

# Esercizi sulle coniche

- (1) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , si determinino le coniche tangenti alla retta  $r$  di equazione  $x - y = 0$  in  $R(1,1)$ , tangenti alla retta  $s$  di equazione  $x + y + 1 = 0$  e passanti per  $A(2,1)$  e  $B(-1,2)$ .
- (2) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si determini e si studi l'iperbole equilatera tangente alla conica  $x^2 + xy + y^2 - x + y - 1 = 0$  nei punti in cui questa incontra la retta  $x - y = 0$
- (3) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, siano  $\gamma$  la parabola di equazione  $y - x^2 = 0$ ,  $r$  la retta di equazione  $x - y - 1 = 0$  ed  $s$  la generica retta per  $O$ . Denotata con  $A$  l'intersezione, distinta da  $O$ , di  $s$  e  $\gamma$  e con  $B$  l'intersezione di  $r$  e  $s$ , si determini l'equazione cartesiana del luogo  $\Lambda$  descritto, al variare di  $s$  nel fascio di centro  $O$ , dal punto medio  $M$  del segmento  $AB$ . Quale l'ordine di  $\Lambda$ ?
- (4) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si studi la conica  $\gamma$  tangente agli assi coordinati nei punti in cui vengono intersecati dalla retta  $r$  di equazione  $2x - y - 1 = 0$  e passanti per  $P(-1,1)$ .
- (5) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, siano  $r$  e  $s$  le rette di equazione  $2x - y + 1 = 0$  e  $x + y - 2 = 0$  rispettivamente. Si trovino gli assi dell'iperbole avente centro in  $O$ , asintoti paralleli ad  $r$  ed  $s$  e passante per  $P(0,1)$ .
- (6) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, siano  $\gamma$  la circonferenza con centro l'origine e raggio unitario,  $\delta$  l'iperbole equilatera avente per asintoti gli assi coordinati e passante per  $A(1/4,1)$  ed  $\mathcal{F}$  il fascio di coniche individuato da  $\gamma$  e  $\delta$ . Si determinino per quale valore del parametro utilizzato si abbiano nel fascio coniche degeneri e per quali valori ellissi, iperboli o parabole.
- (7) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si consideri il fascio di coniche passanti per i punti  $O(0,0)$ ,  $A(1,1)$ ,  $B(-1/2,5/2)$  e  $C(-3/2,3/2)$ . Si determini, se esiste, la circonferenza del fascio. Si scrivano inoltre le equazioni delle coniche tangenti alla retta di equazione  $4y - 5 = 0$  e si cerchino le coordinate dei loro punti di contatto.

- (8) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si scriva l'equazione dell'iperbole equilatera avente come asintoto la retta  $x + y = 0$  e tangente all'asse delle  $y$  nel punto  $P(0, 1)$ .  
Si determinino il centro, gli asintoti, gli assi ed i vertici dell'iperbole trovata.
- (9) Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si scriva l'equazione dell'iperbole tale che la retta  $x = y$  sia un asintoto, il punto  $P(0, 3)$  sia un vertice e la tangente in esso abbia equazione  $x - 2y + 6 = 0$ .  
Della conica trovata si determinino gli assi e la misura del semiasse trasverso.