

Compito di Geometria 3- 13 luglio 2015

Esercizio 1

Si dimostri che un sottoinsieme di \mathbb{R}^3 (munito della topologia euclidea) è compatto se e solo se è chiuso e limitato (rispetto alla metrica euclidea).

Esercizio 2

Dopo aver dato la definizione di sottoinsieme convesso di \mathbb{R}^n , si dimostri che un sottoinsieme convesso è connesso per archi. Si dia inoltre un esempio di sottoinsieme di \mathbb{R}^2 che sia connesso per archi ma non convesso.

Esercizio 3

Si consideri il seguente sottoinsieme di $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq \|z\| \leq 4\}.$$

Dopo aver fatto un disegno di A e aver detto di che oggetto geometrico si tratta, si dimostri che esso è connesso per archi e compatto.