

Compito di Geometria 3- 5 febbraio 2015

Esercizio 1

Si dimostri che un sottoinsieme di \mathbb{R} (munito della topologia euclidea) con almeno due punti è connesso se e solo se è un intervallo.

Esercizio 2

Siano X, Y due spazi topologici e \mathcal{B} una base di X . Si dimostri che una applicazione $f : X \rightarrow Y$ è aperta se e solo se per ogni $U \in \mathcal{B}$ si ha che $f(U)$ è un aperto di Y .

Esercizio 3

Si consideri il seguente sottoinsieme di $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq \|z\| \leq 4\}.$$

Dopo aver fatto un disegno di A e aver detto di che oggetto geometrico si tratta, si dimostri che esso è omeomorfo al cilindro $I \times \mathbb{S}^1$, dove I è l'intervallo $[0, 1]$ munito della topologia usuale.