

## Prova Scritta Fondamenti di matematica

1. Applicando la proprietà delle potenze, semplificare la seguente espressione:

$$\frac{b^2 \sqrt[3]{a^2}}{a^2 \sqrt{b^3}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}} = a^{-\frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{b}{a^5}}$$

(1,5 punti)

2.

$$\begin{aligned} \frac{ab}{b} + \frac{b}{2b} - \frac{-2ab - 2b^2 + a - b}{2(a-b)} &= a + \frac{1}{2} - \frac{2ab - 2b^2 + a - b}{2(a-b)} = \\ &= \frac{2a^2 - 2ab + a - b - 2ab + 2b^2 - a + b}{2(a-b)} = \frac{2a^2 + 2b^2 - 4ab}{2(a-b)} = \\ &= \frac{2(a^2 + b^2 - 2ab)}{2(a-b)} = a - b \end{aligned}$$

(2 punti)

3.  $\sqrt{x} = \frac{2a\sqrt{a}}{9b}$ ,  $x = \frac{4a^3}{81b^2}$

4.  $\frac{x^2-1}{x^2-x-2} = 0$

Condizione di esistenza:  $x \neq -1, x \neq 2$ . Soluzione:  $x = 1$

5.  $\frac{-x^2+x+2}{x^2-2x+1} = \frac{-x^2+x+2}{(x-1)^2} < 0$

$S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -1 \cup x \geq 2\}$

6.  $\sqrt{1-x^2} > x+1$   $S = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 0\}$ . Il primo sistema non ha soluzione, mentre il secondo sì.

7.  $A+B=40$ ,  $A=3B$ , dunque  $B=10$ ,  $A=30$ . Entrambi spendono la stessa cifra, ovvero 300 euro.

8.  $HC=3$ ,  $BC=5$ , dunque per teorema di Pitagora  $BH=4$  cm, da cui la diagonale del quadrato risulta  $d=4\sqrt{2}$  cm.

9.  $A = \{x \in \mathbb{N} | 9 \leq x^2 \leq 64\}$

10.  $-(-A \cup B) = A \cap -B = \{1, 2, 6, 8\}$

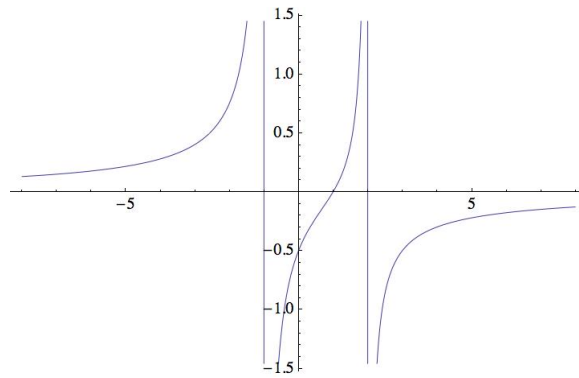


Figura 1: Grafico della funzione (quesito 13)

11.  $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ,  $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ , dunque

$$\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) = \{(\emptyset, \emptyset), (\emptyset, \{1\}), (\emptyset, \{2\}), (\emptyset, \{1, 2\}), (\{\emptyset\}, \emptyset), (\{\emptyset\}, \{1\}), (\{\emptyset\}, \{2\}), (\{\emptyset\}, \{1, 2\})\}$$

12. Ragionamento non valido. I controesempi si hanno per A falso, B e C veri, oppure, A e B falsi e C vero. ( $A = \text{Alfonso va alla Vele}$ ,  $B = \text{Alfonso incontra Belen}$ ,  $C = \text{Alfonso chiama Basilio}$ ).

13.  $f(x) = \frac{1-x}{x^2-x-2}$  .

14. a) vero  
 b) vero  
 c) vero  
 d) vero