

Compito di Geometria 3- 21 gennaio 2015

Esercizio 1

Si dimostri che un sottoinsieme di \mathbb{R}^3 (munito della topologia euclidea) è compatto se e solo se è chiuso e limitato (rispetto alla metrica euclidea).

Esercizio 2

Si dia la definizione di componente connessa e si dimostri che una componente connessa è chiusa.

Esercizio 3

Si consideri il seguente sottoinsieme di $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid 2 \leq \|z\| \leq 3\}.$$

Dopo aver fatto un disegno di A e aver detto di che oggetto geometrico si tratta, si dimostri che esso è connesso per archi e compatto. Si dimostri che A è omeomorfo a $I \times \mathbb{S}^1$.