICIE 4πℓ², VOLUME 4/3 π ℓ³; BENE, A POSTO.
E' EUCLIDEO
PER FORTUNA, ECCOLA QUI LA MIA BOTTIGLIA.
MA COM'È CHE NON FUNZIONA QUESTO MALEDET- TO CAVATAPPI?
EPPURE E' IL MIO CAVATAPPI, LO RICONOSCO.
MA CHE DIAVOLO GLI E' SUCCESSO?
OSSERVATELO BENE!
QUALCHE PROBLEMA?
IO, EHM...

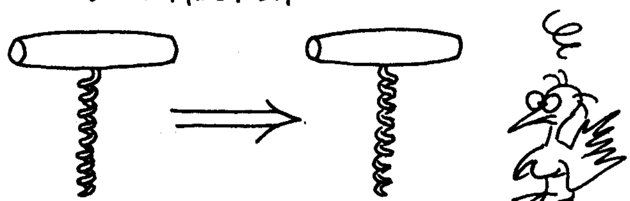


E' UN ROSATO DI PROVENZA, DI QUALITA' MOLTO COMUNE TUTTO SOMMATO...
HA UN CAVATAPPI?
EHM... SÌ
SE TUTTI I CANGURI DEL MONDO SI DESSERO LA MANO...
BLUB BLUB BLUB
NON HA NOTATO NULLA DI ANORMALE?
NO, LEI HA UNA CERA UN PO' BRUTTA, ECCO TUTTO.
PRENDA UN PO' DI BISOLFITO DI PARMIGIANO DUE VOLTE AL DÌ.
BUON PROSEGUIMENTO
CLOP
CLOP
CLOP
CLOP
QUALCUNO MI MANOMETTE IL CAVATAPPI E UN CANGURO UBRIACO MI FREGA IL ROSATO. MA CHE DIAVOLO STA SUCCEDENDO?
MALEDIZIONE!
SBLING!
CONTINUIAMO A INVITARVI AD OSSERVARE QUESTO CAVATAPPI CON LA MASSIMA ATTENZIONE

IL NASTRO DI MOBIUS (SPAZIO INORIENTABILE A DUE DIMENSIONI) HA DUNQUE UN EQUIVALENTE TRIDIMENSIONALE.
QUANDO IL CERCHIO-DECALCOMANIA FACEVA IL "GIRO" DI QUELLO SPAZIO EUCLIDEO SUL NASTRO DI MÖBIUS, IL SUO ORIENTAMENTO CAMBIAVA:



VEDI PAGINA 54



SI PUÒ NOTARE CHE QUESTI OGGETTI SONO INVERTITI "A SPECCHIO". IL CAVATAPPI E LO STESSO ANSELMO POSSONO ESSERE CONSIDERATI "DECALCOMANIE A TRE DIMENSIONI". OGNI VOLTA CHE UN OGGETTO COMPIE IL "GIRO" DI QUESTO SPAZIO TRIDIMENSIONALE, IL SUO ORIENTAMENTO SI INVERTE.
POICHE' ABBIAMO PENSATO DI ACCOMPAGNARE ANSELMO NEL SUO PERIPLO CIRCUMSPAZIALE, E' LOGICO CHE ANCHE NOI COME LUI RITROVIAMO LA BOTTIGLIA "A SPECCHIO" E IL CAVATAPPI AVVITATO IN SENSO INUSUALE. UN SECONDO "GIRO" DI QUESTO UNIVERSO CI RESTITUIREBBE L'ASPETTO INIZIALE DELLE COSE (A PATTO CHE LASCIAMO GLI OGGETTI AL LORO POSTO).

ANSELMO E IL CANGURO (UNA SPECIE DEGLI ANTIPODI) SI TROVANO NELLO STESSO SPAZIO, MA CON LA DIFFERENZA CHE CIO' CHE E' "NEL VERSO GIUSTO" PER IL CANGURO E' "AL ROVESCIO" PER ANSELMO, E VICEVERSA.


EPiLOGO:
VA TUTTO STORTO. NON C'È PIÙ NÈ DESTRA NÈ SINISTRA, NÈ DRITTO NÈ ROVESCIO. DOVE PORTA TUTTO QUESTO? E CHE STRADA DEVO SEGUIRE?
DEVI SEGUIRE LE GEODETICHE, ANSELMO, LE GEODETICHE DELLA TUA VITA. ! ! !
NESSUNO MI FARÀ MAI CREDERE CHE L'UNIVERSO È COSÌ STRAMPALATO. QUESTE SONO SOLTANTO FARNETICAZIONI DI MATEMATICI.
E' ROBA DA FUMETTI!
PERCHÈ PREOCCUPARSI DI TUTTO QUESTO? È EVIDENTE CHE LO SPAZIO È EUCLIDEO (*)
(*) PAROLE PRONUNCIATE NEL 1830 DA OSTROGRADSKY, TITOLARE DELLA CATTEDRA DI MATEMATICHE A PIETROGRADO; DOPO AVER LETTO LE OPERE DI RIEMANN E LOBACEVSKIj.


AMMETTIAMO PURE CHE L'UNIVERSO NON SOMIGLI A CIÒ CHE È. TE L'IMMAGINI QUESTA ROBA, INSEGNATA NELLE SCUOLE?
UN DISASTRO!
E POI, QUEL CHE CONTA, DOPO TUTTO, È LA VITA. E, NELLA VITA QUOTIDIANA, CONCORDERAI CON ME CHE...
ALLORA, CHE C'È DIETRO A TUTTO QUESTO?
LA FISICA, MIO CARO...
e non le geometrie!!!
VOGLIO METTERLO IN CHIARO!
E AVANTI VERSO IL CONCRETO
C'È QUALCUNO?


SE LA DENSITÀ MEDIA DI MATERIA NELL'UNIVERSO E' INFERIORE A 10^{-29} GRAMM PER CM^3
?
ALLORA L'UNIVERSO AURA UNA CURVATURA NEGATIVA ED EXTENSIONE INFINITA
SE INVERCE LA DENSITÀ È SUPERIORE A 10^{-29} g/cm^3
!..
L'UNIVERSO SARA IPERSFERICO E SI RICHIUDERA SU SE STESSO
MA SE QUESTA DENSITÀ È PARI A 10^{-29} g/cm^3, ALLORA L'UNIVERSO SARÀ EUCLIDEO
EHM...
IL DOTTOR EINSTEIN, SUPPONGO
SI ?
FINE


C'E' UN MATEMATICO IN SALA ?