

### Compito di Geometria 3- 25 febbraio 2016

**Esercizio 1** Dopo aver dato la definizione di insieme convesso di  $\mathbb{R}^n$ , si dimostri che l'insieme

$$D^n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq 1\}$$

è convesso.

### Esercizio 2

Si dimostri che il gruppo ortogonale  $O(4)$ , munito della topologia di sottospazio di  $\mathcal{M}(4, \mathbb{R})$  è compatto e non connesso.

### Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$ :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}.$$

Dopo aver dimostrato che entrambi (muniti della topologia indotta da quella euclidea di  $\mathbb{R}^2$ ) sono varietà topologiche di dimensione 1, si dimostri non sono omeomorfi.