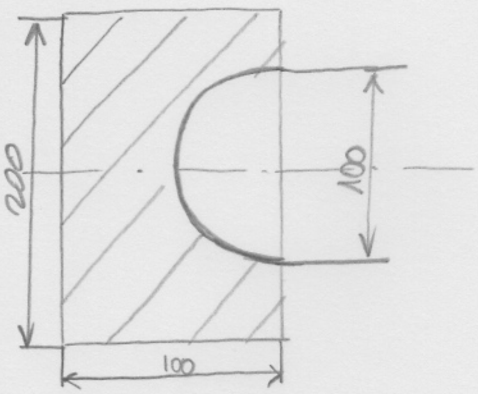
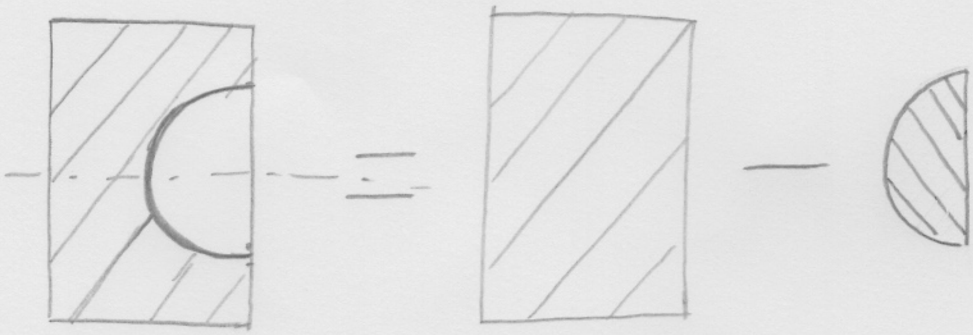
ES. GEOMETRIA DELLE AREE 6/11/17

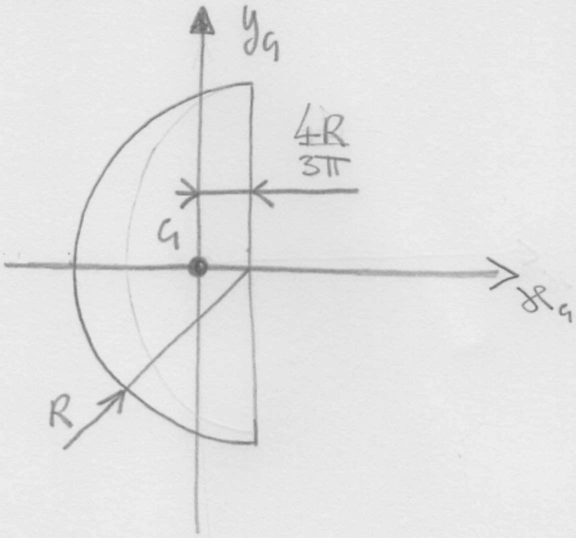


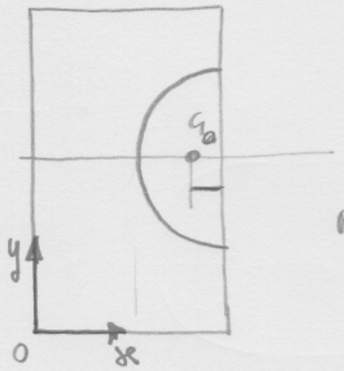
1) CALCOLO BARICENTRO

Effettuo il calcolo dei momenti statici per sottrazione d'area.



CARATTERISTICHE SEMICERCHIO





Posiziono un sistema di riferimento $\{Oxy\}$ come mostrato.

$$\text{RETT.}\begin{cases} S_{x_\square} = A_\square \cdot y_{G_\square} = \underset{A}{(200\cdot 100)} \cdot 100 = 2000000 \text{ mm}^3 \\ S_{y_\square} = A_\square \cdot x_{G_\square} = (200\cdot 100)\cdot 50 = 1000000 \text{ mm}^3 \end{cases}$$

$$\text{SEMI-CERCHIO}\begin{cases} S_{x_\ominus} = A_\ominus \cdot y_{G_\ominus} = \frac{\pi D^2}{8} \cdot 100 = 392699.08170 \text{ mm}^3 \\ S_{y_\ominus} = A_\ominus \cdot x_{G_\ominus} = \frac{\pi D^2}{8} \underbrace{\left(100 - \frac{4R}{3\pi}\right)}_{78.7793 \text{ mm}} = 309365.7484 \text{ mm}^3 \end{cases}$$

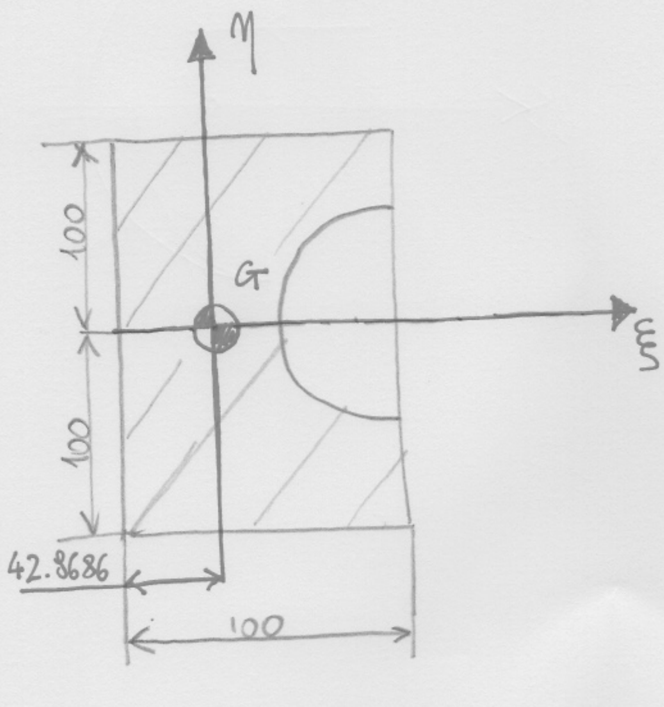
MOM. STATICI TOTALI

$$\bar{S}_x = S_{x_\square} - S_{x_\ominus} = 1607300.9183 \text{ mm}^3$$

$$\bar{S}_y = S_{y_\square} - S_{y_\ominus} = 690634.2516 \text{ mm}^3$$

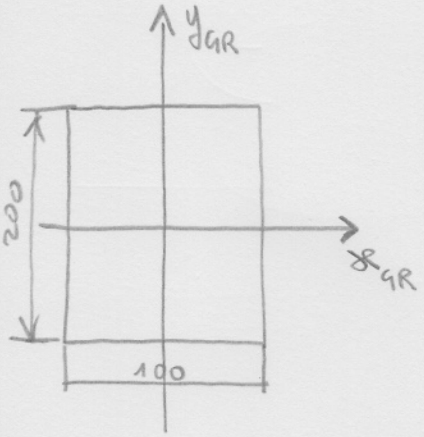
$$G\begin{cases} \bar{x}_G = \frac{\bar{S}_y}{A_{TOT}} = \frac{\bar{S}_y}{A_\square - A_\ominus} = 42.9686 \text{ mm} \\ \bar{y}_G = \frac{\bar{S}_x}{A_{TOT}} = \frac{\bar{S}_x}{A_\square - A_\ominus} = 100 \text{ mm} \end{cases}$$

→ me lo aspetto perché giace nell'asse che contiene i baricentri delle singole figure.



MOMENTI DI INERZIA

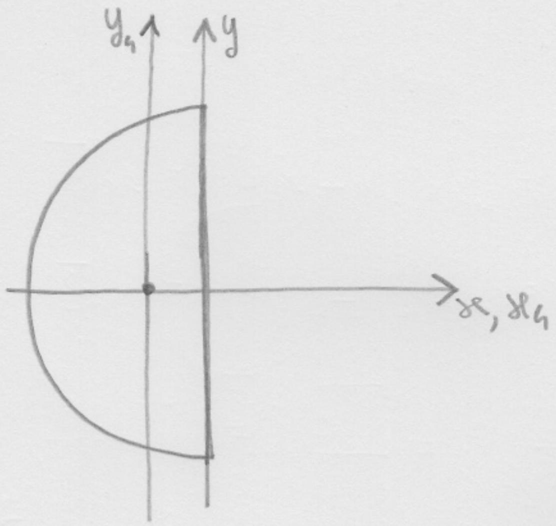
RETTANGOLO



$$J_{x_{GR}} = \frac{100 \cdot 200^3}{12} = 66\,666\,666.6667 \text{ mm}^4$$

$$J_{y_{GR}} = \frac{200 \cdot 100^3}{12} = 16\,666\,666.6667 \text{ mm}^4$$

SEMI-CERCHIO



Il momento di inerzia del cerchio completo rispetto a un diametro è

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}$$

Per metà cerchio il momento di inerzia sarà pari a

$$\boxed{J_x = J_y = \frac{1}{2} \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi D^4}{128}}$$

Per trovare il momento di INERZIA BARICENTRICO uso il Teorema degli assi paralleli o di HUYGENS-STEINER

$$J_x = J_G + A d^2$$

- J_{xG} : momento di inerzia baricentrico
- A : area della sezione
- d : distanza tra il baricentro e l'asse rispetto a cui si desidera calcolare J_x

Applicato al nostro caso abbiamo:

$$J_y = J_{yG_S} + A_{\varnothing}\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2$$

$$J_{yG_S} = J_y - A\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2 = \frac{\pi D^4}{128} - \frac{\pi D^2}{8}\cdot\left(\frac{4R}{3\pi}\right)^2 = 685981.0040 \ mm^4$$

$$J_{xG_S} = J_x - A\cdot\varnothing = J_x = \frac{\pi D^4}{128} = 2454369.2606 \ mm^4$$

il baricentro giace su uno dei diametri del cerchio completo

$J_{xy} = \varnothing$ perché la sezione ha un asse di simmetria.

$$J_\xi = J_{xG_R} - J_{xG_S} = 64212237.4060 \ mm^4$$

→ non ci sono momenti di trasporto perché i baricentri delle singole figure giacciono nell'asse baricentrico ξ

$$J_\eta = J_{yG_R} + A(50 - 42.9686)^2 + -\left(J_{yG_S} + A\left(100 - \frac{4R}{3\pi} - 42.9686\right)^2\right) =$$

$$= 11933488.3660 \ mm^4$$

$J_{\xi\eta} = \varnothing$ → abbiamo un asse di simmetria quindi il momento centrifugo è nullo.