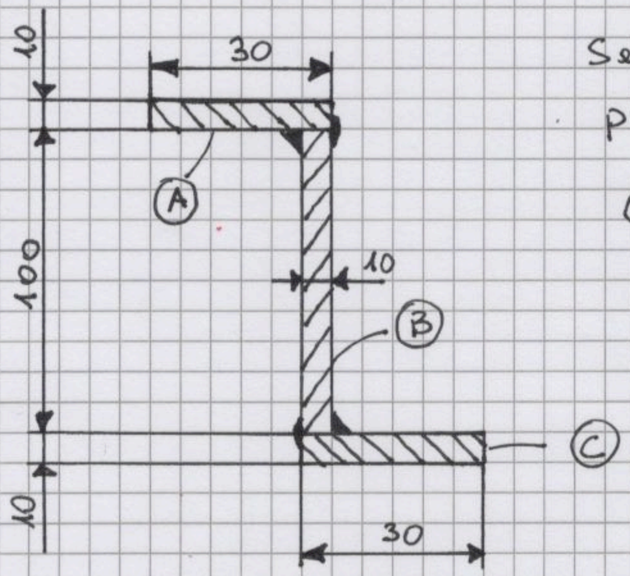
GEOMETRIA DELLE AREE 5/11/2018



Sezione composta usando dei piatti UNI 6014-74.

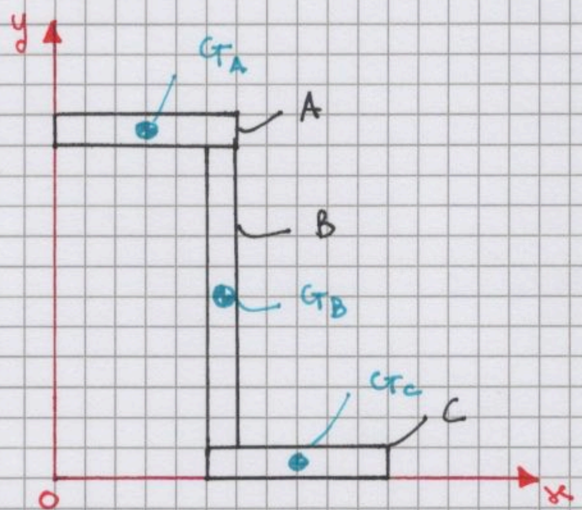
A, C → 30 × 10

B → 100 × 10

Disegno fuori scala!

- CALCOLO DEL BARICENTRO.

Utilizziamo un sistema di riferimento $\{Oxy\}$



- Area $A_{C,A} = 10 \cdot 30 = 300\ mm^2$
- Area $A_B = 10 \cdot 100 = 1000\ mm^2$

$$\left.\begin{aligned} &G_A(15,\ 115)\\ &G_B(25,\ 60)\\ &G_C(35,\ 5)\end{aligned}\right\}\ G(x_G,\ y_G)$$

Calcolo del momento statico

$$S_x = A_A \cdot (y_{GA}) + A_B\,(y_{GB}) + A_C\,(y_{GC}) =$$

$$= 300\,(115) + 1000\,(60) + 300\,(5) = 96000\ mm^3$$

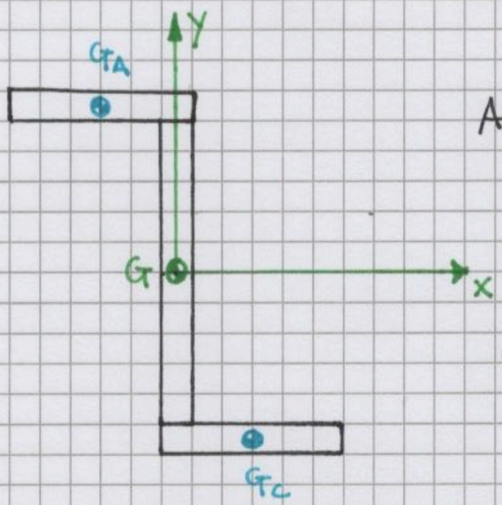
$$S_y = A_A\,(x_{GA}) + A_B\,(x_{GB}) + A_C\,(x_{GC}) =$$

$$= 300\,(15) + 1000\,(25) + 300\,(35) = 40000\ mm^3$$

$$\left.\begin{aligned} y_G &= \frac{S_x}{A_A+A_B+A_C} = \frac{96000\ mm^3}{1600\ mm^2} = 60\ mm\\ x_G &= \frac{S_y}{A_A+A_B+A_C} = \frac{40000\ mm^3}{1600\ mm^2} = 25\ mm\end{aligned}\right\}\ G(25,60)$$

CALCOLO DEL BARICENTRO

È immediato constatare che il baricentro della sezione G coincide con il baricentro del piatto B, G_B.
È utile ora definire le distanze, o meglio le coordinate dei baricentri, rispetto a un sistema di riferimento centrale $\{G\ X\ Y\}$



$$A\begin{cases} X_{G_A} = x_{G_A} - x_G = 15 - 25 = -10 \\ Y_{G_A} = y_{G_A} - y_G = 115 - 60 = 55 \end{cases}$$

$$G_A(-10,\ 55)$$

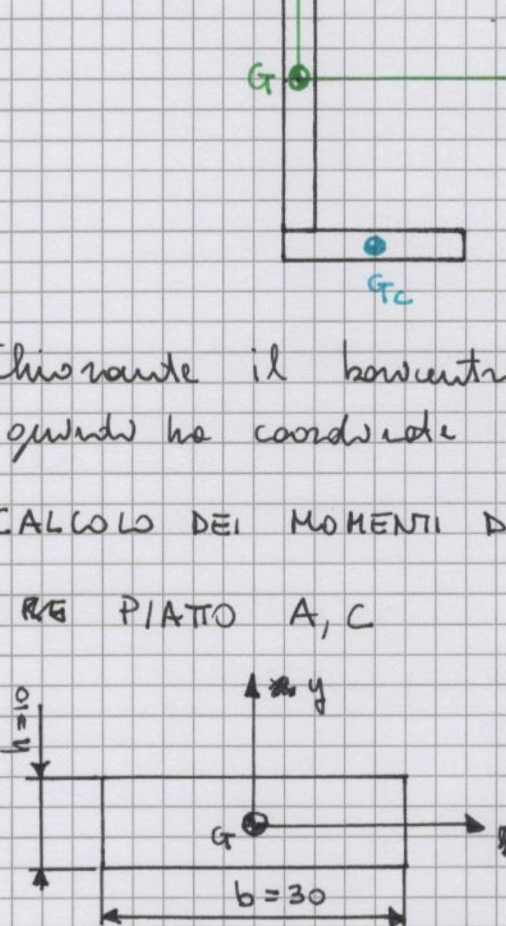
$$C\begin{cases} X_{G_C} = x_{G_C} - x_G = 35 - 25 = 10 \\ Y_{G_C} = y_{G_C} - y_G = 5 - 60 = -55 \end{cases}$$

$$G_C(10,\ -55)$$

Chiaramente il baricentro del piatto B coincide con G, quindi ha coordinate $G_B(X_{G_B}, Y_{G_B}) \to G_B(\emptyset, \emptyset)$.

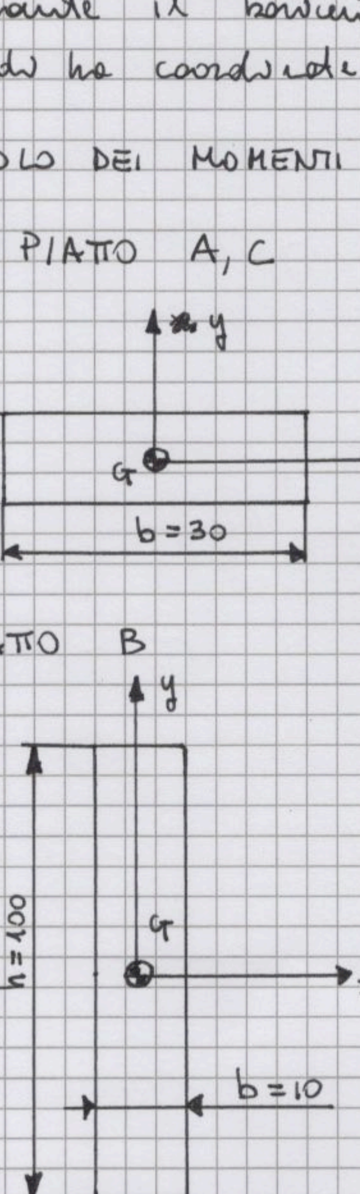
- CALCOLO DEI MOMENTI DI INERZIA.

– ~~RE~~ PIATTO A, C



$$\begin{cases} I_{x_{A,C}} = \dfrac{b\,h^3}{12} = \dfrac{30 \cdot 10^3}{12} = 2500\ mm^4 \\ I_{y_{A,C}} = \dfrac{h\,b^3}{12} = \dfrac{10 \cdot 30^3}{12} = 22500\ mm^4 \\ I_{xy_{A,C}} = \emptyset \end{cases}$$

– PIATTO B



$$\begin{cases} I_{x_B} = \dfrac{b\,h^3}{12} = \dfrac{10 \cdot 100^3}{12} = \cancel{83\,3333{,}333}\ 833\,333{,}333\ mm^4 \\ I_{y_B} = \dfrac{h\,b^3}{12} = \dfrac{100 \cdot 10^3}{12} = 8333.333\ mm^4 \\ I_{xy_B} = \emptyset \end{cases}$$

CALCOLO DEI MOMENTI DI INERZIA

Ora vengono calcolati i momenti di inerzia dell'intera sezione rispetto al sistema centrale $\{G\,x\,y\}$

$$I_x = I_{x_A} + A_A (y_A)^2 + I_{x_B} + I_{x_C} + A_C (y_C)^2 =$$

$$= 2500 + 300(55)^2 + 833333.333 + 2500 + 300(-55)^2 =$$

$$= 2'653'333,333 \ mm^4$$

$$I_y = I_{y_A} + A_A (x_A)^2 + I_{y_B} + I_{y_C} + A_C (x_C)^2 =$$

$$= 22500 + 300(-10)^2 + 8333.333 + 22500 + A_C (10)^2 =$$

$$= 113'333,333 \ mm^4$$

$$I_{xy} = \underbrace{I_{xy_A}}_{\varnothing} + A_A (x_A)(y_A) + \underbrace{I_{xy_B}}_{\varnothing} + I_{xy_C} + A_C (x_C)(y_C) =$$

$$= 300(-10)(55) + 300(10)(-55) =$$

$$= -330'000 \ mm^4$$

$$I_x > I_y \quad , \quad I_{xy} < \varnothing .$$

- MOMENTI DI INERZIA PRINCIPALI

~~Sono i momenti~~ È necessario calcolare l'orientazione degli assi ξ ed η (detti principali) per cui il momento centrifugo $I_{\xi\eta}$ è nullo.

$$\begin{matrix} I_\xi \\ I_\eta \end{matrix} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_y - I_x)^2 + (2 I_{xy})^2} = \begin{cases} \text{MAX} \ I_\xi = 2695507.1023 \\ \qquad mm^4 \\ \text{MIN} \ I_\eta = 71159.5644 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{atan}\left(\frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x}\right) = 7.2829°$$

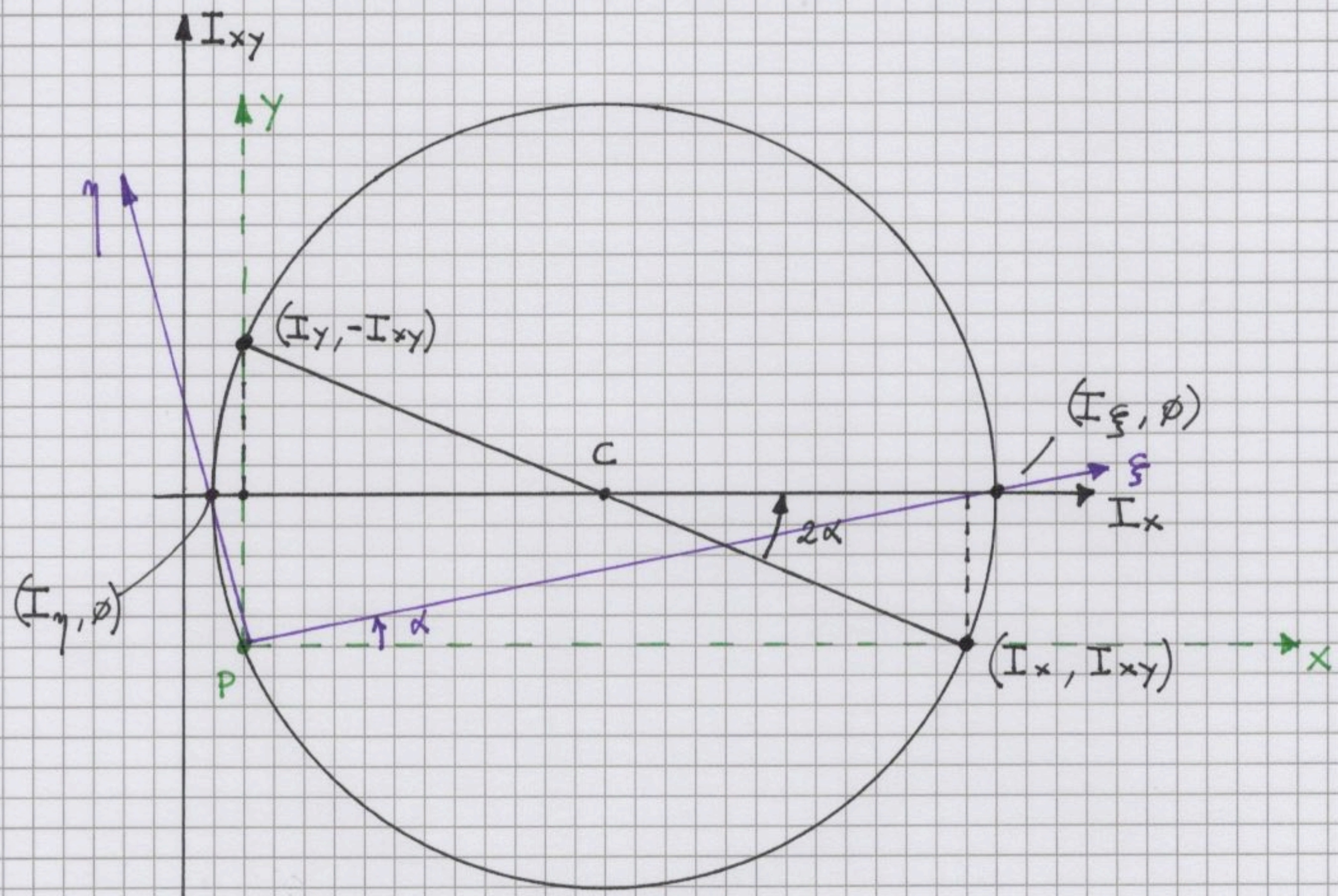
METODO GRAFICO (CERCHIO DI MOHR)

Per costruire il cerchio di Mohr abbiamo bisogno di conoscere il suo centro C e il suo raggio R. Ricordando la loro formulazione si ottiene:

$$C\left(\frac{I_x + I_y}{2}; \emptyset\right) \qquad R = \frac{1}{2}\sqrt{(I_y - I_x)^2 + (2I_{xy})^2}$$

$$C(1'383'333,333; \emptyset) \qquad R = 1'312'173,7630$$

Possiamo ora costruire la circonferenza del Mohr sul piano I_x, I_{xy}.



Dalla geometria della costruzione del Mohr ricaviamo immediatamente i valori dei momenti di inerzia principali:

$$I_\xi = C + R = 2'695'507,1023 \text{ mm}^4$$

$$I_\eta = C - R = 71'159,5644 \text{ mm}^4$$

$2\alpha = 14.5658°$. → positivo, quindi CCW.

METODO GRAFICO (CERCHIO DI MOHR)

Un metodo semplice per visualizzare immediatamente la rotazione degli assi nel piano di Mohr consiste nell'utilizzo del polo P. Se si conducono per il punto di coordinate (I_x, I_{xy}) la parallela all'asse $\hat{x}$ e per il punto $(I_y, -I_{xy})$ la parallela all'asse $\hat{y}$, queste si incontrano in un punto denominato POLO. Ora se dal polo P si tracciano due rette che passano per i punti $(I_\xi, \emptyset)$ e $(I_\eta, \emptyset)$ ~~si ottiene~~ queste rappresentano gli assi ξ ed η, inclinati dell'angolo α rispetto ~~alla parallela~~ all'asse $\hat{x}$. Infatti se un angolo al centro e un angolo alla circonferenza insistono sullo stesso arco, l'angolo alla circonferenza è metà dell'angolo al centro.