

### Compito di Geometria 3- 4 luglio 2016

**Esercizio 1** Si trovino due spazi topologici entrambi compatti ma non entrambi connessi e due spazi topologici entrambi connessi ma non entrambi compatti.

### Esercizio 2

Si dimostri che uno spazio topologico connesso per archi è connesso. Si trovi un esempio di varietà topologica di dimensione 4 che non è connessa per archi.

### Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$ :

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 = 1\} , B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y^2 = 1\}.$$

Dopo averli disegnati, si dimostri che  $A$  e  $B$  sono omeomorfi e che sono varietà topologiche di dimensione 1 non connesse. Si dimostri che  $A \cup B$  è connesso per archi.