

**Prova Scritta di Fondamenti di Matematica**  
**Scienze delle Formazione Primaria**  
**Università di Cagliari (13.06.2014)**

1. Applicando le proprietà delle potenze, semplificare la seguente espressione:

$$\frac{b^2 \sqrt[3]{a^2}}{a^2 \sqrt{b^3}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

(1,5 punti)

2. Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{ab}{b} + \frac{b}{2b} - \frac{2ab - 2b^2 + a - b}{2(a - b)}$$

(2 punti)

3. Esplicitare la  $x$  dalla seguente espressione:

$$\frac{2a}{3\sqrt{x}} = \frac{3b}{\sqrt{a}}$$

(2 punti)

4. Risolvere la seguente equazione razionale:

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 2} = 0$$

(2,5 punti)

5. Risolvere la seguente disequazione razionale:

$$\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 - 2x + 1} \leq 0$$

(3 punti)

6. Risolvere la seguente disequazione irrazionale :

$$\sqrt{1 - x^2} > x + 1$$

(3,5 punti)

7. Alfonso e Basilio acquistano un numero totale di 40 capi di abbigliamento, ma Alfonso ne acquista il triplo di Basilio. Alfonso spende 10 euro a capo, mentre Basilio 30 euro. In totale chi spende di piú?

(3 punti)

8. Del triangolo isoscele ABC, di base AC, si conoscono  $AC=6$  cm e il perimetro, che misura 16 cm. Calcolare la misura della diagonale del quadrato che ha come lato l'altezza BH del triangolo.

(3,5 punti)

9. Esprimere per comprensione il seguente insieme:  $A = \{9, 16, 25, 36, 49, 64\}$

(1,5 punti)

10. Considerando l'insieme ambiente  $S = \{x \in \mathbb{N}^+ | x < 9\}$  e gli insiemi  $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ ,  $B = \{3, 4, 7\}$ , si calcoli  $-(-A \cup B)$ .

(1,5 punti)

11. Dati gli insiemi  $A = \{\emptyset\}$  e  $B = \{1, 2\}$ , calcolare  $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$

(3 punti)

12. Studiare in maniera analitica (ovvero tramite tavola di verità) la validità del seguente argomento e trovarne, eventualmente, un controesempio: "Se Alfonso andasse alle Vele incontrerebbe Belen, ma se incontrasse Belen allora chiamerebbe Basilio; però Alfonso non andrà alle Vele. Dunque non chiamerà Basilio."

(4 punti)

13. Studiare approssimativamente l'andamento della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1 - x}{x^2 - x - 2}$$

(4 punti)

14. Vero o falso? (1 punto per ciascuna risposta esatta, -1 per ciascun errore)

- L'insieme  $\mathbb{Z}$  é chiuso rispetto alle operazioni di somma e sottrazione, ma non rispetto a moltiplicazione e divisione.
- $x^y = 1 \implies x = 1 \vee y = 0$
- $0 < a < 1 \implies a < a^2$
- Un enunciato soddisfacibile ma non falsificabile é sempre una tautologia.