# Conduzione elettrica

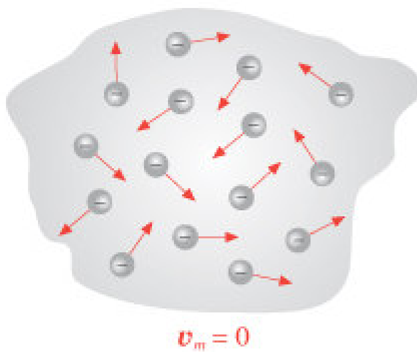
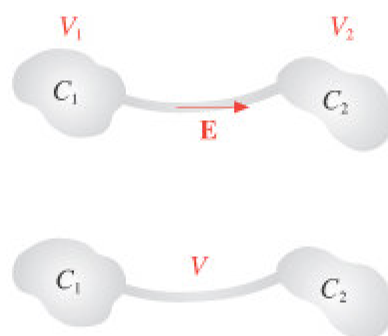
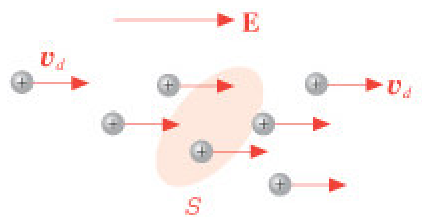



Figura 5.1

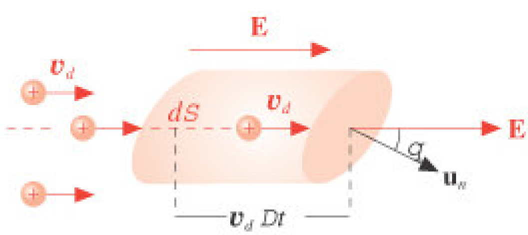


# Corrente elettrica




$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

$$d\tau = v_d dt d\Sigma \cos\theta$$




$$dq = nev_d dt d\Sigma \cos\theta$$

$$di = nev_d d\Sigma \cos\theta$$

Definiamo il vettore densità di corrente

$$\vec{j} = ne\vec{v}_d \quad \text{dunque} \quad di = \vec{j} \bullet \vec{u}_n d\Sigma$$

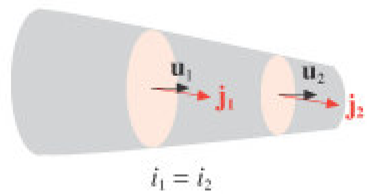
L'intensità di corrente attraverso Σ

$$i = \int di = \int_{\Sigma} \vec{j} \bullet \vec{u}_n d\Sigma$$

Flusso del vettore densità di corrente attraverso la superficie Σ

La stessa corrente può essere generata da portatori di carica negativa ma con velocità opposta; il moto di una carica positiva in un senso è equivalente, dal punto di vista della corrente generata, al moto di una carica uguale ma negativa in senso opposto. È per questo che si sceglie come verso per il vettore densità di corrente quello del moto dei portatore positivi

# Corrente elettrica stazionaria




$$i_1 = \int_\Sigma \vec{j}_1 \bullet \vec{u}_1 d\Sigma_1 \qquad\qquad i_2 = \int_\Sigma \vec{j}_2 \bullet \vec{u}_2 d\Sigma_2$$

Se all'interno del tronco di cono la carica non varia nel tempo

$$i_1 = i_2$$

Si ha l’intensità di 1 ampere quando attraverso una data superficie passa la carica di 1C in 1s

$$A = \frac{C}{s}$$

# Legge di Ohm

In un conduttore sottoposto ad una ddp si stabilisce, in regime stazionario, che

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

σ è la conduttività elettrica

definiamo

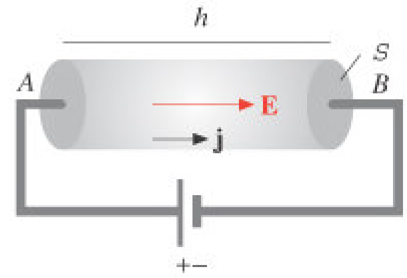
$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

resistività del conduttore

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$$

# Legge di Ohm per i conduttori metallici

$$i = j\Sigma = \frac{E}{\rho}\Sigma \Rightarrow E = \frac{\rho}{\Sigma} i$$




$$V = V_A - V_B = \int \vec{E} \bullet d\vec{s} = Eh$$

$$V = \frac{\rho h}{\Sigma} i$$

Chiamiamo

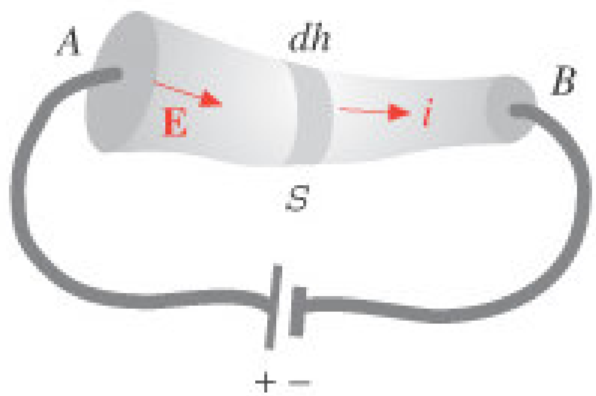
$$R = \rho \frac{h}{\Sigma}$$

dunque

$$V = Ri$$

Legge di Ohm per i conduttori metallici

# In generale




$$R = \int_A^B \rho \frac{dh}{\Sigma}$$

Unità di misura della resistenza Ohm

$$\Omega = \frac{V}{A}$$

Resistività $\Omega m$

Conduttanza $\Omega^{-1}$ Siemens (S)

Conduttività $\Omega^{-1}m^{-1}$

# Potenza. Effetto Joule

$$dW = Vdq = Vidt$$

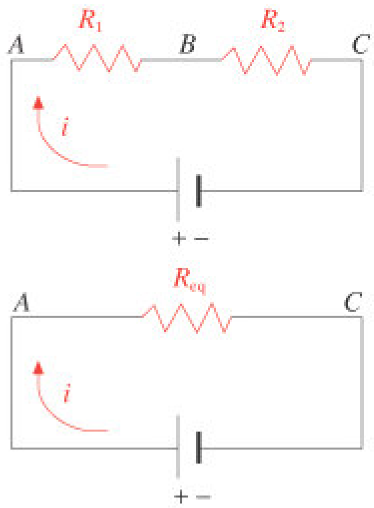
$$P = \frac{dW}{dt} = Vi \overset{se\ vale\ Ohm}{\Longrightarrow} = Ri^2 = \frac{V^2}{R}$$

Il passaggio di corrente attraverso un conduttore metallico per un tempo t comporta il lavoro

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t R i^2 dt \overset{se\ i\ \text{costante}}{=} R i^2 t$$

L'effetto di riscaldamento è noto come effetto Joule

# Resistori in serie

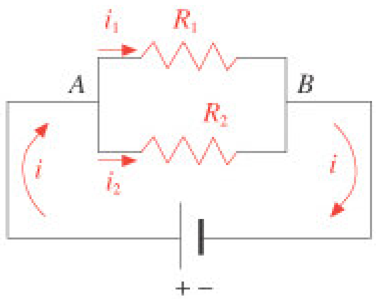



$$V_A - V_B = R_1 i \qquad V_B - V_C = R_2 i$$

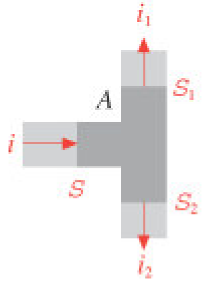
$$V_A - V_C = (R_1 + R_2) i = R_{eq} i$$

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

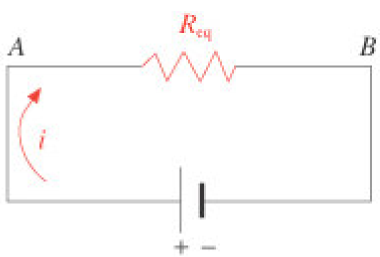
# Resistori in parallelo




$$stazionarietà \Rightarrow i = i_1 + i_2$$




$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V}{R_{eq}}$$



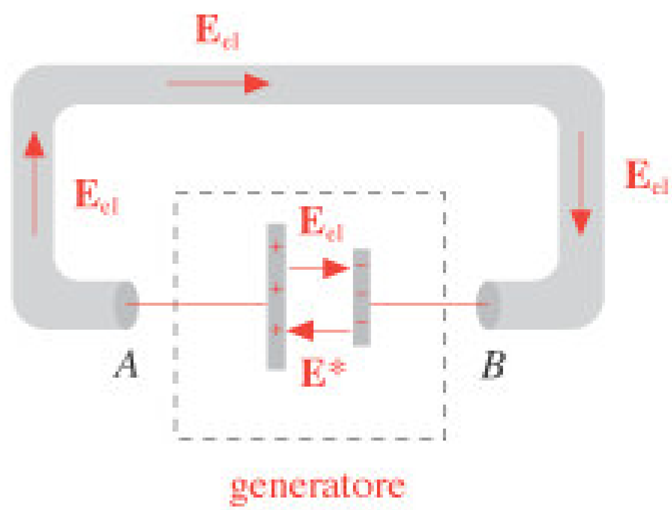

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Per un conduttore di resistenza R vale

$$V_A - V_B = \int \vec{E} \bullet d\vec{s} = Ri$$

Applicata ad un circuito chiuso

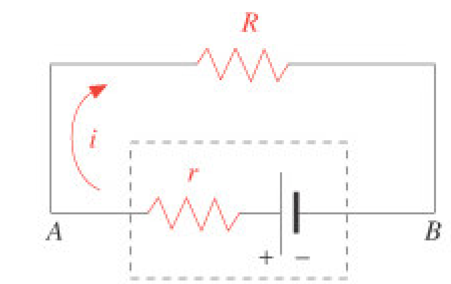
$$\oint \vec{E} \bullet d\vec{s} = f = R_T i$$



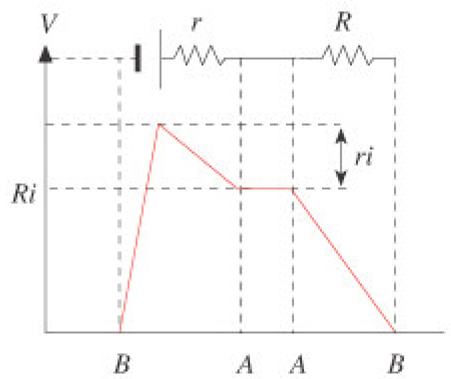

Abbiamo bisogno di un campo $\mathbf{E}^*$, campo elettromotore capace di far muovere le cariche contro il campo $\mathbf{E}_{el}$

# L'integrale di **E*** lungo il circuito

$$f = \oint \vec{E}^* \bullet d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}^* \bullet d\vec{l}$$




$$V_B + f - ri - Ri = V_B$$




quindi

$$f = (r+R)i = R_T i$$

$$i = \frac{f}{R+r}$$

La ddp ai capi della R

$$V_A - V_B = Ri = f - ri$$

La fem è uguale alla ddp misurata ai capi del generatore a circuito aperto

# Bilancio energetico

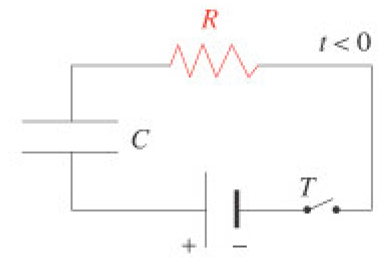
$$f = (r + R)i = R_T i$$

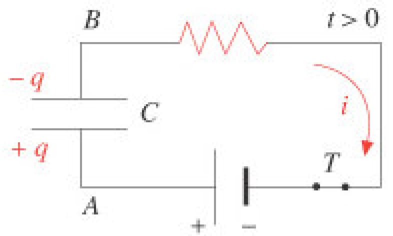
$$fidt = \left(ri^2 dt + Ri^2 dt\right)$$

$$fi = \left(ri^2 + Ri^2\right)$$

# Carica di un condensatore

La corrente scorre finchè il condensatore raggiunge la carica massima




$$q_0 = Cf$$

In un istante t

$$f = V_R + V_C = Ri(t) + \frac{q(t)}{C}$$

$$R\frac{dq}{dt} = f - \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q - Cf} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - Cf} = -\frac{\int_0^t dt}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{q - Cf}{-Cf}\right) = -\frac{t}{RC}$$

# Carica di un condensatore

$$q(t) = Cf\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = f\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{f}{R} e^{-t/RC}$$

$$V_R(t) = Ri(t) = fe^{-t/RC}$$

$$RC = [\Omega F] = \left[\frac{V}{A}\frac{C}{V}\right] = \left[\frac{C}{A}\right] = [s]$$

$RC = \tau$ Costante di tempo

Nel processo di carica il generatore compie il lavoro

$$W_{gen} = \int f dq = f \int_0^{q_0} dq = f q_0 = C f^2$$

Siccome $\quad U_e = \frac{1}{2} C f^2$

Sulla R viene dissipato il lavoro $\quad \frac{1}{2} C f^2$

# Scarica di un condensatore

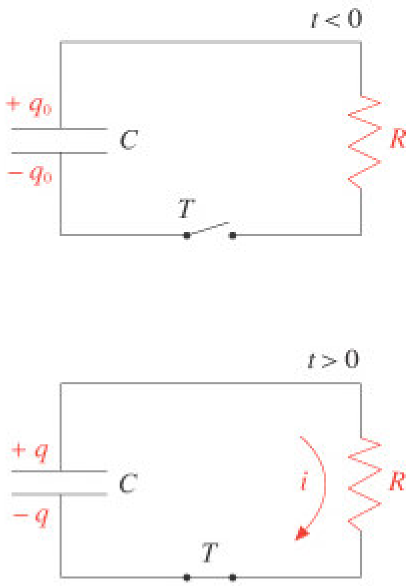


Figura 5.29

In un istante t

$$V_C = \frac{q}{C} = V_R = Ri$$

$$i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$$

$$\int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\int_{0}^{t} \frac{dt}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{RC}$$

# Scarica di un condensatore

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$$

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$$

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} = \frac{V_C(t)}{R}$$

Potenza istantanea dissipata su R

$$P_R = Ri^2 = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/RC}$$

Energia dissipata nell'intero processo

$$W_R = \int_0^\infty P_R dt = \frac{V_0^2}{R}\int_0^\infty e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{q_0^2}{2C}$$

# Corrente di spostamento

Fatevela!!!

Leggi di Kirchoff per le reti elettriche

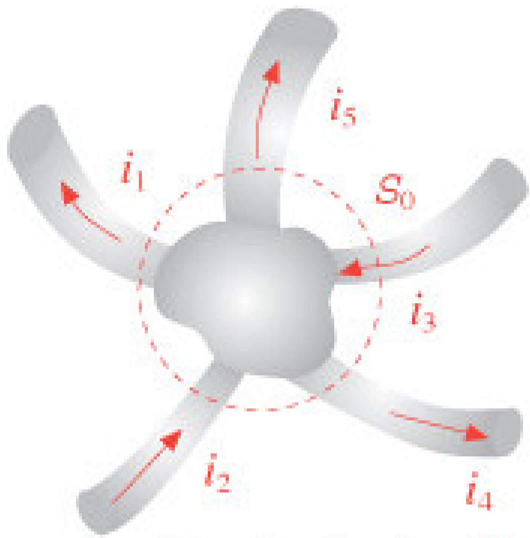
Una rete si divide in nodi e rami

Un nodo è un punto nel quale
convergono almeno tre conduttori

I nodi sono collegati da rami

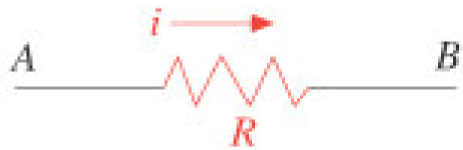
# Prima legge di Kirchhoff

$$\sum_k i_k = 0$$

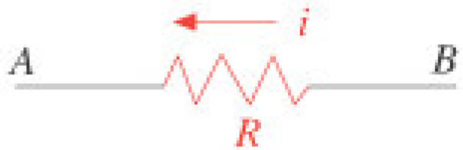


# Seconda legge di Kirchhoff

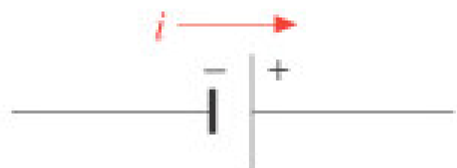
$$\sum_k R_k i_k = \sum_k f_k$$



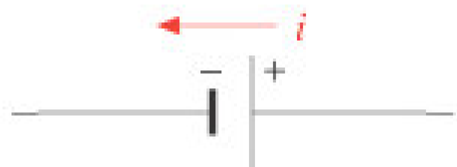

$$V_A - V_B = Ri$$




$$V_A - V_B = -Ri$$




+f




-f