

Calcolo dei valori attuali e principi di valutazione delle obbligazioni

r	Rendimento richiesto o costo opportunità del capitale
VA	Valore attuale
VAN	Valore attuale netto
FA_t	Fattore di attualizzazione per flussi di cassa al tempo t
C_t	Flusso di cassa al tempo t
Σ	Sommatoria
g	Tasso di crescita

$$FA = \frac{1}{1+r}$$

$$VA = FA \times C_1 = \frac{C_1}{1+r}$$

$$VAN = C_0 + \frac{C_1}{1+r}$$

$$VA = \frac{1}{r} \quad \text{Rendita perpetua}$$

$$VA = \frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^t} \quad \text{Rendita annua}$$

$$VA = \frac{1}{r-g} \quad \text{Rendita perpetua crescente}$$

Le imprese investono in una grande varietà di attività reali, ma anche le persone fanno investimenti. Gli studi universitari possono costare molti soldi, ma è un investimento che gli studenti, o meglio le loro famiglie, fanno nella speranza di essere ripagati con maggiori stipendi nel futuro.

Le imprese finanziano i loro investimenti raccogliendo denaro in molti modi. Possono ad esempio indebitarsi con una banca promettendo di pagare un interesse nel futuro. Anche gli studenti possono finanziare i loro studi universitari indebitandosi (in molti paesi questa è di fatto l'unica soluzione possibile).

Tutte queste decisioni richiedono di confrontare movimenti di cassa in differenti periodi. Uno studente dovrebbe chiedersi se il suo salario futuro sarà sufficientemente alto per giustificare quanto ha speso per i suoi studi. Oppure, se sarà in grado di rimborsare il debito che ha contratto per finanziarli.

In questo capitolo facciamo il primo passo per capire la relazione fra il valore di un euro oggi e quello di un euro nel futuro.

Cominciamo con un semplice esempio numerico: dovreste investire per costruire un palazzo di uffici nella spe-

ranza di poterlo vendere con profitto il prossimo anno. La teoria finanziaria dice di sì se il valore attuale netto è positivo, cioè se il valore corrente del nuovo edificio è maggiore dell'investimento necessario per costruirlo. Nel nostro esempio il valore attuale netto è positivo, essendo il rendimento dell'investimento maggiore del costo opportunità del capitale.

L'obiettivo del capitolo è definire e spiegare i concetti di valore attuale netto, di tasso di rendimento e di costo opportunità del capitale. Presenteremo alcune formule particolari e le scorciatoie utilizzabili per rendere i calcoli più veloci. In particolare, mostreremo come fare per valutare un investimento che produce una serie di flussi di cassa costanti all'infinito (rendita perpetua) o per un numero limitato di anni (rendita annua). Ci occuperemo anche degli investimenti che producono una serie di pagamenti che crescono a un tasso costante all'infinito. Sarete così in grado di osservare come ognuna di queste procedure possa essere impiegata per prendere una varietà di decisioni finanziarie personali. Nei capitoli successivi mostreremo come le stesse tecniche siano usate anche dalle grandi imprese per valutare progetti di investimento multimilionari ed emissioni di titoli.

Il significato del termine "tasso di interesse" è intuitivo; vedremo però come possa essere definito in vari modi. Spiegheremo la differenza fra interesse semplice e interesse composto, e illustreremo gli effetti dei diversi intervalli di capitalizzazione. Concluderemo il capitolo utilizzando quanto discusso

per valutare un'obbligazione. Saremo necessariamente sintetici. Uno spazio adeguato all'argomento, molto importante, sarà dedicato nei Capitoli 23 e 24. Otterrete un rendimento dall'investimento mentale effettuato studiando a fondo il concetto di valore attuale.

2.1 Introduzione al valore attuale

Ipotizziamo che il vostro edificio sia andato distrutto in un incendio, lasciandovi un'area libera del valore di € 50000 e un assegno di € 200000 della società assicuratrice. Prendendo in esame la ricostruzione, il vostro agente immobiliare vi suggerisce la riconversione dell'immobile in un edificio per uffici. Il costo di edificazione sarebbe di € 300000, a cui occorre aggiungere il costo del terreno, che potrebbe essere altrimenti venduto a € 50000. L'agente immobiliare prevede una carenza di spazi a uso ufficio e stima che tra un anno il prezzo di vendita del nuovo edificio sarà di € 400000. Quindi, l'investimento sarebbe di € 350000, nell'attesa di realizzare € 400000 tra un anno. Dovreste procedere con l'investimento se il *valore attuale* del ricavo atteso di € 400000 è maggiore dell'investimento di € 350000. Quindi dovete domandarvi: "Qual è il valore attuale di € 400000 tra un anno, e questo valore attuale è maggiore di € 350000?"

■ Valore attuale

Valore attualizzato dei flussi di cassa futuri.

2.1.1 ■ Calcolo del valore attuale

Il valore attuale di € 400000 a un anno da oggi deve essere minore di € 400000. Dopo tutto *un euro oggi vale di più di un euro domani*, poiché l'euro oggi può essere investito e iniziare a dare interessi immediatamente. Questo è il primo principio base della finanza. I financial manager esprimono questa concettualità con la locuzione di *valore temporale del denaro*. Il valore attuale di un ricavo futuro può essere trovato moltiplicando il ricavo per un *fattore di attualizzazione* minore di 1 (se il fattore di attualizzazione fosse maggiore di 1, un euro oggi varrebbe meno di un euro domani). Se C_1 è il ricavo atteso nel periodo 1 (un anno da oggi), allora:

$$\text{valore attuale (VA)} = \text{fattore di attualizzazione (FA)} \times C_1$$

Questo fattore di attualizzazione è espresso come il reciproco di 1 più un tasso di rendimento:

$$\text{FA} = \frac{1}{1+r}$$

Il tasso di rendimento r è il premio che gli investitori domandano per accettare la posticipazione del ricavo.

Consideriamo ora l'investimento immobiliare, ipotizzando, per il momento, che il ricavo di € 400000 sia sicuro. Un palazzo di uffici non è l'unico modo per ottenere € 400000 tra un anno. Potreste investire in titoli di Stato con scadenza a un anno. Supponete che questi titoli diano un interesse del 7%. Quanto occorrerebbe investire per ottenere € 400000 alla fine dell'anno? Semplice: dovreste investire € 400000/1.07, cioè € 373832. Quindi, a un tasso di interesse del 7%, il valore attuale di € 400000 a un anno da oggi è € 373832.

Ipotizziamo che, non appena avete destinato il terreno e iniziato la costruzione dell'edificio, decidiate di vendere il progetto. A quanto lo potete vendere? Questa è un'altra semplice domanda. Dal momento che la proprietà consente di ricavare € 400000, gli investitori sono disposti a pagare € 373832. Questo è quanto costerebbe loro un ricavo di € 400000 investendo in titoli di Stato. Naturalmente, potreste vendere la proprietà

■ Fattore di attualizzazione

Valore attuale di una somma di valore unitario ricevuta in una specifica data.

per meno, ma perché vendere per meno quando il mercato offre di più? Il valore attuale di € 373 832 è il solo prezzo fattibile che soddisfa venditore e compratore. Per questo, il valore attuale della proprietà è anche il suo prezzo di mercato.

Per calcolare il valore attuale, scontiamo le entrate future attese con il tasso di rendimento offerto da investimenti alternativi e confrontabili. Questo tasso di rendimento è spesso chiamato *tasso di attualizzazione*, *rendimento richiesto*, oppure *costo opportunità del capitale*. È chiamato *costo opportunità* poiché rappresenta la remunerazione a cui si rinuncia investendo nel progetto piuttosto che in titoli. Nel nostro esempio, il costo opportunità era il 7%. Il valore attuale era ottenuto dividendo € 400 000 per 1.07:

$$VA = FA \times C_1 = \frac{1}{1+r} \times C_1 = \frac{400\,000}{1.07} = 373\,832$$

2.1.2 ■ Valore attuale netto

L'edificio è valutato € 373 832, ma ciò non significa che siete più ricchi di € 373 832. Vi siete impegnati per € 350 000, quindi il *valore attuale netto* è € 23 832. Il valore attuale netto (VAN) si trova sottraendo l'investimento richiesto:

$$VAN = VA - \text{investimento richiesto} = 373\,832 - 350\,000 = € 23\,832$$

In altre parole, il progetto di un immobile per uffici vale più di quello che costa: aggiunge un contributo netto al valore. La formula per calcolare il VAN può essere così scritta:

$$VAN = C_0 + \frac{C_1}{1+r}$$

ricordando che C_0 , il flusso di cassa del periodo 0 (cioè oggi), sarà di solito un numero negativo. In altre parole, C_0 è un investimento, cioè un flusso di cassa in uscita. Nell'esempio $C_0 = -€ 350\,000$.

2.1.3 ■ Rischio e valore attuale

Abbiamo fatto un'ipotesi irrealistica nell'esposizione della riconversione dell'immobile: l'agente immobiliare non può essere sicuro del valore futuro dell'edificio. La cifra di € 400 000 rappresenta la migliore previsione, ma non è una certezza.

Di conseguenza, la conclusione su quanto gli investitori sarebbero disposti a pagare per l'immobile è sbagliata. Dal momento che possono ricevere € 400 000 con certezza acquistando titoli di Stato per € 373 832, non compreranno l'edificio per lo stesso ammontare. Per attirare gli investitori, dovrete ridurre il prezzo richiesto.

Qui si può invocare un secondo principio base della finanza: *un euro sicuro vale più di uno rischioso*. La maggior parte degli investitori evita il rischio, quando può, senza sacrificare il rendimento. In ogni caso, i concetti di valore attuale e di costo opportunità del capitale hanno ancora senso per investimenti rischiosi. È ancora corretto attualizzare le entrate con il tasso di rendimento offerto da investimenti comparabili. Dobbiamo però ragionare in termini di entrate attese e di tassi di rendimento attesi da investimenti alternativi.¹

Non tutti gli investimenti sono ugualmente rischiosi. Il progetto dell'edificio per uffici è più rischioso dei titoli di Stato, ma è probabilmente meno rischioso del mettersi a perforare il giardino alla ricerca del petrolio. Supponete che il progetto sia rischioso quanto un investimento nel mercato azionario e che prevediate un tasso di rendimento del 12% per quest'ultimo investimento. Allora, il 12% diventa il costo opportunità del capitale appropriato. Questo è ciò a cui state rinunciando non investendo in un titolo confrontabile. Potete ora ricalcolare il VAN:

$$VA = \frac{400\,000}{1.12} = € 357\,143$$

$$VAN = 357\,143 - 350\,000 = € 7\,143$$

■ Tasso di attualizzazione

Tasso usato per calcolare il valore attuale di flussi di cassa futuri.

■ Rendimento richiesto

Tasso di rendimento minimo accettabile di un progetto di investimento.

■ Costo opportunità del capitale

Rendimento a cui si rinuncia investendo in un progetto invece che in un'attività finanziaria con lo stesso rischio.

■ Valore attuale netto (VAN)

Creazione netta di valore di un investimento. Valore attuale meno investimento iniziale.

¹ Definiremo il termine "atteso" in modo più preciso nel Capitolo 10. Per ora, pensate a un ritorno atteso come a una previsione realistica, non ottimistica o pessimistica. Le previsioni dei risultati attesi sono in media corrette.

Se gli altri investitori concordano con la previsione di un'entrata di € 400 000 e con la stima del 12% come costo opportunità del capitale, la vostra proprietà dovrebbe valere € 357 143 all'inizio dei lavori. Se provaste a venderla per più di questa cifra, non trovereste compratori, poiché la proprietà offrirebbe un tasso di rendimento inferiore al 12%, che invece è offerto dal mercato dei titoli azionari. L'immobile a uso uffici tuttora presenta un incremento netto di valore, ma questo è molto inferiore a quello indicato dai precedenti calcoli.

Nel Capitolo 1 abbiamo detto che il financial manager deve occuparsi del tempo e dell'incertezza e dei loro effetti sul valore. Questo è chiaramente il caso dell'esempio. Il ricavo di € 400 000 varrebbe esattamente questo valore se fosse realizzato istantaneamente. Se l'immobile fosse privo di rischio, come i titoli di Stato, il ritardo di un anno ridurrebbe il valore a € 373 832. Se l'edificio fosse rischioso quanto l'investimento nel mercato azionario, l'incertezza ridurrebbe il valore di altri € 16 689, portandolo a € 357 143.

Sfortunatamente, adattare il valore delle attività al tempo e all'incertezza è spesso più complesso di quanto suggerito nell'esempio riportato. Di conseguenza, prenderemo in considerazione i due effetti separatamente. Eviteremo in gran parte il problema del rischio fino al Capitolo 8, trattando tutte le entrate come se fossero conosciute con certezza, oppure parleremo di flussi di cassa attesi e tassi di rendimento attesi, senza preoccuparci di come il rischio sia definito o misurato. Dopo di che, nel Capitolo 9, esamineremo come i mercati dei capitali si rapportano al problema del rischio.

2.1.4 ■ Valori attuali e tassi di rendimento

Abbiamo deciso che la costruzione di un immobile adibito a uffici è un affare, dal momento che vale più di quello che costa, ovvero ha un valore attuale netto positivo. Per calcolare quanto valga, abbiamo esaminato quanto dovremmo investire direttamente in titoli per ottenere lo stesso reddito. Il valore attuale del progetto è uguale al suo reddito futuro attualizzato al tasso di rendimento offerto da questi titoli.

Possiamo riesprimere questo concetto dicendo che vale la pena di fare la speculazione immobiliare, poiché il rendimento supera il costo del capitale. Il rendimento del capitale investito è semplicemente il profitto espresso in rapporto alla spesa iniziale:

$$\text{rendimento} = \frac{\text{profitto}}{\text{investimento}} = \frac{400\,000 - 350\,000}{350\,000} = 14\%$$

Il costo del capitale investito è ancora una volta il rendimento a cui si rinuncia non investendo in titoli. In questo caso, se il rischio connesso all'investimento immobiliare è più o meno quello che si sopporta investendo nel mercato azionario, il rendimento a cui rinunciamo è il 12%. Dal momento che il rendimento dell'immobile (14%) supera il suo costo (12%), dovremmo dare inizio ai lavori e scavare le fondamenta dell'edificio.

Ricapitolando, abbiamo due regole per selezionare gli investimenti.

ESEMPIO 2.1

Ipotizzate di poter acquistare a un prezzo di € 250 000 un terreno a uso agricolo dell'estensione di 5 ettari sulle colline fuori città, comprensivo di un casolare che avete intenzione di ristrutturare. Un vostro amico esperto immobiliare vi informa che la ristrutturazione potrebbe venirvi a costare attorno a € 100 000, ma che così facendo a distanza di un anno il valore della vostra proprietà salirà a € 90 000 all'ettaro. L'amico vi suggerisce anche che il costo opportunità del capitale per progetti di pari rischiosità è 15%. Procedete dunque all'acquisto? Le due regole che abbiamo mostrato in precedenza rispondono affermativamente. Infatti, per calcolare il valore attuale netto sottraiamo l'in-

² Potete vedere da soli che queste regole sono equivalenti. In altre parole, se il rendimento di $50\,000/350\,000$ è maggiore di r , allora il valore attuale netto, $-350\,000 + [400\,000/(1 + r)]$, deve essere maggiore di 0.

vestimento di € 350 000 (ossia, il costo di acquisto più le spese di ristrutturazione) dal valore attuale del vostro appezzamento di terreno tra un anno:

$$\text{VAN} = \frac{90\,000 \times 5}{1.15} - 350\,000 = € 41\,304$$

Dato che il VAN è positivo accettate l'investimento. Il tasso di rendimento offerto è dato da:

$$\text{rendimento} = \frac{90\,000 \times 5 - 350\,000}{350\,000} = 28.57\%$$

ed esso è superiore al costo opportunità del capitale. Di nuovo, la regola del tasso di rendimento vi suggerisce di procedere con l'investimento.

ESEMPIO 2.2

Riprendiamo l'esempio precedente, e supponiamo che non vi fidiate dell'amico esperto immobiliare. Dunque, stimate autonomamente il rischio futuro legato al valore di un ettaro del vostro terreno a seconda delle condizioni dell'economia (potremmo dire, del mercato dei terreni a uso agricolo). Il valore per ettaro dei terreni adiacenti al vostro è di € 50 000, con un valore futuro stimato in (i tre stati dell'economia sono equiprobabili):

recessione	normale	crescita
40 000	60 000	80 000

Il ritorno atteso è dunque:

$$\text{ritorno atteso} = \frac{40\,000 + 60\,000 + 80\,000}{3} = € 60\,000$$

e pertanto il rendimento atteso (costo del capitale) è pari a:

$$\text{rendimento atteso} = \frac{60\,000 - 50\,000}{50\,000} = 20\%$$

Dato che il rendimento offerto dal vostro investimento (28.57%) è ancora maggiore del costo del capitale, accettate l'investimento. Notate però che a un costo del capitale di 20% il VAN è inferiore, ossia:

$$\text{VAN} = \frac{90\,000 \times 5}{1.20} - 350\,000 = € 25\,000$$

1. *Regola del valore attuale netto.* Accettate gli investimenti che hanno valore attuale netto positivo.
2. *Regola del tasso di rendimento.* Accettate gli investimenti che offrono tassi di rendimento superiori al loro costo opportunità del capitale.

ESEMPIO 2.3

Vi offrono la seguente opportunità: investite € 100 000 oggi per ricevere alla fine dell'anno, secondo lo stato dell'economia, i seguenti ritorni:

recessione	normale	crescita
80 000	110 000	140 000

Se i tre stati dell'economia sono equiprobabili, il ritorno atteso del vostro progetto è semplicemente la media dei tre ritorni possibili:

$$\text{ritorno atteso} = C_1 = \frac{80000 + 110000 + 140000}{3} = \text{€ } 110000$$

Il ritorno atteso è € 110000, che non è ovviamente certo. Potrebbe essere € 30000 in più o in meno del livello atteso. Dovete decidere se il valore attuale di questo ritorno è maggiore dell'investimento iniziale.

Ipotizzate di sapere che l'azione dell'impresa X abbia uguali incerte prospettive. Il prezzo corrente dell'azione è € 95.65 e dopo un anno, secondo lo stato dell'economia, il prezzo potrà variare nel seguente modo:

recessione	normale	crescita
80	110	140

Essendo i tre stati dell'economia ugualmente probabili, il ritorno atteso dell'azione X è:

$$\text{ritorno atteso} = \frac{80 + 110 + 140}{3} = \text{€ } 110$$

Quindi, se voi investite nell'azione, impiegate € 95.65 oggi per un ritorno atteso di € 110 alla fine dell'anno. Il rendimento atteso dell'azione è:

$$\text{rendimento atteso} = \frac{\text{ritorno atteso}}{\text{investimento}} = \frac{110 - 95.65}{95.65} = 0.15, \text{ ovvero } 15\%$$

Questo è il rendimento atteso a cui voi rinunciate investendo nel progetto piuttosto che nel mercato azionario. In altre parole, è il costo opportunità del capitale.

Per valutare il progetto, dovete attualizzare i flussi di cassa attesi al costo opportunità del capitale:

$$VA = \frac{110000}{1.15} = \text{€ } 95650$$

Questo è ciò che costerebbe agli investitori acquistare un flusso di cassa atteso di € 110000 nel mercato azionario (è possibile farlo acquistando 1000 azioni dell'impresa X). Si tratta dunque della somma che gli investitori sarebbero disposti a pagare per il vostro progetto.

Per calcolare il suo valore attuale netto, dovete sottrarre l'investimento iniziale:

$$VAN = 95650 - 100000 = -\text{€ } 4350$$

Il progetto vale € 4350 in meno di quello che costa e, pertanto, non deve essere intrapreso.

Notate che potete arrivare alla stessa conclusione confrontando il rendimento atteso del progetto con il costo del capitale:

$$\text{rendimento atteso del progetto} = \frac{\text{ritorno atteso}}{\text{investimento}} =$$

$$= \frac{110000 - 100000}{100000} = 0.10, \text{ ovvero } 10\%$$

Il rendimento atteso del progetto è inferiore al 15% che gli investitori si possono aspettare di guadagnare investendo nel mercato azionario e dunque il progetto non deve essere intrapreso.

2.1.5 ■ Costo opportunità del capitale

Il costo opportunità del capitale è un concetto così importante che forniremo un ulteriore esempio.

Nella vita reale non è possibile, ovviamente, restringere i futuri stati dell'economia a tre semplici situazioni (recessione, normale, crescita). Nell'Esempio 2.3 abbiamo inoltre

semplificato ipotizzando una coincidenza perfetta fra i ritorni dell'investimento in 1000 azioni dell'impresa X e quelli dell'investimento nel progetto.

In ogni caso, è il concetto principale dell'esempio che si riscontra nella vita reale. Ricordatevelo: il costo opportunità del capitale di un investimento in un progetto è il tasso di rendimento atteso richiesto dagli investitori per un investimento in azioni o altri titoli che hanno lo stesso rischio del progetto. Il valore attuale che si ottiene attualizzando i flussi di cassa attesi del progetto al suo costo opportunità del capitale è l'ammontare che gli investitori, compresi i vostri azionisti, sarebbero disposti a pagare per il progetto. Ogni volta che intraprendete un progetto a VAN positivo, un progetto il cui valore attuale è maggiore dell'investimento iniziale, rendete più ricchi i vostri azionisti.

2.2 Valutazione delle attività a lungo termine

Abbiamo visto che il valore attuale (VA) di un'attività che genera un flusso di cassa (C_1) a un anno da oggi è pari a:

$$VA = FA_1 \times C_1 = \frac{C_1}{1+r}$$

Il fattore di attualizzazione per i flussi di cassa a un anno è FA_1 e r_1 è il costo opportunità del capitale nell'anno 1. Ipotizzate di ricevere sicuramente € 100 tra un anno ($C_1 = 100$) e che il tasso di interesse dei titoli di Stato sia il 7% ($r_1 = 0.07$). Allora, il valore attuale è uguale a:

$$VA = \frac{C_1}{1+r_1} = \frac{100}{1.07} = € 93.46$$

Il valore attuale di un flusso di cassa fra due anni può essere scritto nello stesso modo come:

$$VA = FA_2 \times C_2 = \frac{C_2}{(1+r_2)^2}$$

C_2 è il flusso di cassa dell'anno 2, FA_2 è il fattore di attualizzazione per il flusso di cassa fra due anni e r_2 è il tasso di interesse annuo di un investimento che dura due anni. Continuando con questo esempio, supponete di avere un altro flusso di cassa di € 100 nell'anno 2 ($C_2 = 100$). Il tasso di interesse per i titoli di Stato di durata biennale è il 7.7% annuo ($r_2 = 0.077$); ciò significa che € 1 investito in un titolo a due anni crescerà fino a $1.077^2 = € 1.16$ alla fine dei due anni. Il valore attuale del flusso di cassa fra due anni è:

$$VA = \frac{C_2}{(1+r_2)^2} = \frac{100}{(1.077)^2} = € 86.21$$

2.2.1 ■ Valutazione dei flussi di cassa di più periodi

Una delle qualità del valore attuale è che è sempre espresso in valuta corrente: i valori attuali sono pertanto sommabili tra loro. In altre parole, il valore attuale del flusso di cassa A + B è uguale al valore attuale del flusso di cassa A più il valore attuale del flusso di cassa B. Questo simpatico risultato ha importanti implicazioni per investimenti che generano flussi di cassa in diversi periodi (Figura 2.1).

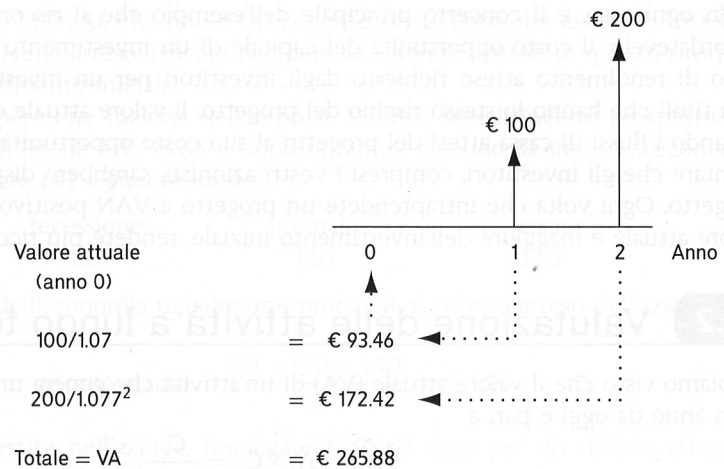
Abbiamo calcolato in precedenza il valore di un'attività che genera un flusso di cassa C_1 nell'anno 1 e il valore di un'altra attività che genera un flusso di cassa C_2 nell'anno 2. Seguendo la regola dell'additività, possiamo trovare il valore di un'attività che genera flussi di cassa in ognuno dei due anni. Questo è semplicemente:

$$VA = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2}$$

Possiamo ovviamente continuare per questa strada e trovare il valore attuale di una serie di flussi di cassa lungo il tempo:

Figura 2.1

Valore attuale di un investimento che genera flussi di cassa di € 100 nell'anno 1 e di € 200 nell'anno 2.



$$VA = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \frac{C_3}{(1+r_3)^3} + \dots + \frac{C_T}{(1+r_T)^T}$$

■ Flusso di cassa attualizzato (DCF)

Flusso di cassa futuro moltiplicato per un fattore di attualizzazione per ottenere il suo valore attuale.

Questa è chiamata formula del *flusso di cassa attualizzato* (DCF, *Discounted Cash Flow*). Un modo sintetico per scriverla è:

$$VA = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

dove il simbolo Σ si riferisce alla somma della serie dei flussi di cassa, e T è l'ultimo periodo di tempo. Per trovare il valore attuale netto sommiamo il flusso di cassa iniziale (di solito negativo), esattamente come nel caso relativo a un solo periodo:

$$VAN = C_0 + VA = C_0 + \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$

2.2.2 ■ Perché il fattore di attualizzazione diminuisce all'aumentare della durata temporale (e una digressione sulle macchine da soldi)

Se un euro domani vale meno di un euro oggi, si potrebbe sospettare che un euro dopodomani debba valere ancora meno. In altri termini, il fattore di attualizzazione FA_2 dovrebbe essere minore del fattore di attualizzazione FA_1 . Se però il tasso di interesse r_t è diverso in ogni periodo, ciò è veramente necessario?

Supponete che r_1 sia il 20% e r_2 sia il 7%. Allora:

$$FA_1 = \frac{1}{1.20} = 0.83$$

$$FA_2 = \frac{1}{(1.07)^2} = 0.87$$

Apparentemente, l'euro ricevuto dopodomani non vale necessariamente meno dell'euro ricevuto domani.

C'è però qualcosa di sbagliato in questo esempio. Chiunque possa dare e prendere a prestito con questi tassi di interesse potrebbe diventare milionario in un solo giorno. Vediamo meglio come funzionerebbe questa "macchina da soldi". Supponete che la prima persona che sfrutti questa opportunità sia Hermione Kraft. La signora Kraft in

primo luogo presta € 1000 per un anno al 20%. Si tratta di un rendimento sufficiente-
 mente attraente, ma la signora nota che è possibile ottenere un profitto *immediato* dal
 suo investimento ed essere di nuovo in grado di ripetere il giochetto. Lei ragiona nel
 modo seguente. Il prossimo anno disporrà di € 1200 che possono essere reinvestiti per
 un ulteriore anno. Anche se non conosce il tasso di interesse futuro, sa comunque che
 è possibile depositare i suoi soldi presso una banca con la certezza di ricevere € 1200
 alla fine dell'anno 2. La sua mossa seguente, di conseguenza, è andare alla sua banca e
 prendere a prestito il valore attuale di questi € 1200. Con un tasso di interesse del 7%
 questo valore attuale è:

$$VA = \frac{1200}{(1.07)^2} = € 1048$$

Così, la signora Kraft investe € 1000, prende a prestito € 1048 e se ne può andare con
 un profitto di € 48. Se non vi sembra molto alto, ricordatevi che il gioco può essere
 ripetuto immediatamente, questa volta con € 1048. La signora Kraft diventerà miliona-
 ria (al lordo delle imposte), ripetendo l'operazione solo 147 volte.³

Naturalmente, questa storia è totalmente fantastica. Un'opportunità come questa
 non durerebbe a lungo in un mercato dei capitali efficiente. Qualsiasi banca che vi
 consentisse di dare a prestito per un anno al 20%, e di prendere a prestito per due
 anni al 7%, sarebbe spazzata via da una moltitudine di piccoli investitori che aspirano
 a diventare milionari e da una frotta di milionari che sperano di diventare miliardari.
 In ogni caso, da questa storia si possono ricavare due insegnamenti. Il primo è che € 1
 domani non può valere meno di € 1 dopodomani. In altri termini: il valore di € 1
 ricevuto alla fine dell'anno 1 (FA_1) deve essere maggiore del valore di € 1 ricevuto alla
 fine dell'anno 2 (FA_2). Ci deve essere un qualche guadagno extra⁴ nel prestare per due
 periodi invece che per uno solo: $(1 + r_2)^2$ deve essere maggiore di $1 + r_1$.

Il secondo insegnamento è di carattere più generale e può essere riassunto nella
 regola: "Le macchine da soldi non esistono". Il termine tecnico per indicare una "mac-
 china da soldi" è *arbitraggio*. Nei mercati dei capitali efficienti, in cui i costi di transa-
 zione sono bassi, le opportunità di arbitraggio vengono eliminate quasi istantaneamente
 dagli investitori che provano a trarne vantaggio. Gli economisti hanno in mente la
 stessa cosa quando parlano di *legge del prezzo unico*. Con questa locuzione intendono
 che due attività identiche devono essere vendute allo stesso prezzo, altrimenti gli inve-
 stitori potrebbero realizzare profitti da arbitraggio acquistando l'attività sottovalutata e
 vendendo quella sopravvalutata.

Più avanti in questo volume chiameremo in causa la non esistenza delle macchine
 da soldi per provare alcune utili proprietà dei prezzi dei titoli. Cioè, faremo affermazioni
 come: "I prezzi dei titoli X e Y devono essere in questa relazione: altrimenti esisterebbe
 una macchina da soldi e i mercati dei capitali non sarebbero in equilibrio".

Affermare che non esistono "macchine da soldi" non implica che i tassi di interes-
 se debbano essere uguali in tutti i periodi futuri. La relazione tra il tasso di interesse
 e la scadenza dei flussi di cassa è chiamata *struttura per scadenza dei tassi di interesse*.
 Esamineremo la struttura per scadenza nel Capitolo 23; per ora ricorremo all'astuzia
 di semplificare il problema, assumendo che la struttura per scadenza sia piatta: in altre
 parole, che il tasso di interesse sia lo stesso a prescindere dalla scadenza del flusso di
 cassa. Ciò significa che si può sostituire la serie dei tassi di interesse, r_1, r_2, \dots, r_t ecc., con
 un singolo tasso r e che si può scrivere la formula del valore attuale come:

$$VA = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots$$

³ $1000 \times (1.04813)^{147} = € 1002000$.

⁴ Il rendimento addizionale che deriva dal concedere un prestito per 2 anni piuttosto che per 1 è spesso
 chiamato *tasso di rendimento a termine*. La regola esposta dice che il tasso a termine non può essere negativo.



Capitolo 23

Esplorate le ulteriori risorse
 disponibili online

2.2.3 ■ Calcolo dei valori attuali e dei valori attuali netti

Abbiamo ricevuto brutte notizie riguardo all'affare dell'immobile a uso uffici (quello descritto all'inizio del capitolo); l'appaltatore ci comunica che per la costruzione occorrono due anni invece di uno e richiede pagamenti secondo lo schema seguente.

1. Un anticipo di € 100 000 (il terreno, che vale € 50 000, deve essere impegnato immediatamente).
2. Un pagamento di € 100 000 differito di un anno.
3. Un pagamento finale di € 100 000, quando l'edificio sarà pronto per essere occupato, alla fine del secondo anno.

Il vostro consulente immobiliare afferma che, malgrado il ritardo, l'edificio quando sarà completato varrà € 400 000.

Tutto ciò rende necessario elaborare una nuova serie dei flussi di cassa previsti:

Periodo	t = 0	t = 1	t = 2
Terreno	-50 000		
Costruzione	-100 000	-100 000	-100 000
Entrate			+400 000
Totale	$C_0 = -150 000$	$C_1 = -100 000$	$C_2 = 300 000$

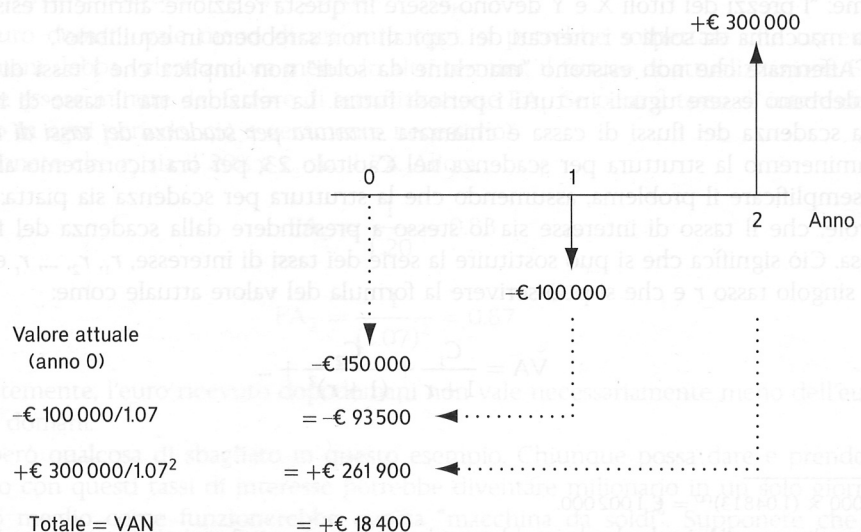
Se il tasso di interesse è il 7%, il VAN è:

$$VAN = C_0 + \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} = -150 000 - \frac{100 000}{1.07} + \frac{300 000}{(1.07)^2}$$

Fortunatamente, le notizie riguardo alla costruzione dell'immobile non sono del tutto cattive. L'appaltatore è disponibile ad accettare una dilazione del pagamento; ciò significa che il valore attuale del compenso dovutogli è inferiore. Questo in parte compensa il ritardo della riscossione. Come mostra la Figura 2.2, il valore attuale netto è € 18 400, una diminuzione non rilevante rispetto agli € 23 800 calcolati nel capitolo. Dal momento che il valore attuale netto è positivo, dovrete comunque procedere con l'investimento.

Figura 2.2

Calcoli che mostrano il valore attuale netto del progetto di investimento dell'immobile per uffici.



2.3 Alla ricerca di scorciatoie: rendite perpetue e annue

2.3.1 ■ Come valutare una rendita perpetua

In alcuni casi, ci sono delle scorciatoie che rendono molto facile il calcolo del valore attuale di un'attività che offre un rendimento in diversi periodi. Vediamo alcuni esempi.

La storia ci ricorda che fra inglesi e francesi sono state ingaggiate dispute di varia natura e sono stati persino combattuti conflitti armati. Talvolta, alla fine di un conflitto, poteva capitare che il Governo britannico consolidasse il debito contratto durante la guerra. I titoli emessi in questi casi erano chiamati *consol*. Un *consol* è un'obbligazione *irredimibile*, ovvero una *rendita perpetua*. Si tratta di un'obbligazione per la quale il Governo non si assume l'impegno del rimborso del capitale, ma che offre un rendimento per ogni anno in eterno.⁵ Il tasso di rendimento di una rendita perpetua è uguale al pagamento annuo promesso diviso per il valore attuale:⁶

$$\text{tasso di rendimento} = \frac{\text{flusso di cassa}}{\text{valore attuale}}$$

$$r = \frac{C}{VA}$$

Ovviamente, possiamo invertire i termini della formula e trovare il valore attuale di una rendita perpetua, dati il tasso di attualizzazione r e il prezzo pagato C .

$$VA = \frac{C}{r}$$

Immaginate ora di trovarvi nel 2030. Avete avuto un successo straordinario e siete diventati plurimiliardari. È stata una fortuna per voi che abbiate frequentato questo corso di finanza tanti anni prima. Avete deciso di seguire le orme di due dei vostri eroi, Bill Gates e Warren Buffett. La malaria è ancora un flagello e voi volete contribuire a sradicarla, insieme con altre malattie infettive, sovvenzionando una fondazione che si occupi di finanziare la ricerca contro queste patologie. Intendete fare una donazione di € 1 miliardo all'anno a partire dal prossimo anno. Così, se il tasso di interesse è il 10%, l'ammontare che dovrete versare è:

$$\text{valore attuale della rendita perpetua} = \frac{C}{r} = \frac{\text{€ 1 miliardo}}{0.1} = \text{€ 10 miliardi}$$

⁵ Volontariamente, nel 2015 il Governo britannico ha rimborsato tutti i *consol*.

⁶ Questo si può provare scrivendo la formula del valore attuale:

$$VA = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots$$

Ora, poniamo $C/(1+r) = a$ e $1/(1+r) = x$. Dunque:

$$VA = a(1 + x + x^2 + \dots) \quad (1)$$

Moltiplicando ambo i membri per x , otteniamo:

$$VAx = a(x + x^2 + \dots) \quad (2)$$

Sottraendo la (2) dalla (1), otteniamo:

$$VA(1 - x) = a$$

Quindi, sostituendo a e x :

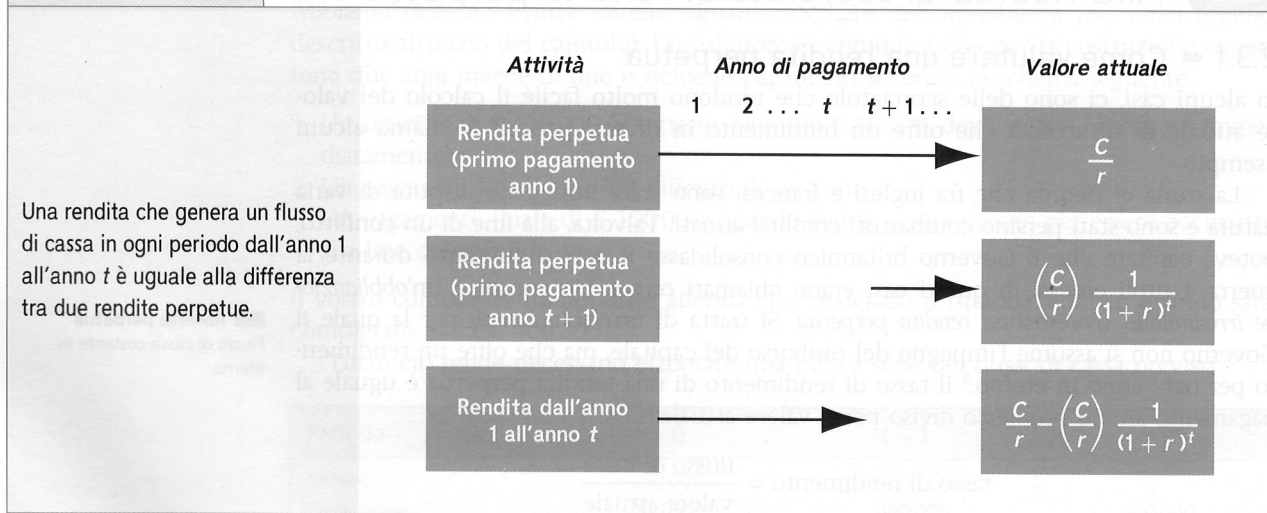
$$VA\left(1 - \frac{1}{1+r}\right) = \frac{C}{1+r}$$

Moltiplicando ambo i membri per $(1+r)$ e raccogliendo, otteniamo:

$$r = \frac{C}{VA}$$

■ **Rendita perpetua**
Flusso di cassa costante in eterno.

Figura 2.3



Occorre a questo punto segnalare due avvertenze circa la formula della rendita perpetua. In primo luogo, a uno sguardo frettoloso potreste facilmente confondere la formula con il valore attuale di un pagamento singolo. Un pagamento di € 1 alla fine di un anno ha un valore attuale di $1/(1+r)$. La rendita perpetua ha un valore di $1/r$. Si tratta in effetti di valori alquanto differenti.

In secondo luogo, la formula della rendita perpetua ci indica il valore di un flusso uniforme di pagamenti cominciando dall'anno 1. Quindi la fondazione otterrebbe il primo pagamento della vostra sovvenzione di € 1 miliardo dopo un anno. Se volete anche fornire una somma anticipata, dovrete versare € 1 milione aggiuntivo.

2.3.2 ■ Come valutare una rendita annua

■ Rendita annua
Flusso di cassa costante in ogni periodo di un certo numero di periodi.

Una *rendita annua* è un'attività che paga una somma fissa ogni anno per un numero definito di anni. Un mutuo ipotecario da restituire a rate costanti o una vendita rateale sono esempi comuni di rendite annue.

La Figura 2.3 illustra un semplice trucco per la valutazione di una rendita annua. La prima freccia rappresenta una rendita perpetua che genera un flusso di cassa C ogni anno a partire dall'anno 1. Il suo valore attuale è pari a:

$$VA = \frac{C}{r}$$

La seconda freccia rappresenta una seconda rendita perpetua che genera un flusso di cassa C ogni anno a partire dall'anno $t+1$. Questa rendita avrà un valore attuale di C/r nell'anno t e di conseguenza ha oggi un valore attuale pari a:

$$VA = \frac{C}{r(1+r)^t}$$

Ambedue le rendite perpetue generano un flusso di cassa dall'anno $t+1$ in poi. La sola differenza è che la prima genera un flusso di cassa anche negli anni dall'1 fino a t . In altri termini, la differenza tra le due rendite perpetue è una rendita annua di C per t anni. Il valore attuale di questa rendita è quindi la differenza tra il valore delle due rendite perpetue:

$$\text{valore attuale della rendita annua} = C \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^t} \right]$$

L'espressione fra parentesi quadra è chiamata *fattore rendita*, cioè il valore attuale di una rendita annua che paga € 1 all'anno per ciascuno dei t anni a cominciare dall'anno 1.