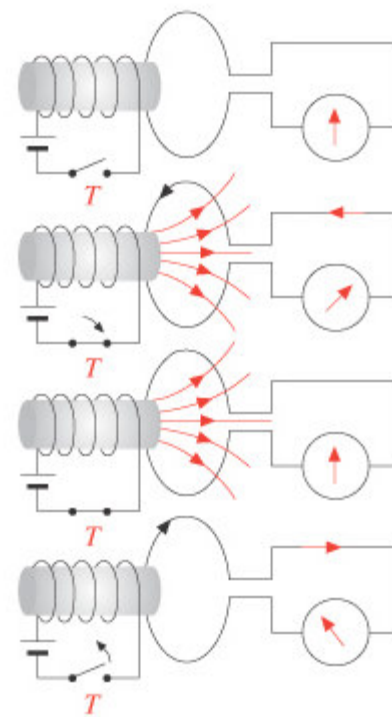
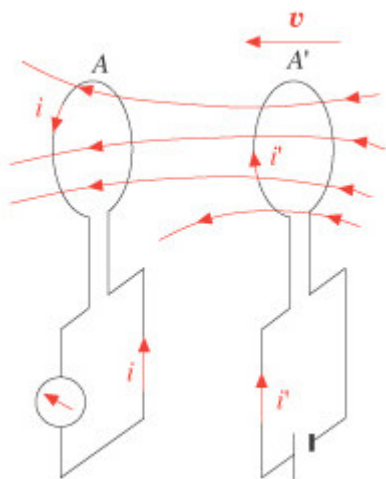
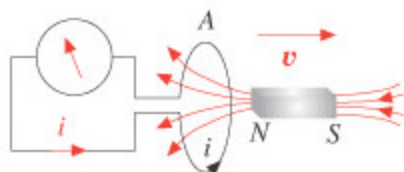
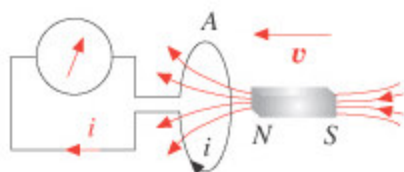


Legge di Faraday



Legge di Faraday

$$f_i = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

Se R è la resistenza del circuito

$$i = \frac{f_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

Ricordando che la forza elettromotrice è
per definizione

$$f_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

La variazione del flusso magnetico
concatenato con una linea chiusa s da
origine ad un campo elettrico indotto **non**
conservativo

La legge di Faraday si può anche scrivere

$$f_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma =$$
$$-\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} B \cos \theta d\Sigma =$$

1) Si può variare **B**

2) Si può variare l'angolo

3) Si può deformare il circuito

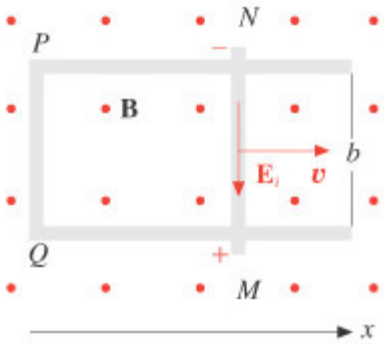
Legge di Lenz

La f.e.m. indotta in un circuito ha sempre verso tale da produrre una corrente che tende ad opporsi alla causa che lo ha generato

L'unità di flusso magnetico è il Weber
(Wb)

In un circuito ha luogo la variazione di 1 Wb quando questa variazione, in un secondo, provoca una *fem* di 1 V.

$$f_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma =$$



$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$f_i = \oint \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_M^N \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = -vBb$$

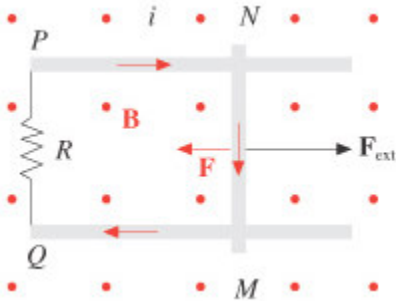
$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = Bbx$$

$$f_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -Bb \frac{\partial x}{\partial t} = -vBb$$

$$f_i = \oint \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_M^N \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = -vBb$$

Attrito elettromagnetico

$$f_i = -vBb \quad i = -\frac{vBb}{r + R}$$

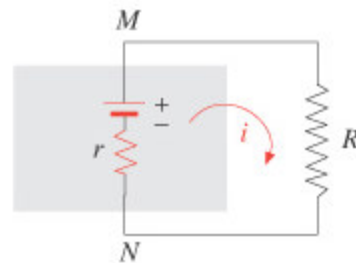


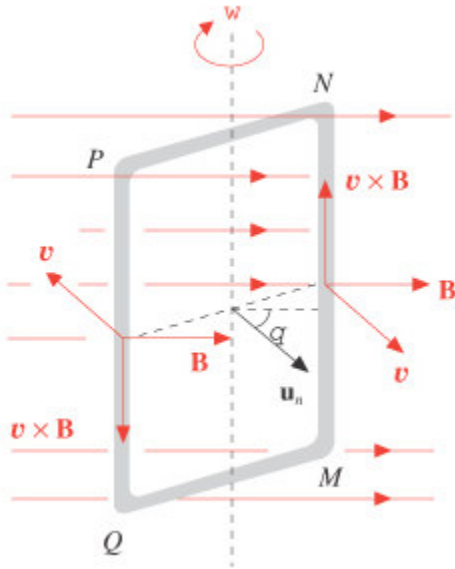
$$\vec{F} = i\vec{b} \times \vec{B} = -\frac{B^2 b^2}{r + R} \vec{v}$$

Resistenza di attrito elettromagnetico

$$P = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = \frac{B^2 b^2 v^2}{r + R} = (r + R)i^2 = f_i i$$

La potenza meccanica impiegata, viene ritrovata integralmente sotto forma di potenza elettrica spesa sulle resistenze del circuito

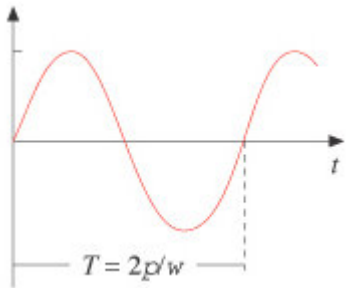




Generatore di corrente alternata

$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = B\Sigma \cos \theta = B\Sigma \cos \omega t$$

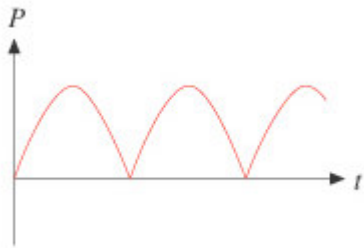
$$f_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \omega B \Sigma \text{sen } \omega t$$



$$f_{\max} = \omega B \Sigma$$

Se la spira è collegata ad una R

$$i = \frac{f_i}{R} = \frac{\omega B \Sigma}{R} \text{sen } \omega t$$



$$P = Ri^2 = \frac{(\omega B \Sigma)^2}{R} \text{sen}^2 \omega t$$

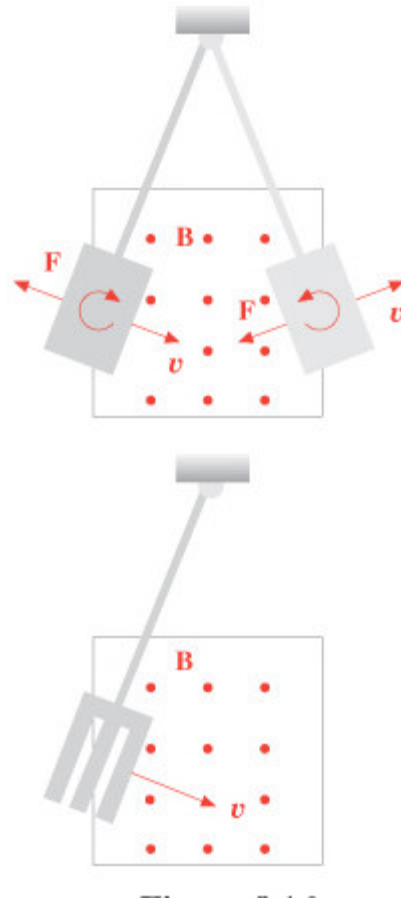
Valor medio della potenza

$$P_m = \frac{(\omega B \Sigma)^2}{2R} = \frac{f_{\max}^2}{2R}$$

Il generatore di c.a. è equivalente ad un generatore di c.c. la cui f.e.m. detta efficace è

$$f_{eff} = \frac{f_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Correnti di Foucault



Legge di Felici

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$$

Il valore della carica non dipende dalle legge temporale con cui varia il flusso

Autoflusso

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \oint \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

$$\Phi(\vec{B}) = \int \left(\frac{\mu_0}{4\pi} i \oint \frac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2} \right) \bullet u_n d\Sigma$$

$$\Phi(\vec{B}) = Li$$

L si chiama coefficiente di autoinduzione
o induttanza

L'induttanza di un circuito misura il flusso del campo magnetico concatenato con quel circuito quando attraversato da una corrente di intensità unitaria

Un circuito ha un'induttanza di un henry se, una corrente di un ampere che fluisca in quel circuito, concatena con esso un flusso di induzione di un weber

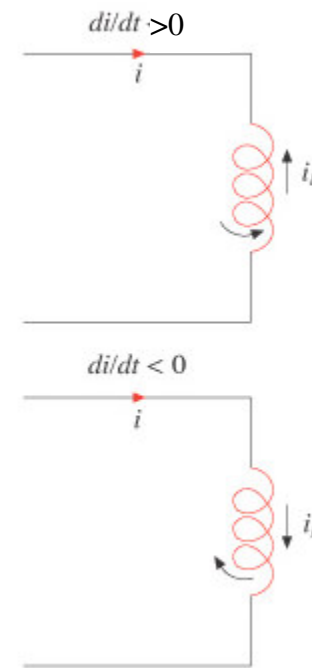
Quando in un circuito la corrente non è costante nel tempo, il flusso concatenato varia e nel circuito compare una f.e.m. indotta

$$f_L = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

Un circuito con induttanza non nulla si dice
induttivo



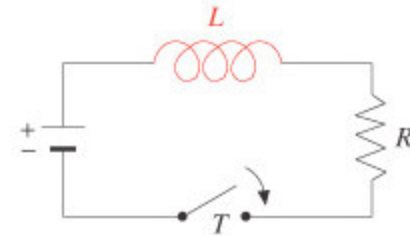
$$f_L = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$



Circuito RL

$$f + f_L = Ri$$

$$f = L \frac{di}{dt} + Ri$$



$$\frac{di}{f - Ri} = \frac{dt}{L} \rightarrow \ln(f - Ri) = -\frac{R}{L}t + \text{const}$$

$$f - Ri = Ae^{-Rt/L}$$

Chiusura del circuito

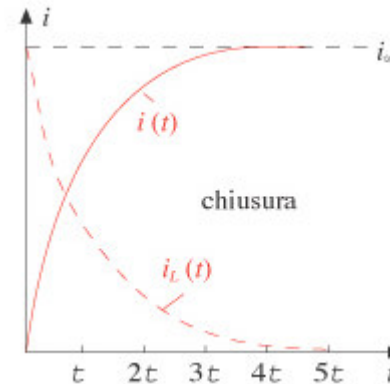
$$t=0 \quad i=0$$

$$A=f$$

$$i(t) = \frac{f}{R} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$f_L = -L \frac{di}{dt} = -f e^{-t/\tau}$$



Chiusura del circuito

$$i_{\infty} - i(t) = \frac{f}{R} e^{-t/\tau} = -\frac{f_L}{R} = i_L$$

quindi

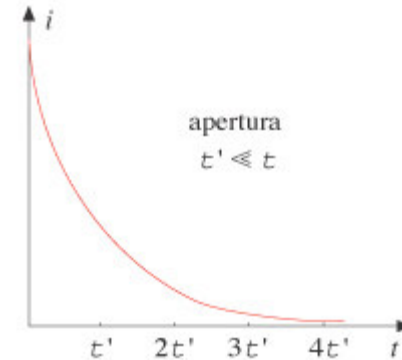
$$i(t) = i_{\infty} - i_L$$

Extracorrente di chiusura

Apertura del circuito

$$i(t) = \frac{f}{R} (e^{-t/\tau'})$$

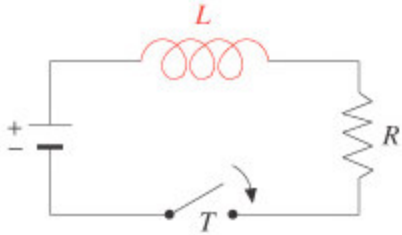
$$\tau' = \frac{L}{R'}$$



$$f_L = -L \frac{di}{dt} = -\frac{R'}{R} f e^{-t/\tau'}$$

$$\frac{f_L}{R'} = i_L = i(t)$$

Energia magnetica



$$f_i = Li \frac{di}{dt} + Ri^2$$

$$f_i dt = Li di + Ri^2 dt$$

Bilancio energetico

Lavoro compiuto
dal generatore

Lavoro speso
contro la f.e.m. di
autoinduzione

Effetto joule

Lavoro speso contro f_L nel tempo in cui la corrente passa dal valore zero al valore i

$$W = \int_0^i L i di = \frac{1}{2} L i^2$$

Possiamo definire la *energia intrinseca della corrente*

$$U_L = \frac{1}{2} L i^2$$

Nel passaggio da zero a i_∞

$$U_L = \frac{1}{2} L i_\infty^2$$

Durante l'apertura del circuito la corrente torna a zero e nel resistore viene speso il lavoro

$$i(t) = \frac{f}{R} (e^{-t/\tau'})$$

$$\tau' = \frac{L}{R'}$$

$$\int_0^{\infty} R' i^2 dt = R' \frac{f^2}{R^2} \int_0^{\infty} e^{-2R't/L} dt = \frac{1}{2} L i_{\infty}^2$$

Leghiamo l'energia al campo magnetico,
localizzandola nello spazio in cui esiste
un campo magnetico

Consideriamo un tratto di lunghezza d di un solenoide indefinito

$$U_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 \Sigma d) i^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \Sigma d = \frac{B^2}{2\mu_0} \tau$$

La densità di energia risulta

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

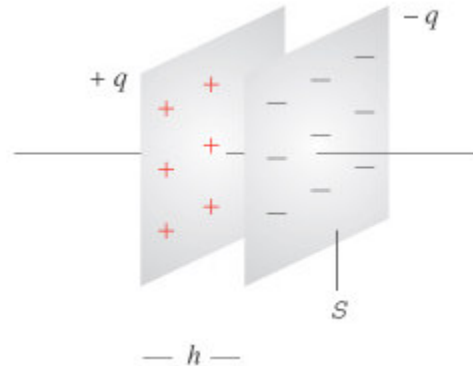
Densità di energia magnetica

In un volume τ intorno ad un punto P in cui
il campo magnetico vale B

$$dU_m = u_m d\tau = \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

$$U_m = \int_{\tau} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

Capacità di un condensatore piano



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n \quad V_1 - V_2 = Eh = \frac{\sigma}{\epsilon_0} h = \frac{q}{\epsilon_0 \Sigma} h$$

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\epsilon_0 \Sigma}{h}$$

U_e di un condensatore piano

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{CV^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \Sigma}{h} E^2 h^2 \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \Sigma h = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \tau \end{aligned}$$

Densità di U_e

$$u_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

In una regione dello spazio in cui è definito un campo elettrostatico l'energia contenuta in un volume infinitesimo, al cui interno il campo valga E , è

$$dU_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

Energia totale del campo elettrostatico

$$U_e = \int dU_e = \int_{\tau} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

Questa energia corrisponde al lavoro speso per costruire la distribuzione di cariche che dà origine al campo

$$U_e = \int_{\tau} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

$$U_m = \int_{\tau} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

Equazioni di Maxwell

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right)$$