

Compito di Geometria 3 - 11 novembre 2015

Esercizio 1

Si dimostri che $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$ è omeomorfo a $\mathbb{S}^2 \times (0, 1)$.

Esercizio 2

Si dimostri che la sfera di dimensione 2, munita della topologia indotta da quella euclidea su \mathbb{R}^3 , è una varietà topologica di dimensione 2, compatta e connessa.

Esercizio 3 Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^3 :

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\},$$

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 0\}.$$

Si dimostri che $A \cup B$, munito della topologia indotta da quella euclidea di \mathbb{R}^3 , è connesso per archi, ma non compatto. L'insieme $A \cup B$ è un chiuso di \mathbb{R}^3 ?