

Compito di Geometria 3- 9 settembre 2015

Esercizio 1

Si dimostri che l'intervallo $[-1, 1]$ è omeomorfo all'intervallo $[-3, 2]$.

Esercizio 2

In \mathbb{R}^2 , munito della topologia euclidea, si considerino i due sottoinsiemi:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 0 \text{ e } -1 \leq y \leq 1\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 0 \text{ e } -1 \leq x \leq 1\}.$$

Si dimostri che $A \cup B$, munito della topologia di sottospazio, è connesso, compatto e connesso per archi.

L'applicazione $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = (t, t - 1)$$

è un arco tra $(0, -1)$ e $(1, 0)$ in $A \cup B$?

Esercizio 3

Sia (X, d) uno spazio metrico e A_1, \dots, A_k dei sottoinsiemi limitati di X . Si dimostri che $\bigcup_{i=1}^k A_i$ è limitato.