



FISICA TECNICA MODULO A

- 1) Una parete piana è costituita da tre strati in serie rispettivamente di mattoni dello spessore di 0.1m, di calcestruzzo dello spessore di 0.08m e di intonaco dello spessore di 0.01m. La temperatura della faccia esterna della parete in mattoni è di 20°C e la temperatura della faccia esterna della parete dell'intonaco è di 0°C. Si valuti il flusso termico specifico e la temperatura dell'interfaccia parete di mattoni - calcestruzzo. Si considerino le conduttività termiche dei mattoni, del calcestruzzo e dell'intonaco rispettivamente pari a 0.65 0.93 e 0.46 W/mK.
- 2) Un collettore solare ha una superficie di 16m<sup>2</sup> globali. Esso è all'aperto in una notte perfettamente serena. Per quale temperatura dell'aria esterna si corre in pericolo di gelo del fluido termovettore (acqua) del collettore solare sapendo che l'emissività del collettore è  $\epsilon_{\text{collettore}} = 0.8$ .  
Il coefficiente di adduzione dell'aria è di  $h_{\text{adduzione}} = 18 \text{ kcal}/(\text{m}^2 \text{ h}^\circ \text{C})$ ;;  
il coefficiente di emissività del terreno è di  $\epsilon_{\text{terreno}} = 0.9$ ;  
il terreno ha una temperatura di +4°C;  
si supponga che:  
2/3 della superficie del collettore scambi calore per irraggiamento col terreno;  
1/3 della superficie del collettore scambi calore per irraggiamento verso la volta celeste;  
Evidentemente il pericolo di gelo si ha quando all'interno del collettore si stabilisca una temperatura di 0°C;
- 3) Si supponga che in una giornata serena del mese di Luglio l'andamento della radiazione solare sul piano di un collettore solare termico installato a Cagliari sia stata mediamente pari a 800W/m<sup>2</sup> per 5 ore consecutive. Utilizzando il primo principio per fluosistemi, calcolare la superficie di *pannello solare termico* necessaria per riscaldare, in 4 ore, 200 kg di acqua da 10°C a 65° C, contenuti in un termoaccumulatore adiabatico collegato ai pannelli solari mediante una tubazione adiabatica. Calcolare il gasolio risparmiato (P.C.I. 10200kcal/kg)
- 4) In un recipiente a volume costante indeformabile con volume  $V=0.1\text{m}^3$  è racchiusa aria a 20°C e 293 K. L'aria con una trasformazione isovolumica passa da 293K a 500K.  
Si determinino:  
le condizioni finali del sistema;  
il calore scambiato;  
le variazioni di energia interna;  
le variazioni di entalpia;  
le variazioni di entropia;  
il lavoro delle trasformazioni;  
Ripetere il calcoli nel caso in cui la trasformazione anziché essere isovolumica sia adiabatica.
- 5) Una macchina frigorifera di Carnot opera fra le due sorgenti  $t_{1S}=+30^\circ\text{C}$  e  $t_{2S}=-10^\circ\text{C}$ . Determinare l'efficienza frigorifera e l'efficienza della macchina considerata come pompa di calore. Quanto calore viene prelevato dalla sorgente inferiore  $t_{2S}$  per ogni kWh fornito come lavoro alla macchina e quanto calore la macchina frigorifera cede alla sorgente superiore  $t_{1S}$  ?

## Esercizio n°1

In condizioni di regime stazionario e unidimensionale possiamo calcolare la potenza termica di calore fluente attraverso la parete multistrato mediante la seguente equazione, derivante dall'integrazione dell'equazione rappresentativa del postulato di Fourier, lungo gli spessori dei materiali costituenti la parete, e dall'applicazione dell'analogia elettrica alle resistenze termiche dei singoli strati costituenti la parete.

$$\dot{q}_{\text{specifico}} = K_{\text{unitario}}(t_1 - t_2)$$

dove

$$K_{\text{unitario}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{s_i}{\lambda_i}} = \frac{1}{\frac{s_{\text{matt}}}{\lambda_{\text{matt}}} + \frac{s_{\text{cls}}}{\lambda_{\text{cls}}} + \frac{s_{\text{int}}}{\lambda_{\text{int}}}} = \frac{1}{\frac{0.1}{0.65} + \frac{0.08}{0.93} + \frac{0.01}{0.46}} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \right] = 3.823 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \right]$$

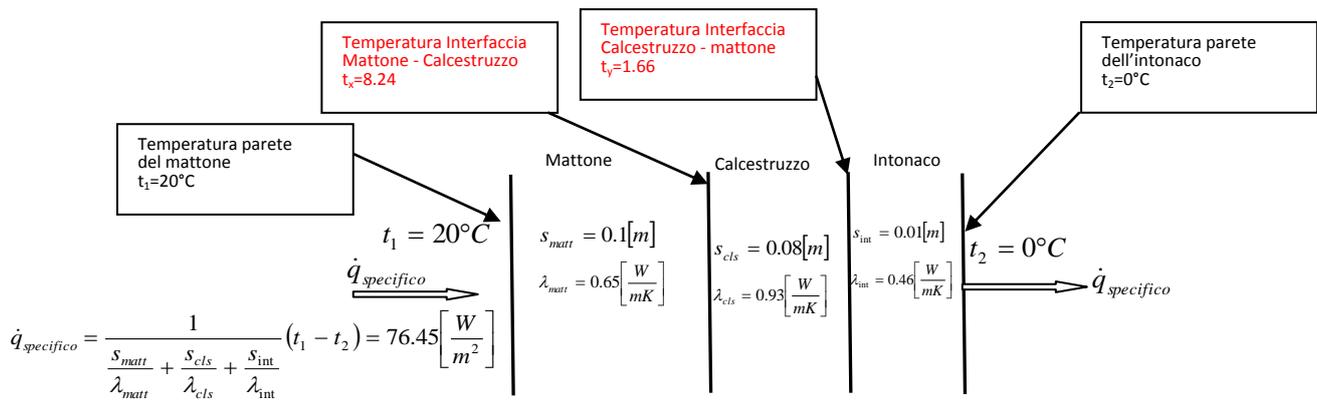
$$\dot{q}_{\text{specifico}} = \frac{1}{\frac{s_{\text{matt}}}{\lambda_{\text{matt}}} + \frac{s_{\text{cls}}}{\lambda_{\text{cls}}} + \frac{s_{\text{int}}}{\lambda_{\text{int}}}} (t_1 - t_2) = 76.45 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

In condizioni di regime stazionario possiamo affermare che il flusso specifico di calore attraverso lo strato dei mattoni dovrà essere uguale al flusso specifico attraverso lo strato di calcestruzzo e così uguale al flusso attraverso l'intonaco. Il flusso di calore attraverso uno strato è pertanto uguale a quello relativo a qualsiasi altro strato.

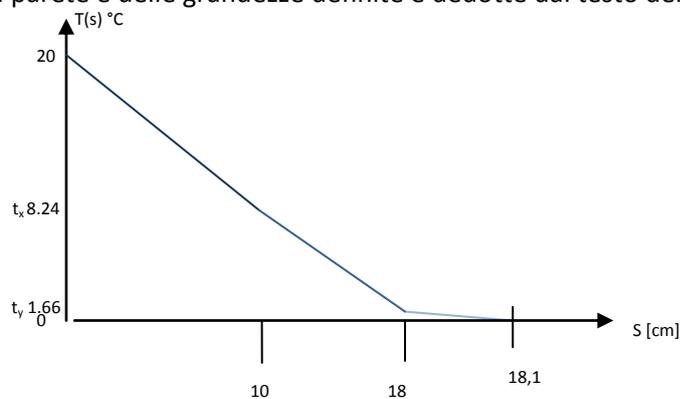
$$\dot{q}_{\text{mattoni}} = \frac{\lambda_{\text{mattoni}}}{s_{\text{mattoni}}} (T_1 - T_x) = \frac{\lambda_{\text{cls}}}{s_{\text{cls}}} (t_x - t_y) = \frac{\lambda_{\text{intonaco}}}{s_{\text{intonaco}}} (t_y - t_2) = \dot{q}_{\text{specifico}} = 76.45 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

La prima equazione ci permette allora di determinare la temperatura  $T_x$  nel punto di contatto tra mattoni e calcestruzzo.

$$T_x = T_1 - \frac{s_{\text{mattoni}}}{\lambda_{\text{mattoni}}} \dot{q}_{\text{specifico}} = 8.24 [^\circ\text{C}]$$



Rappresentazione della stratigrafia della parete e delle grandezze definite e dedotte dal testo dell'esercizio



Andamento della Temperatura lungo la stratigrafia della parete multistrato

### Esercizio n°2

Per semplicità ragioniamo considerando il sistema collettore solare in condizioni di regime stazionario. All'instaurarsi di questa particolare condizione i flussi di potenza termica in ingresso e in uscita dal collettore sono perfettamente bilanciati (uguali) e quindi il flusso netto è nullo<sup>1</sup>. L'obiettivo dell'esercizio è quello di trovare quella particolare temperatura dell'aria in corrispondenza della quale, al permanere delle condizioni al contorno, il collettore solare si porta a 0°C in regime stazionario e quindi tutto il flusso di radiazione termica che il collettore, a 0°C, scambia con il terreno a 4°C e con la volta celeste a  $T_{v.c.}$ <sup>2</sup> è interamente compensata dal calore scambiato per convezione con l'aria.

Il collettore solare è un sistema termodinamico. Il primo principio della termodinamica, applicato al sistema collettore solare, in generale porta scrivere:

$$\Delta U_{\text{collettore}} = \sum Q + \sum L + \sum \Phi$$

<sup>1</sup> In questo particolare caso in cui il sistema è costituito da un collettore solare termico il flusso di potenza meccanica in ingresso o in uscita dal sistema non è presente, in quanto viene considerato un sistema che non è in grado di scambiare lavoro con l'ambiente circostante.

<sup>2</sup> La volta celeste la possiamo considerare come un corpo nero alla temperatura di 230,15K

Il sistema termodinamico *collettore solare termico* può solo scambiare radiazione termica con il terreno e con la volta celeste e anche calore per convezione con l'aria. Il primo principio della termodinamica applicato al sistema collettore solare **nelle condizioni di regime stazionario** si particolarizza seconda la seguente equazione:

$$\Sigma Q + \cancel{\Sigma L} + \Sigma \Phi = 0$$

Il termine “ $\Sigma Q$ ” rappresenta la quantità netta di calore che il collettore scambia per convezione con l'aria, mentre il termine “ $\Sigma \Phi$ ” rappresenta la quantità netta di radiazione termica che viene scambiata con la volta celeste e con il terreno. La prima sommatoria relativa allo scambio di calore è costituita da un solo termine visto che il collettore solare è immerso completamente in aria alla temperatura ancora incognita di  $T_{aria}$ .

$$\Sigma Q = A_{coll} h_{conv} (T_{aria} - T_{coll})$$

La seconda sommatoria è invece costituita da due termini. Infatti il collettore scambia complessivamente radiazione termica con due corpi. Il terreno e la volta celeste, rispettivamente alle temperature  $T_{terr}=277,15K$  e  $T_{v.c.}$ . La volta celeste la possiamo considerare come un corpo nero alla temperatura di 230,15 K.

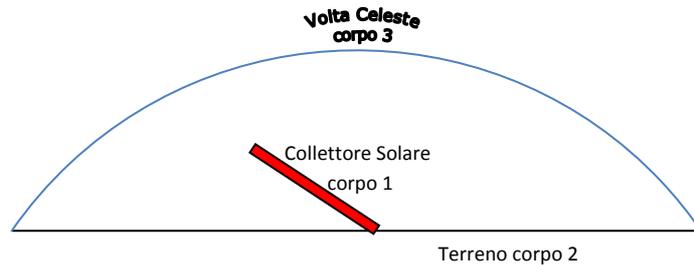
Nomenclatura

Pedici:

terr. sta per “terreno”;

v.c. sta per “volta celeste”

coll. sta per “collettore”



$$\Sigma \Phi = \Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} = \frac{A_{coll} \varepsilon_{coll}}{1 - \varepsilon_{coll}} (E_n(T_{coll}) - J_{coll}) = \frac{(E_n(T_{coll}) - J_{coll})}{R_1} \text{ con } R_1 = \frac{1 - \varepsilon_{coll}}{A_{coll} \varepsilon_{coll}} \text{ eq. (1)}$$

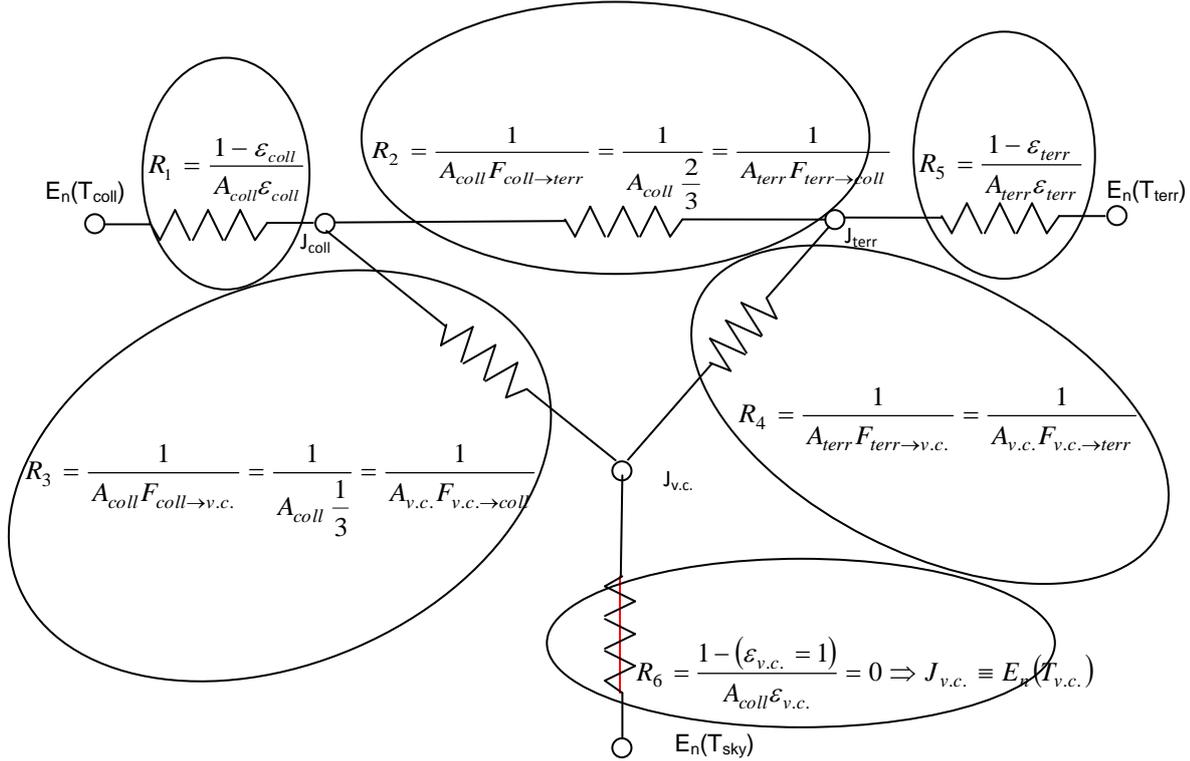
$$\Sigma \Phi = \Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} = A_{coll} (J_{coll} - J_{terr}) F_{coll \rightarrow terr} + A_{coll} (J_{coll} - J_{v.c.}) F_{coll \rightarrow v.c.} = \\ = \frac{(J_{coll} - J_{terr})}{R_2} + \frac{(J_{coll} - J_{v.c.})}{R_3} \text{ con } R_2 = \frac{1}{A_{coll} F_{coll \rightarrow terr}}; R_3 = \frac{1}{A_{coll} F_{coll \rightarrow v.c.}} \text{ eq. (2)}$$

$$\Sigma \Phi = \Phi_{terr \leftrightarrow (coll+v.c.)} = \frac{A_{terr} \varepsilon_{terr}}{1 - \varepsilon_{terr}} (E_n(T_{terr}) - J_{terr}) = \frac{(E_n(T_{terr}) - J_{terr})}{R_5} \text{ con } R_5 = \frac{1 - \varepsilon_{terr}}{A_{terr} \varepsilon_{terr}} \text{ eq. (3)}$$

$$\Sigma \Phi = \Phi_{terr \leftrightarrow (coll+v.c.)} = A_{terr} (J_{terr} - J_{coll}) F_{terr \rightarrow coll} + A_{terr} (J_{terr} - J_{v.c.}) F_{terr \rightarrow v.c.} \text{ eq. (4)} \\ = \frac{(J_{terr} - J_{coll})}{R_2} + \frac{(J_{terr} - J_{v.c.})}{R_4} \text{ con } R_4 = \frac{1}{A_{terr} F_{terr \rightarrow v.c.}}$$

$$\Sigma \Phi = \Phi_{v.c. \leftrightarrow (coll+terr.)} = A_{v.c.} (E_n(T_{v.c.}) - J_{coll}) F_{v.c. \rightarrow coll} + A_{v.c.} (E_n(T_{v.c.}) - J_{terr}) F_{v.c. \rightarrow terr} = \\ = \frac{(E_n(T_{v.c.}) - J_{coll})}{R_3} + \frac{(E_n(T_{v.c.}) - J_{terr})}{R_4} \text{ eq. (5)}$$

$$J_{v.c.} \equiv E_n(T_{v.c.}) \text{ poichè } \varepsilon_{v.c.} = 1$$



Possiamo osservare che abbiamo 5 equazioni 1), 2), 3), 4), 5) e 5 incognite  $\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)}$ ,  $\Phi_{terr \leftrightarrow (coll+v.c.)}$ ,  $\Phi_{v.c. \leftrightarrow (coll+terr)}$ ,  $J_{coll}$ ,  $J_{terr}$ ,  $J_{v.c.}$ .

Risolvendo il sistema lineare (nelle incognite su indicate), per l'espressione di  $\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)}$  si trova che:

$$\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} = \frac{(R_3 + R_2) \cdot E_n(T_{coll})}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} - \frac{(R_3 R_4) \cdot E_n(T_{terr})}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) \cdot (R_4 + R_5)} - \frac{(R_3 R_5) \cdot E_n(T_{v.c.})}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) \cdot (R_4 + R_5)} - \frac{R_2 \cdot E_n(T_{v.c.})}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \text{ eq(6)}$$

Ponendo  $H = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3$  e  $Z = (R_4 + R_5)$  e aggiungendo e togliendo all'Eq. (6) la seguente quantità:

$$\frac{(R_3 R_5) \cdot E_n(T_{coll})}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) \cdot (R_4 + R_5)} = \frac{(R_3 R_5) \cdot E_n(T_{coll})}{H \cdot Z}, \text{ per } \Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} \text{ troviamo:}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} &= \frac{R_2}{H} [E_n(T_{coll}) - E_n(T_{v.c.})] + \frac{R_3}{H \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)} [E_n(T_{coll}) - E_n(T_{v.c.})] + \frac{R_3}{H \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right)} [E_n(T_{coll}) - E_n(T_{terr})] = \\ &= \frac{R_3}{H \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right)} [E_n(T_{coll}) - E_n(T_{terr})] + \left\{ \frac{R_2}{H} + \frac{R_3}{H \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)} \right\} [E_n(T_{coll}) - E_n(T_{v.c.})] = \Phi_{coll \leftrightarrow terr.} + \Phi_{coll \leftrightarrow v.c.}; \text{ eq(7)} \end{aligned}$$

Si osservi ora che  $R_4 = \frac{1}{A_{terr} F_{terr \rightarrow v.c.}}$  mentre  $R_5 = \frac{1 - \varepsilon_{terr}}{A_{terr} \varepsilon_{terr}}$  pertanto se approssimiamo il fattore di vista  $F_{terr \rightarrow v.c.}$  circa ad uno ( $F_{terr \rightarrow v.c.} \approx 1$ ), approssimazione resa plausibile dal fatto che in effetti quasi tutta la radiazione

che si libera dal terreno praticamente raggiunge la volta celeste, allora  $\frac{R_4}{R_5} \approx \frac{1 - \varepsilon_{terr}}{\varepsilon_{terr}}$  e  $\frac{R_5}{R_4} \approx \frac{\varepsilon_{terr}}{1 - \varepsilon_{terr}}$ . Il valore numerico di  $\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)}$  è pari a:

$$\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} = \Phi_{coll \leftrightarrow terr.} + \Phi_{coll \leftrightarrow v.c.} = -145.1W + 801.6W = 656.4W \text{ eq. (7bis)}$$

L'obiettivo dell'esercizio è quello di trovare quella particolare temperatura dell'aria in corrispondenza della quale il collettore solare si porta a 0°C in regime stazionario e quindi tutta la radiazione che il collettore scambia quando si trova a 0°C, con il terreno a 4°C e con la volta celeste a -43°C è interamente compensata dal calore scambiato per convezione con l'aria.

Questo risultato ci dice che il collettore complessivamente cede radiazione termica al cielo in ragione di 654.4W. Nel momento in cui  $T_{coll} < T_{terr}$  allora il primo termine è minore di zero significa che il collettore sta cedendo una quantità negativa di radiazione al terreno quindi significa che il collettore guadagna radiazione dal terreno, mentre ne cede alla volta celeste. La scrittura precedente è impostata dal punto di vista della quantità di radiazione che il collettore cede all'ambiente circostante, quindi se complessivamente dovesse risultare positiva allora significa che il collettore cede effettivamente radiazione all'ambiente circostante, se invece dovesse risultare negativa allora significa che il collettore guadagna radiazione. Riscriviamo il primo principio:

$$\sum Q + \sum \Phi = 0$$

La quantità  $\sum \Phi$  è quella appena determinata  $\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)}$  dell'equazione (7) ed equazione (7bis)

Mentre il termine  $\sum Q$  è così esprimibile

$$\sum Q = A_{coll} h_{conv} (T_{aria} - T_{coll})$$

Il primo principio pertanto porge

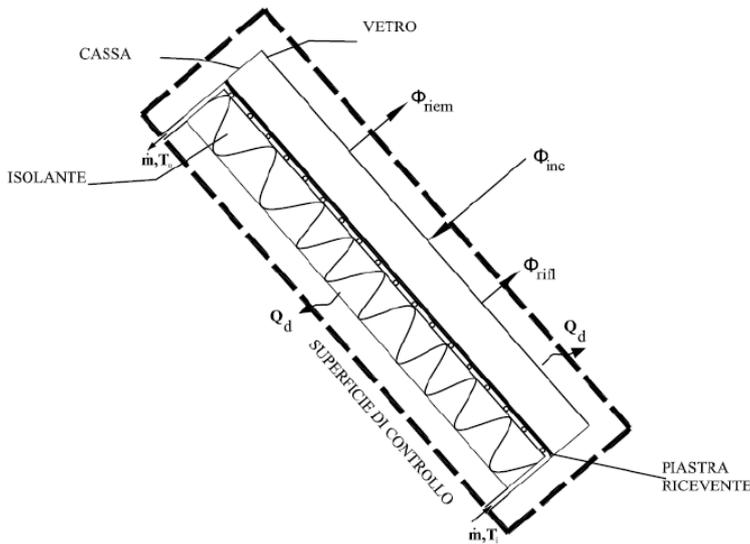
$$A_{coll} h_{conv} (T_{aria} - T_{coll}) - (\Phi_{coll \leftrightarrow (terr+v.c.)} = 654.4W) = 0$$

Eseguendo i calcoli si trova per  $T_{aria}$  il valore di  $275.1K \equiv 1.95^\circ C$ . Questo è il valore limite in corrispondenza del quale il fluido si trova in condizioni limite per il verificarsi del congelamento in regime stazionario. Per temperature dell'aria,  $T_{aria} > (275.1K \equiv 1.95^\circ C)$  allora l'acqua del collettore non arriva a congelare e se comunque si trovava già allo stato di ghiaccio inizia la fase di liquefazione, se invece  $T_{aria} < (275.1K \equiv 1.95^\circ C)$  allora l'acqua del collettore inizia la fase di congelamento.

### Esercizio n°3

Scopo dell'esercizio è determinare l'area della superficie di collettore solare termico che sia in grado di riscaldare in 4 ore 200 kg di acqua da 10°C a 65°C sfruttando la disponibilità di un flusso di radiazione solare pari a 800W/m<sup>2</sup>. L'esercizio viene risolto utilizzando il primo principio della termodinamica per sistemi aperti.

Dalla figura possiamo osservare che possiamo considerare il collettore solare come un sistema aperto in grado di scambiare massa, radiazione e calore.



La scrittura del primo principio per fluosistemi, a partire dalle condizioni più generali porge:

$$\Delta \sum_{i=1}^n \dot{m}_i \left( h_i + \frac{1}{2} w_i^2 + g z_i \right) + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{V_c} \rho (e.i. + \frac{1}{2} w^2 + g z) dV_c = \sum_{j=1}^m \dot{\Phi}_j + \sum_{k=1}^l \dot{Q}_k + \sum_{s=1}^p \dot{L}_{shaft(s)}$$

quando viene applicato al caso del collettore solare in regime stazionario:

$$\dot{m} \cdot \Delta(h)_{21}^1 = \dot{m} \cdot (h_u - h_i) = \dot{m} \cdot c_{pH_2O} (t_u - t_i) = \dot{\Phi}_{sol} + \dot{\Phi}_{inc\ amb\ IR} - \dot{\Phi}_{riflessa} - \dot{\Phi}_{riemessa\ IR} - \dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{cond}$$

$$\dot{m} \cdot c_{pH_2O} (t_u - t_i) = A_{coll} \cdot \dot{\varphi} + \dot{\Phi}_{inc\ amb\ IR} - \dot{\Phi}_{riflessa} - \dot{\Phi}_{riemessa\ IR} - \dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{cond}$$

Il flusso di radiazione solare che complessivamente il collettore riesce a captare è pari a  $\dot{\Phi}_{sol}$ , mentre il flusso specifico di radiazione, cioè il flusso captato per unità di superficie di collettore è dato da  $\dot{\varphi}_{sol} = \dot{\Phi}_{sol} / A_{coll}$ . La portata massica convertita in kg al secondo è pari a  $200 / (3600 \cdot 4) = 0.0139$  [kg/s];

Adesso possiamo considerare un collettore ideale, ovvero un collettore con efficienza unitaria,  $\eta=1$ , quindi in grado di convertire tutta la radiazione solare, captata dalla superficie  $A_{coll}$ , in incremento di entalpia del fluido termovettore. In questo caso l'equazione del collettore diventa:

$$\dot{m} \cdot c_{pH_2O} (t_u - t_i) = A_{coll} \cdot \dot{\varphi}_{sol}$$

Per il collettore ideale la superficie di captazione necessaria è pari a  $3.9970 \text{m}^2$

Qualora invece venisse considerato un collettore reale con un valore di efficienza  $\eta < 1$  ad esempio  $\eta=0.6$ , allora solo il 60% della radiazione solare incidente viene convertita in incremento di entalpia del fluido, mentre il restante 40% della radiazione solare incidente viene dispersa in ambiente, in termini di calore e radiazione dispersa, e va a costituire le perdite del collettore.

L'efficienza del collettore è rappresentata dalla seguente espressione:

$$\eta = \frac{\dot{m} c_p (t_u - t_i)}{A_{coll} \dot{\varphi}_{sol}}$$

$$\dot{m} \cdot c_{pH_2O} (t_u - t_i) = A_{coll} \cdot \dot{\varphi}_{sol} + \dot{\Phi}_{inc\ amb\ IR} - \dot{\Phi}_{riflessa} - \dot{\Phi}_{riemessa\ IR} - \dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{cond}$$

La quantità netta di radiazione solare che non viene convertita in incremento di entalpia è rappresentata dai termini:

$$+ \dot{\Phi}_{inc\ amb\ IR} - \dot{\Phi}_{riflessa} - \dot{\Phi}_{rimessa\ IR} - \dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{cond}$$

Pertanto questa quantità, che possiamo indicare con  $-\dot{Q}_{disp}$  è così esprimibile:

$$\dot{\Phi}_{inc\ amb\ IR} - \dot{\Phi}_{riflessa} - \dot{\Phi}_{rimessa\ IR} - \dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{cond} = -\dot{Q}_{disp} = -(1 - \eta)A_{coll}\dot{\Phi}_{sol}$$

$$\dot{m} \cdot c_{pH_2O}(t_2 - t_1) = A_{coll} \cdot \dot{\Phi}_{sol} - \dot{Q}_{disp} = A_{coll} \cdot \dot{\Phi}_{sol} - (1 - \eta)A_{coll}\dot{\Phi}_{sol}$$

$$\dot{m} \cdot c_{pH_2O}(t_2 - t_1) = \eta A_{coll}\dot{\Phi}_{sol}$$

In questo caso l'area della superficie di captazione dovrà essere uguale a  $6.662m^2$

#### Esercizio n°4

Alle condizioni indicate possiamo considerare l'aria a comportamento di gas ideale. Il gas ideale è un sistema p,v,T, ovvero è un sistema che per essere individuato in uno stato di equilibrio termodinamico necessita di sole tre coordinate termodinamiche.

Lo stato iniziale ( $p_i, v_i, T_i$ ), la quantità di materia e di massa sono completamente definiti ed individuabili dai dati del testo dell'esercizio. Infatti sono stati assegnati il volume, la pressione e la temperatura iniziale, da questi possiamo determinare la quantità di materia (numero delle moli n) e di massa del sistema<sup>3</sup>, il volume specifico iniziale.

#### Quantità di materia (numero di moli "n")

per una mole di gas  $p_i v_{molare\ i} = R_{univ} \theta_i \rightarrow$  per n moli di gas  $p_i n v_{molare\ i} = n R_{univ} \theta_i \rightarrow p_i V_i = n R_{univ} \theta_i$

$$n = \frac{p_i V_i}{R_{univ} \theta_i} = \frac{20 * 101325 \left[ \frac{N}{m^2} \right] \cdot 0.1 [m^3]}{8314 \left[ \frac{J}{kgmoleK} \right] 293 [K]} = 0.00832 [Nm] \left[ \frac{kmol}{J} \right] = 0.00832 [kmol]$$

#### Quantità di massa "m"

$$p_i V_i = m R_{aria} \theta_i \rightarrow m = \frac{p_i V_i}{R_{aria} \theta_i} = \frac{20 * 101325 \frac{N}{m^2} \cdot 0.1 [m^3]}{286.65 \left[ \frac{J}{kgK} \right] [K]} = 2.413 [kg]$$

#### Volume specifico iniziale

$$v_{spec\ i} = \frac{V_i}{m_i} = \frac{0.1 \left[ \frac{m^3}{kg} \right]}{2.413} = 0.0414 \left[ \frac{m^3}{kg} \right]$$

#### Condizioni finali del sistema

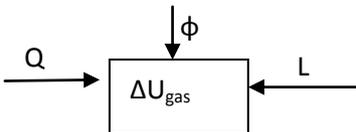
Le condizioni finali del sistema si determinano calcolando la pressione e il volume specifico finale del sistema, visto che il volume totale, massa e numero di moli rimangono invariati e la temperatura finale del sistema è assegnata

<sup>3</sup> è un sistema chiuso dove si esclude la possibilità di reazioni nucleari quindi massa e materia rimangono costanti nel tempo

$$p_f V_f = m R_{aria} \theta_f \rightarrow p_f = \frac{m R_{aria} \theta_f}{V_f \equiv V_i} = \frac{2.413 [\text{kg}] \cdot 286.65 \left[ \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right] 500 [\text{K}]}{0.1 [\text{m}^3]} = 3.458 \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

### Calore scambiato.

Possiamo determinare la quantità di calore scambiata utilizzando il primo principio della termodinamica

$$\Delta U_{gas} = Q + L + \Phi$$


per processi finiti quasi statici, di gas ideale, nell'ipotesi che risultino adiabatici alla radiazione:

$$m c_v (\theta_f - \theta_i) = Q - \cancel{m \int p dv}$$

Se il processo isovolumico è quasi statico allora il lavoro scambiato quasi staticamente è nullo, pertanto:

$$Q = m c_{v-aria} (\theta_f - \theta_i) = 2.413 \cdot 717.6 \cdot (293 - 500) [\text{J}] = 358110 [\text{J}] = 85.55 [\text{kcal}]$$

Si ricordi che per i calori specifici di un gas ideale vale la relazione

$$c_p - c_v = R_{particolar} \rightarrow c_{p-aria} - c_{v-aria} = R_{aria} = 286,65 \left[ \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

Ricordando che il calore specifico a pressione costante dell'aria è pari a 0.24[kcal/kgK], oppure 1004,6[J/kgK], allora

$$c_{v-aria} = c_{p-aria} - R_{aria} = (1004,6 - 286,65) \left[ \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right] = 717,9 \left[ \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

### Variatione di Energia Interna

Ricordando che per un gas ideale la dipendenza dell'energia interna dalle coordinate termodinamiche è limitata alla sola temperatura e che la variazione può essere espressa dalla seguente relazione:

$$\Delta U_{g,i} = m c_v (\theta_f - \theta_i)$$

abbiamo che

$$\Delta U_{aria} = m c_{v-aria} (\theta_f - \theta_i) = 358110 [\text{J}]$$

### Variatione di Entalpia

Ricordando che per un gas ideale la dipendenza dell'entalpia dalle coordinate termodinamiche è limitata alla sola temperatura e che la variazione può essere espressa dalla seguente relazione:

$$\Delta H_{g,i} = m c_p (\theta_f - \theta_i)$$

abbiamo che

$$\Delta H_{aria} = m c_{p-aria} (\theta_f - \theta_i) = 501450 [\text{J}]$$

### Variatione di Entropia

A partire dalla scrittura del primo principio della termodinamica per un sistema costituito da una massa unitaria di gas ideale relativamente a processi quasi statici infinitesimi reversibili:

$$c_v dT = \delta q - p dv = T ds - p dv$$

$$c_v \frac{dT}{T} = ds - \frac{p dv}{T}$$

Quando il processo è isovolumico abbiamo:

$$c_v \int_i^f \frac{1}{T} dT = \int_i^f ds \rightarrow (s_f - s_i) = c_v \lg \frac{T_f}{T_i} = 1004.6 \cdot \lg \frac{500}{293} \left[ \frac{J}{kgK} \right] = 383.19 \left[ \frac{J}{kgK} \right] = 91.54 \left[ \frac{cal}{kgK} \right]$$

La variazione di entropia subita da tutta la massa del sistema è pari

$$(S_f - S_i) = m(s_f - s_i) = 2.413 \cdot 383.19 = 924.57 \left[ \frac{J}{K} \right] = 220.87 \left[ \frac{cal}{K} \right]$$

### Lavoro

Qualora si concepisca il processo come quasi statico, per il postulato di stato<sup>4</sup> del lavoro quasi statico valido per i sistemi pVT, posso affermare che in assenza di variazione di volume il lavoro scambiato è nullo. Infatti se il lavoro è quasi statico allora qualsiasi lavoro  $L$  scambiato con il sistema deve essere così esprimibile:

$$L = -m \int_i^f p dv$$

Quindi se il processo è isocoro il “ $dv$ ” è identicamente nullo lungo il processo:

$$L = 0$$

Se invece il processo non è quasi statico, possiamo pensare di giungere isovolumicamente allo stato finale in modo non quasi statico, scambiando lavoro d’elica, in modo adiabatico al calore e alla radiazione. Allora per il primo principio abbiamo che la variazione di energia interna ci fornisce il valore del lavoro d’elica scambiato con il sistema.

$$\Delta U = \sum Q + \sum L_{Volume} + \sum L_{elica} + \sum \Phi$$

$$\Delta U_{g.i.} \Big|_i^f = \cancel{Q} + \cancel{L_{Volume}} + L_{elica} + \cancel{\Phi} \quad (2)$$

$$m c_v (g_f - g_i) = L_{elica}$$

$$L_{elica} = 358110 [J]$$



### Processo adiabatico.

Lo stato iniziale in termini di  $p_i$ ,  $v_i$  e  $T_i$  è lo stesso del caso precedente. Stavolta però il processo termodinamico anziché essere descritto dall’equazione del processo isocoro

$$V = cost \rightarrow V_i = V_f$$

È descritto dall’equazione di un processo adiabatico:

$$p v^\gamma = cost \rightarrow p_i v_i^\gamma = p_f v_f^\gamma$$

Siamo in possesso di  $p_i$  e  $v_i$  e ci manca  $p_f$  e  $v_f$

<sup>4</sup> In positivo: per un sistema pVT l’unico modo che il sistema ha di scambiare lavoro con l’ambiente circostante in modo quasi statico è quello per variazione di volume. In negativo: il lavoro scambiato senza variazione di volume non può essere quasi statico quando è eseguito su o da un sistema di tipo pVT

Dello stato finale abbiamo assegnata sola la temperatura finale  $T_f=500K$ , quindi dobbiamo chiederci quale è quello **stato finale di gas ideale** che **muovendoci adiabaticamente** dallo stato iniziale assegnato ( $p_i, v_i$ ) ci porta alla temperatura  $T_f=500K$ ?

Per risolvere basta seguire attentamente come è stata formulata la precedente domanda:

siccome è uno **stato finale di gas ideale** allora potrò scrivere per questo stato l'equazione di **stato di un gas ideale**

$$p_f v_f = R_{aria} T_f \rightarrow p_f = \frac{R_{aria} T_f}{v_f}$$

Questo risultato ci permette di esprimere la  $p_f$  in funzione di  $T_f$  e  $v_f$ . Siccome raggiungiamo lo stato finale **muovendoci adiabaticamente** allora stato finale e iniziale devono obbedire all'equazione dell'adiabatica,

$$p_i v_i^\gamma = p_f v_f^\gamma = R_{aria} T_f v_f^{\gamma-1} \rightarrow v_f = \left( \frac{p_i v_i^\gamma}{R_{aria} T_f} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0.0109 \left[ \frac{m^3}{kg} \right]$$

Ritorniamo alla precedente equazione per calcolarci  $p_f$ :

$$p_f = \frac{R_{aria} T_f}{v_f} = 1.314 \cdot 10^7 [Pa]$$

**V<sub>f</sub>**

$$V_f = m v_f = 0.0263 [m^3]$$

### Calore scambiato Q

Essendo un processo adiabatico il calore scambiato risulta essere nullo.

$$Q = 0$$

### Variazione di energia interna e di entalpia

Le variazioni di energia interna e di entalpia sono numericamente uguali a quelle che si stabilivano nel processo isovolumico, questo a causa del fatto che l'energia interna e l'entalpia di un gas ideale dipendono solo dal valore della temperatura. Temperatura iniziale e finale dei due processi coincidono

$$\Delta U_{aria} = m c_{v-aria} (\mathcal{G}_f - \mathcal{G}_i) = 358110 [J]$$

$$\Delta H_{aria} = m c_{p-aria} (\mathcal{G}_f - \mathcal{G}_i) = 501450 [J]$$

### Variazione di Entropia

Nell'ipotesi di processo adiabatico reversibile la variazione di entropia è nulla in quanto per processi reversibili è lecito scrivere

$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$$

Essendo nel processo adiabatico  $Q=0$ , allora anche  $dS$  è nullo.

Qualora invece il processo pur essendo adiabatico non sia reversibile allora non avremmo potuto calcolare la corrispondente variazione di entropia con i soli dati assegnati, in quanto non siamo in grado di conoscere lo stato finale del sistema. Infatti lo stato finale appena calcolato è il frutto di un processo adiabatico ed anche reversibile l'aggiunta di questo aggettivo (reversibile) identifica il processo adiabatico con l'equazione  $p v^\gamma = \text{cost}$  e questo ci ha permesso di individuare lo stato finale. La non reversibilità del processo adiabatico, non ci avrebbe mai potuto portare nel medesimo stato del processo adiabatico reversibile.

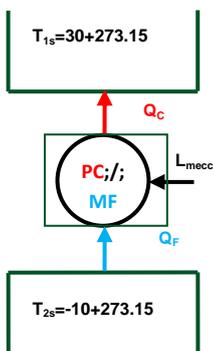
### Lavoro

Il lavoro del processo adiabatico coincide con la variazione di energia interna

$$\Delta U = \cancel{\sum Q} + \sum L$$

$$m c_v (g_f - g_i) = L = 358110 [J]$$

### Esercizio n°5



Il sistema pompa di calore, macchina frigorifera, viene caratterizzato da due indici a seconda di quale sia la funzione utile che si vuole considerare.

La funzione di macchina frigorifera desta interesse la quantità di calore che si riesce a rimuovere dal serbatoio a temperatura inferiore a parità di lavoro meccanico somministrato al sistema.

$$\omega_{frig} = \frac{\dot{Q}_F}{L_{mecc}} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C - \dot{Q}_F} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_F \left( \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_F} - 1 \right)} = \frac{1}{\left( \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_F} - 1 \right)}$$

trattandosi di una macchina frigorifera di Carnot

$$\omega_{frig} = \frac{1}{\left( \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_F} - 1 \right)} = \frac{1}{\left( \frac{T_C}{T_F} - 1 \right)} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{263.15}{303.15 - 263.15} = \frac{303.15}{40} = 6.5787$$

Mentre nella funzione di sistema pompa di calore l'interesse è rivolto alla quantità di calore che si riesce a immettere nel serbatoio a temperatura superiore a parità di lavoro meccanico somministrato al sistema.

$$\varepsilon_{pdc} = \frac{1}{\left(\frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} - 1\right)} = \frac{1}{\left(\frac{T_F}{T_C} - 1\right)} = \frac{T_C}{T_c - T_F} = \frac{303.15}{303.15 - 263.15} = \frac{303.15}{40} = 7.5787 = \omega_{frig} + 1$$

$$\dot{Q}_F = \omega_{frig} \cdot L_{mecc} = (6.5787 \cdot 1)[kwh] = (6.5787 \cdot 1) \cdot \frac{3.6 \cdot 10^3}{4.186} [kcal] = 5657.7 [kcal]$$

$$\dot{Q}_C = \varepsilon_{pdc} \cdot L_{mecc} = (7.5787 \cdot 1)[kwh] = (7.5787 \cdot 1) \cdot \frac{3.6 \cdot 10^3}{4.186} [kcal] = 6517.8 [kcal]$$