

Esercizi sulle coniche

- (1) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy , si determinino le coniche tangenti alla retta r di equazione $x - y = 0$ in $R(1,1)$, tangenti alla retta s di equazione $x + y + 1 = 0$ e passanti per $A(2,1)$ e $B(-1,2)$.
- (2) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si determini e si studi l'iperbole equilatera tangente alla conica $x^2 + xy + y^2 - x + y - 1 = 0$ nei punti in cui questa incontra la retta $x - y = 0$.
- (3) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, siano γ la parabola di equazione $y - x^2 = 0$, r la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ ed s la generica retta per O . Denotata con A l'intersezione, distinta da O , di s e γ e con B l'intersezione di r e s , si determini l'equazione cartesiana del luogo Λ descritto, al variare di s nel fascio di centro O , dal punto medio M del segmento AB . Quale l'ordine di Λ ?
- (4) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si studi la conica γ tangente agli assi coordinati nei punti in cui vengono intersecati dalla retta r di equazione $2x - y - 1 = 0$ e passanti per $P(-1,1)$.
- (5) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, siano r e s le rette di equazione $2x - y + 1 = 0$ e $x + y - 2 = 0$ rispettivamente. Si trovino gli assi dell'iperbole avente centro in O , asintoti paralleli ad r ed s e passante per $P(0,1)$.
- (6) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, siano γ la circonferenza con centro l'origine e raggio unitario, δ l'iperbole equilatera avente per asintoti gli assi coordinati e passante per $A(1/4,1)$ ed \mathcal{F} il fascio di coniche individuato da γ e δ . Si determinino per quale valore del parametro utilizzato si abbiano nel fascio coniche degeneri e per quali valori ellissi, iperboli o parabole.
- (7) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si consideri il fascio di coniche passanti per i punti $O(0,0)$, $A(1,1)$, $B(-1/2,5/2)$ e $C(-3/2,3/2)$. Si determini, se esiste, la circonferenza del fascio. Si scrivano inoltre le equazioni delle coniche tangenti alla retta di equazione $4y - 5 = 0$ e si cerchino le coordinate dei loro punti di contatto.

- (8) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si scriva l'equazione dell'iperbole equilatera avente come asintoto la retta $x + y = 0$ e tangente all'asse delle y nel punto $P(0, 1)$.
Si determinino il centro, gli asintoti, gli assi ed i vertici dell'iperbole trovata.
- (9) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si scriva l'equazione dell'iperbole tale che la retta $x = y$ sia un asintoto, il punto $P(0, 3)$ sia un vertice e la tangente in esso abbia equazione $x - 2y + 6 = 0$.
Della conica trovata si determinino gli assi e la misura del semiasse trasverso.