

## Compito di Geometria 3- 13 luglio 2015

### Esercizio 1

Si dimostri che un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^3$  (munito della topologia euclidea) è compatto se e solo se è chiuso e limitato (rispetto alla metrica euclidea).

### Esercizio 2

Dopo aver dato la definizione di sottoinsieme convesso di  $\mathbb{R}^n$ , si dimostri che un sottoinsieme convesso è connesso per archi. Si dia inoltre un esempio di sottoinsieme di  $\mathbb{R}^2$  che sia connesso per archi ma non convesso.

### Esercizio 3

Si consideri il seguente sottoinsieme di  $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ :

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq \|z\| \leq 4\}.$$

Dopo aver fatto un disegno di  $A$  e aver detto di che oggetto geometrico si tratta, si dimostri che esso è connesso per archi e compatto.