

### Compito di Geometria 3 - 24 febbraio 2017

**Esercizio 1** Si dimostri che gli intervalli di  $\mathbb{R}$  sono connessi.

**Esercizio 2** Si dimostri che la topologia euclidea su  $\mathbb{R}^2$  coincide con la topologia prodotto.

### Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$ :

$$A_n = \{(x, nx) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\}, n \in \mathbb{Z}.$$

Si dimostri che  $A_n$  è omeomorfo a  $\mathbb{R}$  per ogni  $n \in \mathbb{Z}$ . Si dimostri che  $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} A_n$  è connesso per archi. Si dimostri che  $A_0 \cup A_1$  non è omeomorfo a  $A_0$ .