

### Compito di Geometria 3- 15 giugno 2017

**Esercizio 1** Si dimostri che il piano proiettivo reale è una varietà topologica di dimensione 2, connessa e compatta.

#### **Esercizio 2**

Si dimostri che la frontiera del disco di  $\mathbb{R}^2$  (con la metrica euclidea) di centro l'origine e raggio 1 è la circonferenza di centro l'origine e raggio 1.

#### **Esercizio 3**

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$ :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}.$$

Si dimostri che  $A$  è omeomorfo a  $(-\infty, 0) \cup (0 + \infty)$  e che  $B$  è omeomorfo a  $\mathbb{R}$ . Si dimostri che  $A \cup B$  è connesso per archi.