

Compito di Geometria 3- 15 giugno 2017

Esercizio 1 Si dimostri che il piano proiettivo reale è una varietà topologica di dimensione 2, connessa e compatta.

Esercizio 2

Si dimostri che la frontiera del disco di \mathbb{R}^2 (con la metrica euclidea) di centro l'origine e raggio 1 è la circonferenza di centro l'origine e raggio 1.

Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}.$$

Si dimostri che A è omeomorfo a $(-\infty, 0) \cup (0 + \infty)$ e che B è omeomorfo a \mathbb{R} . Si dimostri che $A \cup B$ è connesso per archi.