

### Compito di Geometria 3 - 4 luglio 2017

**Esercizio 1** Si trovi un omeomorfismo esplicito tra i due seguenti sottospazi di  $\mathbb{R}^2$ :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}, B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 9y^2 = 1\}.$$

**Esercizio 2** Si dimostri il lemma di incollamento di funzioni continue per una famiglia finita di chiusi di uno spazio topologico. Si mostri un esempio di spazio topologico munito di una famiglia infinita di chiusi per cui vale la condizione di compatibilità ma l'incollamento delle funzioni continue non è continua.

### Esercizio 3

Si consideri l'applicazione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita come segue:

$$f(t) = (t, 0),$$

dove  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}^2$  sono muniti della topologia euclidea. Si dimostri che:

- $f$  è una applicazione chiusa ma non aperta;
- $f$  è iniettiva;
- $f$  è continua.

Utilizzando quanto dimostrato si concluda che  $f$  è un embedding topologico.