SUPERFICI DI ROTAZIONE

(1) Si consideri la retta r: $x = 2z,\ y = 1$. Determinare l'equazione cartesiana della superficie ottenuta dalla rotazione:
 a) dell'asse z attorno alla retta r;
 b) della retta r attorno all'asse z.

(2) Siano $a, m \in \mathbb{R}$. Determinare la superficie ottenuta dalla rotazione attorno all'asse z della retta $r(t) = (a, m\,t, t)$, $t \in \mathbb{R}$, nei seguenti casi: i) $a = 0$, $m \neq 0$; ii) $m = 0$, $a \neq 0$; iii) a e m entrambi diversi da zero.

(3) Siano $r_1(t) + (9 + 5t, 6 + 3t, 3 + 2t)$, $t \in \mathbb{R}$, $r_2(u) = (2 + u, 1 - u, 1 + 2u)$, $u \in \mathbb{R}$, e sia Σ la superficie di rotazione della retta r_1 attorno alla retta r_2. Determinare i piani che tagliano Σ lungo un parallelo di raggio $2\sqrt{2}$.

(4) Le superfici parametrizzate

$$\Sigma_1 : \begin{cases} x = 1 + u^2, \\ y = u\, \sin v, \\ z = u\, \cos v, \end{cases} \qquad \Sigma_2 : \begin{cases} x = u, \\ y = (1 + u^2)\, \sin v, \\ z = (1 + u^2)\, \cos v, \end{cases}$$

sono di rotazione attorno all'asse x di due curve $\alpha_1(u)$ e $\alpha_2(u)$ contenute nel piano xz.
 a) Individuare $\alpha_1(u)$ e $\alpha_2(u)$ e disegnare Σ_1 e Σ_2.
 b) Determinare le equazioni cartesiane di Σ_1 e Σ_2. Quale di queste è una quadrica?

(5) Provare che la superficie

$$\Sigma :\ 2z^4 - x^2 - y^2 - 2z^2 + 2y = 0$$

è di rotazione attorno alla retta $r : \begin{cases} x = 0, \\ y = 1. \end{cases}$

(6) Determinare le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana della superficie di rivoluzione
 a) ottenuta ruotando attorno all'asse x la curva $\gamma_1 : \begin{cases} x = e^z, \\ y = 0; \end{cases}$
 b) ottenuta ruotando attorno all'asse z la curva $\gamma_2 : \begin{cases} 3x^2 + 3z = 1, \\ y = 0; \end{cases}$
 c) ottenuta ruotando attorno all'asse y la curva

$$\gamma_3 : \begin{cases} (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1, \\ x = 0. \end{cases}$$

(7) Sia $\alpha \in (0, \pi/2)$ e Σ la superficie parametrizzata

$$X(u, v) = (u \sin\alpha\, \cos v, u \sin\alpha\, \sin v, u\cos\alpha), \qquad (u, v) \in \mathbb{R}^2.$$

Determinare l'equazione cartesiana di Σ, mostrando che si tratta di una superficie di rotazione, determinandone l'asse di rotazione e una parametrizzazione della curva profilo.