

Compito di Geometria 3- 16 settembre 2016

Esercizio 1 Si dimostri che $D^n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| < 1\}$ munito della topologia di sottospazio è omeomorfo a \mathbb{R}^n .

Esercizio 2

Si dimostri che il prodotto di due spazi topologici è connesso per archi se e solo se lo sono i due fattori.

Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0, -1 \leq x, y \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}.$$

Si dimostri che A , munito della topologia indotta, è connesso per archi, compatto e di Hausdorff. Si dica se le stesse proprietà valgono per B e si dimostri che A e B non sono omeomorfi.