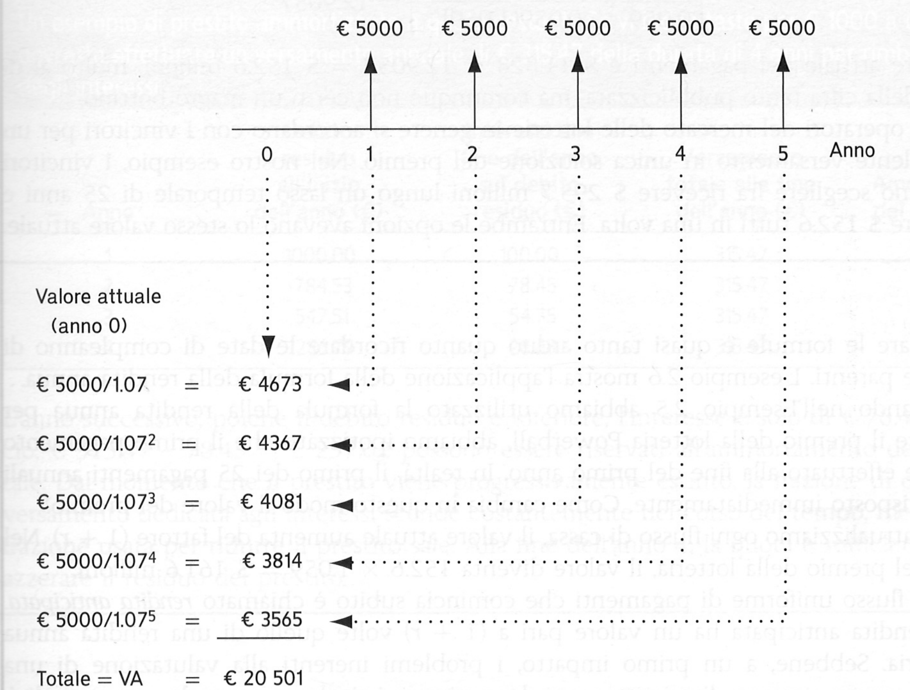
ESEMPIO 2.4

Costo di un piano di pagamento rateale

La maggior parte dei piani di pagamento rateale richiede un flusso uniforme di pagamenti periodici. Supponete che una concessionaria, per l'acquisto di una nuova Toyota, vi offra uno schema di "pagamento facilitato" consistente nel versamento di € 5000 all'anno, da effettuarsi alla fine di ciascuno dei prossimi cinque anni, senza alcun esborso immediato di contanti. Qual è il costo che dovrete effettivamente sostenere per l'acquisto dell'automobile?

Nella Figura 2.4 sono mostrati tutti i passaggi attraverso cui, ponendo che il tasso di interesse sia il 7%, si giunge a calcolare un valore attuale dei pagamenti pari a € 20 501.

Figura 2.4



Calcoli che mostrano, anno dopo anno, il valore attuale del piano di pagamento rateale.

Una via meno laboriosa per ottenere lo stesso risultato ci viene peraltro fornita dalla formula della rendita annua:

$$\text{VA} = 5000\left[\frac{1}{0.07} - \frac{1}{0.07(1.07)^5}\right] = 5000 \times 4.100 = € \, 20501$$

Se non avete a portata di mano una calcolatrice o un computer, potete trovare il fattore rendita pari a 4.100 consultando la Tavola 3 posta in fondo al volume.

ESEMPIO 2.5

Valutazione di una grossa vincita alla lotteria

Dopo aver messo in comune il loro denaro per acquistare dei biglietti della lotteria Powerball, 13 fortunati meccanici dell'Ohio vinsero la cifra record di \$ 295.6 milioni (un quattordicesimo membro del gruppo pensò bene di sfilarsi dalla "società" all'ultimo momento per giocare da solo). È facile supporre che i vincitori abbiano ricevuto messaggi di congratulazioni e di auguri provenienti da ogni parte, oltre che richieste di donazioni da un sacco di istituzioni benefiche più o meno serie. In risposta, i vincitori avrebbero potuto far notare che il premio non valeva in realtà \$ 295.6 milioni. Quella somma sarebbe stata pagata nell'arco di 25 rate annuali ognuna pari a \$ 11.828 milioni.

Ponendo che il primo pagamento fosse avvenuto alla fine dell'anno 1, qual era il valore attuale del premio? Il tasso di interesse all'epoca era pari al 5.9%.

Questi pagamenti costituiscono una rendita annua per 25 anni. Per valutare tale rendita dobbiamo semplicemente moltiplicare \$ 11.828 milioni per il fattore rendita corrispondente:

$$\text{VA} = 11.828 \times \text{fattore rendita di 25 anni} = $$
$$= 11.828 \times \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^{25}}\right]$$

A un tasso di interesse del 5.9%, il fattore rendita è:

$$\left[\frac{1}{0.059} - \frac{1}{0.059(1.059)^{25}}\right] = 12.9057$$

Il valore attuale dei pagamenti è \$ 11.828 × 12.9057 = \$ 152.6 milioni, molto al di sotto della cifra tanto pubblicizzata, ma comunque non certo un magro bottino.

Gli operatori del mercato delle lotterie in genere si accordano con i vincitori per un equivalente versamento in unica soluzione del premio. Nel nostro esempio, i vincitori potevano scegliere fra ricevere \$ 295.7 milioni lungo un lasso temporale di 25 anni e ottenere \$ 152.6 tutti in una volta. Entrambe le opzioni avevano lo stesso valore attuale.

Ricordare le formule è quasi tanto arduo quanto ricordare le date di compleanno di amici e parenti. L'esempio 2.6 mostra l'applicazione della formula della rendita annua.

Quando nell'Esempio 2.5 abbiamo utilizzato la formula della rendita annua per valutare il premio della lotteria Powerball, abbiamo ipotizzato che il primo pagamento venisse effettuato alla fine del primo anno. In realtà, il primo dei 25 pagamenti annuali fu corrisposto immediatamente. Come cambia in questo modo il valore del premio?

Se attualizziamo ogni flusso di cassa, il valore attuale aumenta del fattore $(1 + r)$. Nel caso del premio della lotteria, il valore diventa 152.6 × 1.059 = \$ 161.6 milioni.

Rendita anticipata
Rendita annua i cui pagamenti vengono effettuati all'inizio di ogni periodo.

Un flusso uniforme di pagamenti che comincia subito è chiamato *rendita anticipata*. Una rendita anticipata ha un valore pari a $(1 + r)$ volte quello di una rendita annua ordinaria. Sebbene, a un primo impatto, i problemi inerenti alla valutazione di una rendita annua possano disorientare, con la pratica essi risultano generalmente semplici. Di seguito proponiamo un esempio in cui dovete usare la formula della rendita annua per trovare il pagamento annuale *dato* il valore attuale.

ESEMPIO 2.6

Determinazione dei versamenti di un mutuo per la casa

Supponete di accendere un mutuo ipotecario di € 250 000 presso la vostra banca di fiducia. Concordate di rimborsare il mutuo in rate annuali di uguale importo nell'arco dei prossimi 30 anni. La banca deve perciò stabilire i versamenti annuali in modo che questi abbiano un valore attuale di € 250 000. Il calcolo va dunque impostato tenendo presente che:

$$\text{VA} = \text{versamenti annuali} \times \text{fattore rendita di 30 anni} = € \, 250\,000$$
$$\text{versamenti annuali} = € \, 250\,000/\text{fattore rendita di 30 anni}$$

Ipotizzando che il tasso di interesse sia il 12% all'anno, otterremo:

$$\text{fattore rendita per 30 anni} \left[\frac{1}{0.12} - \frac{1}{0.12(1.12)^{30}}\right] = 8.055$$

Quindi:

$$\text{versamenti annuali} = 250\,000/8.055 = € \, 31\,037$$

Il mutuo ipotecario è un esempio di *prestito ammortizzato a quote costanti*. Una parte cioè del versamento periodico viene utilizzata per pagare gli interessi sul debito residuo e una viene utilizzata per ridurre l'ammontare stesso del debito.

La Tabella 2.1 illustra un altro prestito ammortizzato a quote costanti. In questo caso si tratta di un prestito di € 1000 della durata di 4 anni con un tasso di interesse del 10% e rate annuali. Il versamento annuale necessario per rimborsare il prestito è di € 315.47. In altri termini, € 1000 divisi per il fattore rendita di 4 anni danno € 315.47. Alla fine del primo anno, l'interesse attivo è il 10% di € 1000, ovvero € 100. Così, € 100 del primo versamento vengono assorbiti dagli interessi, mentre i restanti € 215.47 sono impiegati per ridurre (o "ammortizzare") il prestito residuale a € 784.53.

Tabella 2.1

Un esempio di prestito ammortizzato a quote costanti. Se vi indebitaste per € 1000 a un tasso di interesse del 10%, dovreste effettuare un versamento annuale di € 315.47 della durata di 4 anni per rimborsare il prestito comprensivo degli interessi

Anno	Debito residuo all'inizio dell'anno (€)	Interessi alla fine dell'anno sul debito residuo (€)	Versamento totale alla fine dell'anno (€)	Ammortamento del prestito (€)	Debito residuo alla fine dell'anno (€)
1	1000.00	100.00	315.47	215.47	784.53
2	784.53	78.45	315.47	237.02	547.51
3	547.51	54.75	315.47	260.72	286.79
4	286.79	28.68	315.47	286.79	0

L'anno successivo, poiché il debito residuo è inferiore, l'interesse è solo di € 78.45. Perciò, € 315.47 − 78.45 = € 237.02 possono essere riservati all'ammortamento del capitale. Dal momento che il prestito viene progressivamente estinto, la frazione di ciascun versamento dedicata agli interessi scende costantemente nel corso del tempo, mentre la frazione usata per ridurre il prestito sale. Alla fine dell'anno 4, la quota è sufficiente per azzerare il residuo del prestito.

2.4 Altre scorciatoie: rendite perpetue e annue a rendimento crescente

2.4.1 ■ Rendite perpetue crescenti

Ora sapete come valutare una serie uniforme di flussi di cassa. Ma spesso avete la necessità di valutare una serie di flussi di cassa che cresce a un tasso costante. Per esempio, tornate al vostro progetto di effettuare una donazione del valore attuale di € 10 miliardi per combattere la malaria e altre malattie infettive. Purtroppo, allora non avete tenuto conto della crescita degli stipendi e di altri costi, che in media sarà probabilmente del 4% annuo a partire dall'anno 1. Perciò, invece di fornire una rendita perpetua di € 1 miliardo all'anno, dovete donare € 1 miliardo nell'anno 1, 1.04 × € 1 miliardo nell'anno 2, e così via. Se indichiamo il tasso di crescita dei salari e degli altri costi con g, possiamo scrivere il valore attuale di questa serie di flussi di cassa come segue:

$$\begin{aligned} VA &= \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots = \\ &= \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_1(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C_1(1+g)^2}{(1+r)^3} + \dots \end{aligned}$$

Fortunatamente, esiste una semplice formula per calcolare la somma di questa serie geometrica.[7] Se ipotizziamo che r sia maggiore di g, il calcolo si semplifica a:

$$\text{valore attuale di una rendita perpetua crescente} = \frac{C_1}{r-g}$$

Di conseguenza, se volete garantire una rendita perpetua che stia al passo con il tasso di crescita dei salari e degli altri costi, la somma che dovete mettere a disposizione oggi è:

$$\text{VA} = \frac{C_1}{r-g} = \frac{€\ 1 \text{ miliardo}}{0.10 - 0.04} = €\ 16.667 \text{ miliardi}$$

2.5 Interesse composto e valore attuale

Interesse semplice
Interesse calcolato soltanto sull'investimento iniziale.

Interesse composto
Reinvestimento di ciascun pagamento di interesse di un investimento al fine di ottenere più interessi nel pagamento successivo.

C'è una differenza sostanziale tra *interesse composto* e *interesse semplice*. Quando si investe a un interesse composto, gli interessi maturati ogni anno sono reinvestiti, così da generare più interessi nel periodo successivo. Viceversa, la possibilità di ricavare un interesse dall'interesse non è data con un investimento che paga solo un interesse semplice.

La Tabella 2.2 mette a confronto l'incremento di valore di € 100 investiti a un tasso composto e a un tasso semplice. Notate che, nel caso dell'interesse semplice, *l'interesse è pagato solo sull'investimento iniziale di € 100*. In questo caso, la ricchezza aumenta solo di € 10 all'anno. Nel caso dell'interesse composto, nel primo anno gli interessi sono il 10% dell'investimento iniziale e il risultato finale è pari a $100 \times 1.10 = €\ 110$. Successivamente, nel secondo anno si riceve il 10% di questi € 110, così alla fine del secondo anno avremo $100 \times 1.10^2 = €\ 121$.

La Tabella 2.2 mostra che la differenza tra interesse semplice e interesse composto è nulla per un investimento di un solo periodo, lieve per un investimento di due periodi, ma fortissima per un investimento di 20 o più anni. Una somma di € 100 investita 230 anni fa a un interesse composto del 10% all'anno varrebbe ora € 330 miliardi. Non desiderereste che i vostri antenati avessero mostrato una tale lungimiranza?

Le due curve in alto nella Figura 2.5 confrontano i risultati di un investimento di € 100 a un tasso semplice del 10% e a un tasso composto del 10%. Dalla figura sembra che il tasso di crescita sia costante con un interesse semplice e crescente con un inte-

Tabella 2.2

Valore di € 100 investiti al tasso di interesse del 10% semplice e composto

	Interesse semplice					Interesse composto				
Anno	Valore iniziale	+	Interesse	=	Valore finale	Valore iniziale	+	Interesse	=	Valore finale
1	100	+	10	=	110	100	+	10	=	110
2	110	+	10	=	120	110	+	11	=	121
3	120	+	10	=	130	121	+	12.1	=	133.1
4	130	+	10	=	140	133.1	+	13.3	=	146.4
10	190	+	10	=	200	236	+	24	=	259
20	290	+	10	=	300	612	+	61	=	673
50	590	+	10	=	600	10 672	+	1067	=	11 739
100	1090	+	10	=	1100	1 252 783	+	125 278	=	1 378 061
200	2090	+	10	=	2100	17 264 116 042	+	1 726 411 604	=	18 990 527 646
230	2240	+	10	=	2400	301 248 505 631	+	30 124 850 563	=	331 373 356 194

[7] Dobbiamo calcolare la sommatoria di una serie geometrica infinita $\text{VA} = a(1 + x + x^2 + ...)$, dove $a = C_1/(1 + r)$ e $x = (1 + g)/(1 + r)$. Nella nota 6 abbiamo dimostrato che la sommatoria di una serie come questa è $a/(1 - x)$. Sostituendo a e x in questa formula, otteniamo:

$$\text{VA} = \frac{C_1}{r-g}$$

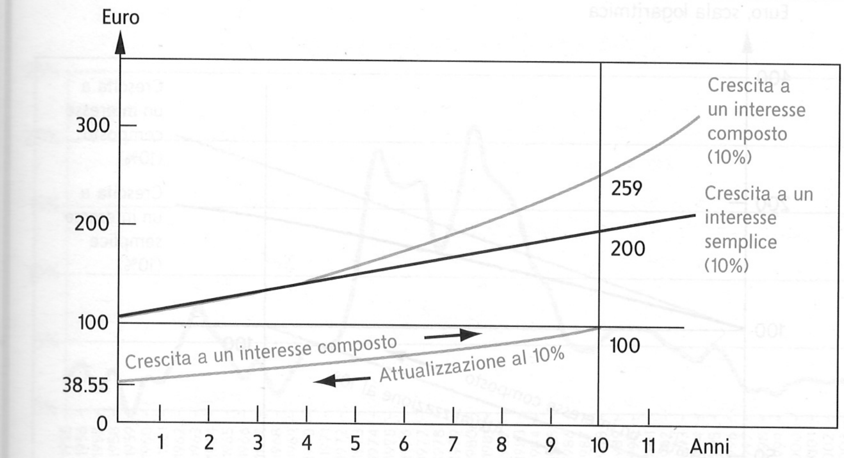


Figura 2.5

Interesse composto rispetto a interesse semplice. Le due curve ascendenti mostrano l'aumento di valore di € 100 investiti a un tasso di interesse semplice e composto. Più a lungo sono investiti i fondi, maggiori sono i vantaggi dell'interesse composto. La curva in basso mostra che per ottenere € 100 tra 10 periodi devono essere investiti € 38.55 oggi. Leggendo la curva in senso opposto, si ricava che il valore attuale di € 100 da riceversi tra 10 anni è € 38.55.

resse composto. Tuttavia, questa è un'illusione ottica. Sappiamo che con un interesse composto la ricchezza cresce a un tasso costante del 10%. La Figura 2.6 è infatti una rappresentazione più congrua. Qui i numeri sono disposti su una scala semilogaritmica e il tasso di crescita composto costante diventa una linea retta.

I problemi di finanza coinvolgono generalmente interessi composti piuttosto che interessi semplici; di conseguenza gli operatori finanziari partono sempre dall'ipotesi che si stia parlando di interessi composti, se non è diversamente specificato. Attualizzare è un processo che implica tassi di interesse composti. Alcuni ritengono che sia più intuitivo riformulare la domanda "Qual è il valore attuale di € 100 da riceversi tra 10 anni se il costo opportunità del capitale è il 10%?" con la domanda "Quanto devo investire oggi per ottenere € 100 tra 10 anni a un tasso di interesse del 10%?". La risposta alla prima domanda è:

$$\text{VA} = \frac{100}{(1.10)^{10}} = € \ 38.55$$

Mentre la risposta alla seconda è:

$$\text{investimento} \times (1.10)^{10} = € \ 100$$

$$\text{investimento} = \frac{100}{(1.10)^{10}} = € \ 38.55$$

La curva in basso nelle Figure 2.5 e 2.6 mostra il sentiero di crescita di un investimento iniziale di € 38.55 fino al suo valore finale di € 100. Si può paragonare l'attualizzazione di un'attività a un viaggio a ritroso lungo la curva in basso, dal valore futuro al valore attuale.

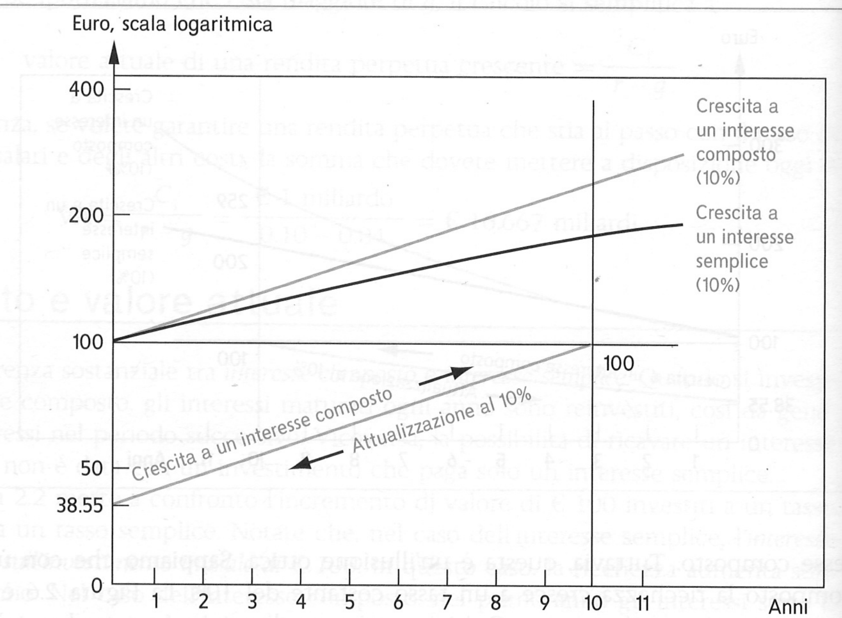
2.5.1 ▬ Un commento sugli intervalli di capitalizzazione

Finora abbiamo supposto che la scadenza dei flussi di cassa avvenga alla fine dell'anno. Questo è vero solo talvolta. Per esempio, in Germania e in Francia le obbligazioni pagano gli interessi annualmente mentre negli Stati Uniti, in Inghilterra e in Italia le cedole sono generalmente semestrali. In questi Paesi è possibile per gli investitori ottenere un interesse semestrale addizionale sul primo pagamento ricevuto; in questo modo, un investimento di € 100 in un'obbligazione che paga un interesse del 10% all'anno composto semestralmente dovrebbe valere € 105 dopo i primi sei mesi e $1.05^2 \times 100 = € \ 110.25$ alla fine dell'anno. In altre parole, un interesse del 10% composto semestralmente è equivalente al 10.25% composto annualmente. Più in generale, un investimento di € 1 a un tasso annuo r composto m volte ammonta a fine anno a € $[1 + (r/m)]^m$ e il tasso di interesse composto annuo equivalente è $[1 + (r/m)]^m - 1$.

Torniamo all'Esempio 2.6, nel quale abbiamo illustrato il caso di un mutuo ipoteca-

Figura 2.6

Lo stesso concetto della Figura 2.5; in questo caso, però, la scala verticale è semilogaritmica. Un tasso di crescita composto costante implica una relazione lineare. La figura rende evidente che il tasso di crescita di un capitale investito a un interesse semplice è decrescente al passare del tempo.



rio a 30 anni. Supponete che il funzionario di banca addetto all'erogazione del mutuo vi suggerisca che, invece di pagare un tasso annuo del 12%, sarebbe più comodo e conveniente per voi avere un tasso mensile dell'1%. La comodità e la convenienza deriverebbero dal fatto che, poiché il vostro stipendio mensile vi viene accreditato nel conto corrente, ogni mese la banca procederebbe automaticamente a prelevare l'ammontare della rata mensile del mutuo dal vostro conto. Dal momento che ci saranno così 30 × 12 = 360 pagamenti, il funzionario calcola poi l'importo di ciascun pagamento mensile dividendo il valore del mutuo per il fattore rendita di 360 mesi:

$$\text{fattore rendita di 360 mesi} = 97.218$$

Dunque:

$$\text{pagamenti mensili} = \text{valore del mutuo/fattore rendita di 360 mesi} = \\ = 250\,000/97.218 = € \, 2572$$

Il funzionario, perciò, sottolinea che i vostri pagamenti annuali si ridurrebbero da € 31 037 a 12 × 2572 = € 30 864.

Ormai dovreste essere in grado di non subire acriticamente questo tipo di stratagemmi. L'argomento del funzionario ignora il valore temporale del denaro! È vero che l'ammontare totale dei pagamenti risulta inferiore adottando lo schema delle rate mensili, tuttavia non bisogna dimenticare che i pagamenti cominciano prima. Il tasso annuo che equivale all'1% mensile non è il 12% ma $1.01^{12} - 1 = 12.68\%$.

2.6 Tassi di interesse nominali e reali

Investire € 1000 in un deposito bancario che offra un tasso di interesse del 10% significa che la banca promette di pagarvi € 1100 dopo un anno. Non vi garantisce però che cosa potrete comprare con € 1100. Questo dipende dal tasso di inflazione che si è avuto nell'anno. Se i prezzi di beni e servizi aumentano più del 10%, avrete perso terreno in termini di capacità d'acquisto.

Per seguire il movimento del livello generale dei prezzi vengono usati numerosi indici. In Italia il più conosciuto è l'indice dei prezzi al consumo, che misura il costo di un paniere di beni acquistati da una famiglia "tipo". Le variazioni dell'indice da un anno all'altro misurano il tasso di inflazione. La Figura 2.7 mostra il tasso di inflazione medio annuo dell'economia italiana dal 1955 al 2018 (nello stesso periodo il tasso di inflazione medio annuo composto è stato pari al 5.8%). Si può notare come i periodi a più elevata inflazione

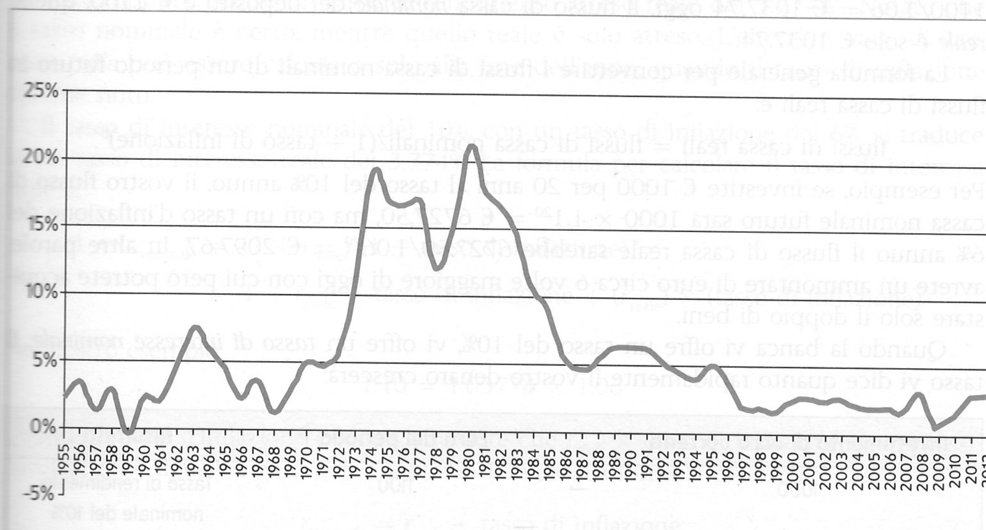


Figura 2.7

Tassi annui medi di inflazione in 20 Paesi nel periodo 1900 - 2017.

Fonte: Dimson E., Marsh P.R. e Staunton M., Triumph of the Optimists: 101 Years of Investment Returns (Princeton, NJ: Princeton University Press, 2002), with updates provided by the authors.

(1973-1976 e 1980-1982) seguano i due shock petroliferi verificatisi negli negli ultimi 40 anni. Nel 1980 si è registrato il maggior tasso di inflazione annua dal dopoguerra. Niente, comunque, rispetto all'inflazione del 1923 in Germania, che raggiunse quasi il 7% al giorno. Naturalmente, i prezzi non crescono sempre. Per esempio, negli anni recenti il Giappone ha dovuto affrontare un problema di deflazione. Negli ultimi dieci anni, il tasso d'inflazione è stato negativo quattro volte. In Italia il tasso d'inflazione è stato negativo nel 2016 (−0.09%) e nel 1959 (−0.87%). Gli Stati Uniti hanno conosciuto una forte deflazione durante la Grande Depressione, quando i prezzi scesero del 24% in tre anni.

L'Italia non ha un gran merito. È stato il Paese con il più alto tasso medio di inflazione nel periodo compreso fra il 1900 e il 2017 (Figura 2.8). Come si sa, un basso tasso d'inflazione non è necessariamente una cosa positiva, soprattutto quando la tendenza si mantiene nel tempo, segnalando una recessione che non riesce a essere sconfitta. (Questa per esempio è la storia recente del Giappone e dei Paesi dell'Unione Europea). Ma un tasso di inflazione medio annuo lungo un periodo maggiore di 100 anni pari a circa al 10% non è certo una cosa positiva.

Gli economisti a volte parlano di euro correnti, o nominali, ed euro costanti, o reali. Per esempio, il flusso di cassa nominale che deriva dal deposito per un anno in banca è € 1100. Ipotizzate però che in un anno il prezzo dei beni aumenti del 6%; ogni euro, di conseguenza, potrà acquistare fra un anno una quantità minore di beni rispetto a oggi.

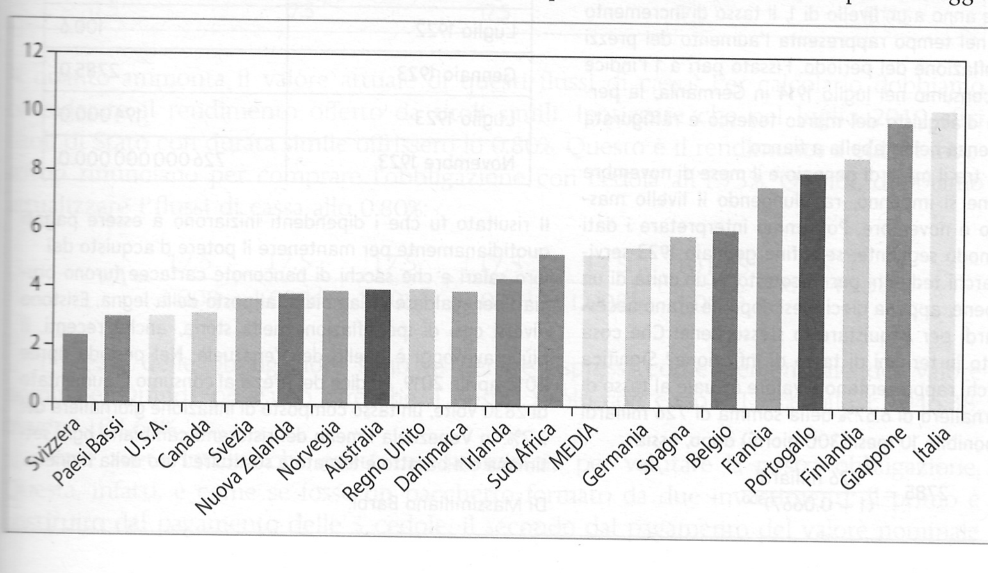


Figura 2.8

Tassi annui medi di inflazione in 20 Paesi nel periodo 1900-2017.

Fonte: Dimson E., Marsh P.R. e Staunton M., *Triumph of the Optimists: 101 Years of Investment Returns*, Princeton University Press, Princeton, NJ 2002), con aggiornamenti forniti dagli Autori.

Alla fine dell'anno, dunque, € 1100 potranno acquistare la stessa quantità di beni di 1100/1.06 = € 1037.74 oggi. Il flusso di cassa *nominale* del deposito è € 1100, quello *reale* è solo € 1037.74.

La formula generale per convertire i flussi di cassa nominali di un periodo futuro in flussi di cassa reali è:

$$\text{flussi di cassa reali} = \text{flussi di cassa nominali}/(1 + \text{tasso di inflazione})^t$$

Per esempio, se investite € 1000 per 20 anni al tasso del 10% annuo, il vostro flusso di cassa nominale futuro sarà 1000×1.1^{20} = € 6727.50, ma con un tasso d'inflazione del 6% annuo il flusso di cassa reale sarebbe $6727.50/1.06^{20}$ = € 2097.67. In altre parole, avrete un ammontare di euro circa 6 volte maggiore di oggi con cui però potrete acquistare solo il doppio di beni.

Tasso di interesse nominale
Tasso di interesse espresso in termini monetari.

Quando la banca vi offre un tasso del 10%, vi offre un *tasso di interesse nominale*. Il tasso vi dice quanto rapidamente il vostro denaro crescerà:

Investimento di euro correnti		Euro del periodo 1	Risultato
1000	→	1100	Tasso di rendimento nominale del 10%

Comunque, con un tasso di inflazione del 6% il vostro risultato reale è solo pari al 3.774%:

Investimento di euro correnti		Valore reale atteso degli euro del periodo 1	Risultato
1000	→	1037.74	Tasso di rendimento atteso reale del 3.774%

APPROFONDIMENTO 2.1
L'iperinflazione in Germania nel 1923

Il tasso di inflazione tedesco alla fine del 1923 raggiunse livelli da capogiro, portandosi a circa il 6.7% al giorno composto. In effetti, tale caso rappresenta uno dei fenomeni di iperinflazione più eclatanti mai verificatisi nella storia. Ma come abbiamo fatto a calcolare un tasso di incremento dei prezzi pari al 6.7% composto giornaliero? Generalmente, l'inflazione è misurata dalla variazione di un indice dei prezzi al consumo. In altre parole, scelto un anno come "anno base" e standardizzato il potere di acquisto della moneta in tale anno a un livello di 1, il tasso di incremento di tale indice nel tempo rappresenta l'aumento dei prezzi e, dunque, l'inflazione del periodo. Fissato pari a 1 l'indice dei prezzi al consumo nel luglio 1914 in Germania, la perdita di potere d'acquisto del marco tedesco è raffigurata con tutta evidenza nella tabella a fianco.
In particolare, tra il mese di gennaio e il mese di novembre 1923 l'inflazione si impennò, raggiungendo il livello massimo tra luglio e novembre. Potremmo interpretare i dati riportati nel modo seguente: se a fine gennaio 1923 servivano 2785 marchi tedeschi per l'acquisto di un'unità di un determinato bene, appena dieci mesi dopo ne erano necessari 726 miliardi per acquistare lo stesso bene! Che cosa significa questo in termini di tasso di inflazione? Significa che 2785 marchi rappresentano il valore attuale al tasso di inflazione giornaliero di 6.67% della somma di 726 miliardi di marchi disponibile 10 mesi (300 giorni) dopo, ossia:

$$2785 = \frac{726 \text{ miliardi}}{(1 + 0.0667)^{300}}$$

Luglio 1914	1.0
Gennaio 1919	2.6
Luglio 1919	3.4
Gennaio 1920	12.6
Gennaio 1921	14.4
Luglio 1921	14.3
Gennaio 1922	36.7
Luglio 1922	100.6
Gennaio 1923	2785.0
Luglio 1923	194 000.0
Novembre 1923	726 000 000 000.0

Il risultato fu che i dipendenti iniziarono a essere pagati quotidianamente per mantenere il potere d'acquisto dei loro salari e che sacchi di banconote cartacee furono bruciati per scaldare gli ambienti al posto della legna. Esistono diversi casi di iperinflazione nella storia, anche recenti. Il più grave oggi è quello del Venezuela. Nel periodo aprile 2018-aprile 2019, l'indice dei prezzi al consumo è aumentato di 2830 volte, un tasso composto di inflazione giornaliera del 2.2%. In Venezuela i menu dei ristoranti cambiano ogni settimana e il baratto è tornato a sostituire l'uso della moneta.

Di Massimiliano Barbi.

Quindi, potremmo dire: "Il deposito bancario offre un tasso di rendimento nominale del 10%" oppure: "Offre un tasso di rendimento atteso reale del 3.774%". Notate che il tasso nominale è certo, mentre quello reale è solo atteso. L'effettivo *tasso di interesse reale* può essere calcolato solo alla fine dell'anno, quando il tasso di inflazione diviene noto.

Tasso di interesse reale Tasso di interesse espresso in termini di potere di acquisto.

Il tasso di interesse nominale del 10%, con un tasso di inflazione del 6%, si traduce in un tasso di interesse reale del 3.774%. La formula per calcolare il tasso di interesse reale è:

$$1 + r_{\text{nominale}} = (1 + r_{\text{reale}})\,(1 + \text{tasso di inflazione}) =$$
$$= 1 + r_{\text{reale}} + \text{tasso di inflazione} + (r_{\text{reale}}) \times (\text{tasso di inflazione})$$

Nel nostro esempio:

$$1.10 = 1.03774 \times 1.06$$

Quando il tasso d'inflazione è basso, assumere che $r_{reale} \times$ tasso di inflazione sia approssimativamente uguale a zero non è lontano dal vero. La formula diverrebbe quindi:

$$r_{nominale} = r_{reale} + \text{tasso di inflazione}$$

2.7 Uso delle formule del valore attuale per valutare le obbligazioni

In genere, quando possedete un'obbligazione ricevete una serie fissa di flussi di cassa: ogni anno sino alla sua scadenza ricevete gli interessi, mentre alla scadenza riavrete indietro il valore nominale del titolo.

Se volete comprare o vendere un'obbligazione, non dovete far altro che contattare un intermediario (una banca o una società d'intermediazione mobiliare) il quale vi dirà a quale prezzo è disposto a comprare o vendere.

Ipotizzate, per esempio, che nel luglio 2019 abbiate investito € 1000 in un titolo di Stato a 5 anni con interesse all'1.75% e valore nominale pari a 100. Ciò significa che ogni anno sino al 2024 riceverete una cedola pari a 1.75% × € 1000 = € 17.50. L'obbligazione scade nel 2024 e in quel momento riceverete l'interesse finale, pari a € 17.50 più il valore nominale di € 1000. I flussi di cassa che derivano dal possesso dell'obbligazione sono i seguenti:

Flussi di cassa				
2020	**2021**	**2022**	**2023**	**2024**
17.5	17.5	17.5	17.5	1017.5

A quanto ammonta il valore attuale di questi flussi di cassa? Per calcolarlo dobbiamo considerare il rendimento offerto da titoli simili. Ipotizzate che nel luglio 2019 altri titoli di Stato con durata simile offrissero lo 0.80%. Questo è il rendimento a cui gli investitori rinunciano per comprare l'obbligazione con cedola all'1.75%. Quindi, dobbiamo attualizzare i flussi di cassa allo 0.80%:

$$VA = \frac{17.5}{1.008} + \frac{17.5}{1.008^2} + \frac{17.5}{1.008^3} + \frac{17.5}{1.008^3} + \frac{17.5}{1.008^4} + \frac{1017.5}{1.008^5} = € 1046.38$$

I prezzi delle obbligazioni sono in genere espressi come percentuale del valore nominale. Quindi, possiamo dire che il nostro titolo con cedola 1.75% vale € 1046.38, ovvero 104.64%.

Forse avete intuito che esiste una scorciatoia per valutare la nostra obbligazione. Questa, infatti, è come se fosse un pacchetto formato da due investimenti: il primo è costituito dal pagamento delle 5 cedole, il secondo dal pagamento del valore nominale alla scadenza. Potete quindi usare la formula della rendita per valutare il pagamento delle cedole e al risultato aggiungere il valore attuale del pagamento finale:

$$\begin{aligned}
&\text{VA (obbligazione)} = \text{VA (cedole)} - \text{VA (pagamento finale)} = \\
&= (\text{cedola x fattore rendita quinquennale}) + \\
&+ (\text{pagamento finale x fattore di attualizzazione}) = \\
&17.50\left[\frac{1}{0.008} - \frac{1}{1.008(1.008)^5}\right] + \frac{1000}{1.008^5} = \\
&= 85.44 + 960.94 = €\,1046.38
\end{aligned}$$

Qualsiasi obbligazione può essere valutata come se fosse un pacchetto formato da una rendita (il pagamento delle cedole) e un pagamento unitario (il pagamento finale).

Invece di interrogarci circa il valore dell'obbligazione, avremmo potuto invertire la nostra domanda e chiederci: qual è il rendimento che gli investitori si aspettano se il prezzo dell'obbligazione è € 1046.38? In questo caso, dovremmo cercare il valore di r che risolve la seguente equazione:

$$€\,1046.38 = \frac{17.5}{1+r} + \frac{17.5}{(1+r)^2} + \frac{17.5}{(1+r)^3} + \frac{17.5}{(1+r)^4} + \frac{1017.5}{(1+r)^5}$$

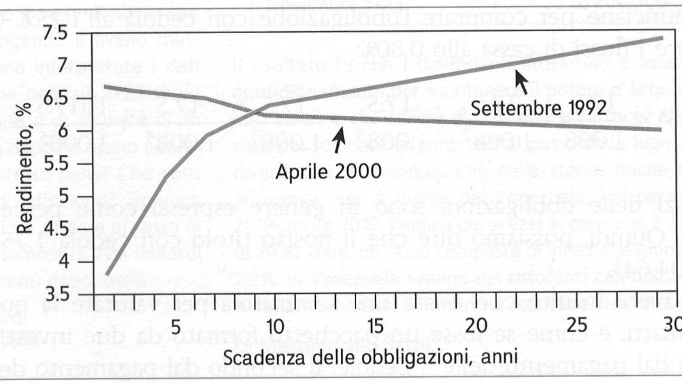
Il tasso r è chiamato *rendimento alla scadenza (yield to maturity)* o *tasso interno di rendimento (internal rate of return).* Nel nostro esempio r è 0.80%. Se attualizzate i flussi di cassa allo 0.80%, arrivate a un prezzo pari a € 1046.38. Come vedremo meglio nel Capitolo 6, l'unica procedura generale per calcolare r è attraverso tentativi. Potete comunque usare computer dotati di software dedicati o tavole finanziarie che mostrano i valori di r in corrispondenza di diverse cedole e diverse scadenze dell'obbligazione.

Notate che la formula che abbiamo usato per calcolare il valore attuale del titolo con cedola 1.75% è leggermente diversa dalla formula generale che abbiamo sviluppato nel Paragrafo 2.2.2, in cui era previsto che r_1, il tasso di rendimento offerto da un investimento di durata annuale, fosse diverso da r_2, il tasso di rendimento offerto da un investimento di durata biennale. Nel calcolare i valori attuali abbiamo usato sino a ora un solo tasso di attualizzazione. Allo stesso modo si può usare un unico tasso per attualizzare tutti i futuri flussi di cassa che derivano da un'obbligazione. In molti casi, usare un solo tasso di attualizzazione è un'approssimazione del tutto accettabile. Ci sono però casi in cui bisogna considerare che i tassi di interesse a breve termine sono diversi da quelli a lungo termine.

La relazione tra tassi a breve e a lungo termine viene chiamata struttura per scadenza dei tassi di interesse (*term structure*). Guardate la Figura 2.9 e notate l'inclinazione della struttura per scadenza dei tassi in due diversi anni. Nell'anno più recente l'inclinazione era negativa, i tassi di interesse a lungo termine erano infatti inferiori a quelli a breve; in quello precedente l'inclinazione era invece positiva, essendo i tassi a lungo termine maggiori di quelli a breve. Dovremmo chiederci come misurare la struttura per scadenza dei tassi di interesse e capire perché tassi a lunga scadenza e tassi a breve termine possono essere diversi. Le risposte non sono semplici. Vi dedicheremo attenzione nel Capitolo 23. Ora, dovete aspettare.

Figura 2.9

Tassi d'interesse a breve e lungo termine spesso non si muovono in parallelo. Negli Stati Uniti nel periodo compreso fra il settembre 1992 e l'aprile 2000 i tassi di interesse a breve aumentarono molto, mentre quelli a lungo termine diminuirono.



2.7.1 Che cosa succede quando i tassi di interesse cambiano?

I tassi di interesse variano. Nel 1994 i titoli di Stato italiani a 5 anni rendevano il 13.30%. In che modo il prezzo del nostro titolo a 5 anni sarebbe stato influenzato da una simile variazione dei tassi di interesse? A un tasso del 13.30% il prezzo del titolo sarebbe stato:

$$VA = \frac{17.5}{1.333} + \frac{17.5}{1.333^2} + \frac{17.5}{1.333^3} + \frac{17.5}{1.333^3} + \frac{17.5}{1.333^4} + \frac{1017.5}{1.333^5} = € 596.72$$

Se i tassi scendessero allo 0.4%, invece, il prezzo del titolo aumenterebbe a:

$$VA = \frac{17.5}{1.004} + \frac{17.5}{1.004^2} + \frac{17.5}{1.004^3} + \frac{17.5}{1.004^4} + \frac{1017.5}{1.333^5} = € 1066.70$$

Non è una sorpresa che all'aumentare (o al diminuire) dei tassi di interesse richiesti dagli investitori diminuisca (o aumenti) il prezzo che essi sono disposti a pagare per acquistare le obbligazioni.

Alcune obbligazioni sono più sensibili di altre a una variazione dei tassi di interesse. L'effetto può essere sostanziale quando la loro durata è lunga e trascurabile o quando essa è breve. Anche l'ammontare della cedola influisce sulla sensibilità. A parità delle altre condizioni, la sensibilità sarà bassa quando la cedola è alta e, viceversa, alta quando la cedola è bassa.

ESEMPIO 2.7

Sensibilità del prezzo di un'obbligazione al variare dei tassi di interesse Supponete di avere a disposizione l'obbligazione presentata in precedenza (cedola annua all'1.75%, durata 5 anni) e una seconda obbligazione di pari scadenza ma durata inferiore, per esempio 2 anni. Se il tasso di interesse è lo 0.80%, i prezzi delle due obbligazioni saranno € 1046.38 e € 1018.77, rispettivamente. Quale sarebbe la variazione di prezzo conseguente a un aumento del tasso di interesse pari a un punto percentuale? Ricalcoliamo i due prezzi. Avremo:

$$VA = \frac{17.5}{1.018} + \frac{17.5}{1.018^2} + \frac{17.5}{1.018^3} + \frac{17.5}{1.018^4} + \frac{1017.5}{1.018^5} = € 997.63$$

per la prima obbligazione, e:

$$VA = \frac{17.5}{1.018} + \frac{1017.5}{1.018^2} = € 999.03$$

per la seconda. Il prezzo delle due obbligazioni è sceso (come ci aspettavamo), ma la prima obbligazione risulta più sensibile alla variazione di tasso rispetto alla seconda. Infatti, in termini percentuali, il prezzo dell'obbligazione a più lunga scadenza perde il 4.66% (= 997.63/1046.38 – 1), mentre il prezzo di quella a più breve scadenza solo l'1.94 (= 999.03/1018.77 – 1). Si tratta di una regola generale: a parità di altre condizioni, più lunga è la scadenza, più sensibile è il prezzo dell'obbligazione alle variazioni dei tassi di interesse.

ESEMPIO 2.8

Sensibilità del prezzo di un'obbligazione al variare dei tassi di interesse: l'effetto della cedola Supponete ora di avere a disposizione le seguenti due obbligazioni: l'obbligazione precedentemente citata (cedola annua all'1.75%, durata 5 anni) e una seconda obbligazione di pari durata ma cedola inferiore, per esempio 1% all'anno. Se il tasso di interesse è lo 0.80%, i prezzi delle due obbligazioni saranno € 1046.38 e € 1009.76, rispettivamente. Quale sarebbe la variazione di prezzo conseguente a un aumento del tasso di interesse pari a un punto percentuale? Ricalcoliamo i due prezzi. Avremo un nuovo prezzo di €997.63 per la prima obbligazione, e un prezzo di 962.07 per la seconda. Il prezzo delle due obbligazioni è sceso (come ci aspettavamo), ma la secon-