

Compito di Geometria 3 - 29 settembre 2017

Esercizio 1 Si dimostri che la retta proiettiva reale è omeomorfa alla circonferenza.

Esercizio 2 Siano X e Y due spazi topologici. Si dimostri che $X \times Y$ (munito della topologia prodotto) è di Hausdorff se e solo se ognuno dei fattori è di Hausdorff.

Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^3 :

$$A_n = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{n} \right)^2 = \frac{1}{n^2} \right\}, n \in \mathbb{N}^* \}.$$

Si dimostri che $\bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} A_n$ è connesso per archi. Si dimostri che $A_1 \cup A_2$ non è omeomorfo a A_1 .