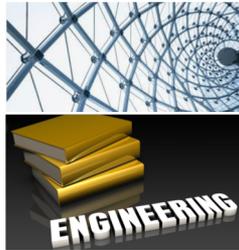




Università degli Studi di Cagliari

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**



**Laurea in Ingegneria Civile**

**DICAAR**

**L'EDIFICIO SOSTENIBILE**

**A.A. 2019-2020**

modulo: **Le Prestazioni energetiche**

**La trasmittanza termica periodica negli edifici**

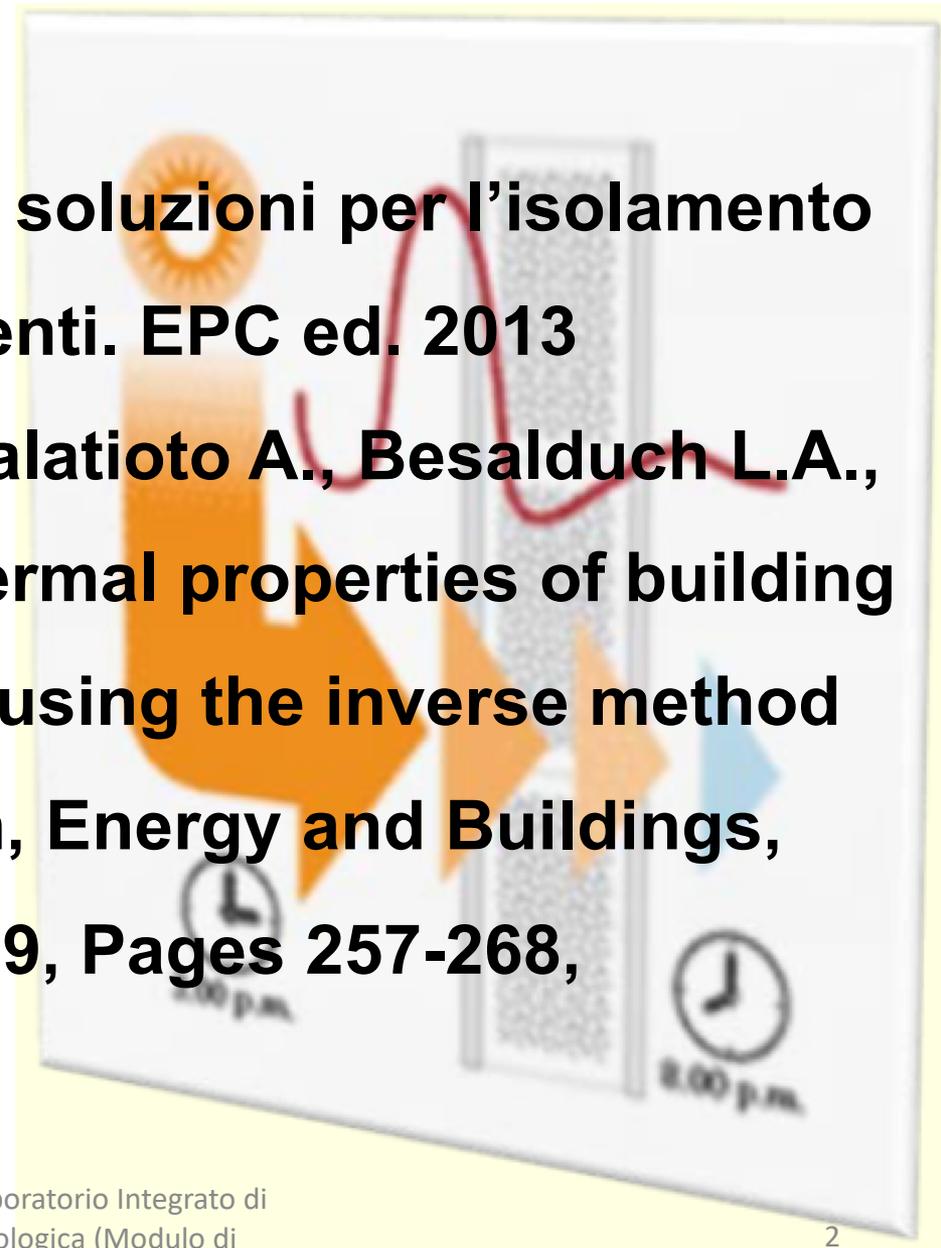
**Slide 1-18**

**Docente: ROBERTO RICCIU**



# Argomenti della lezione

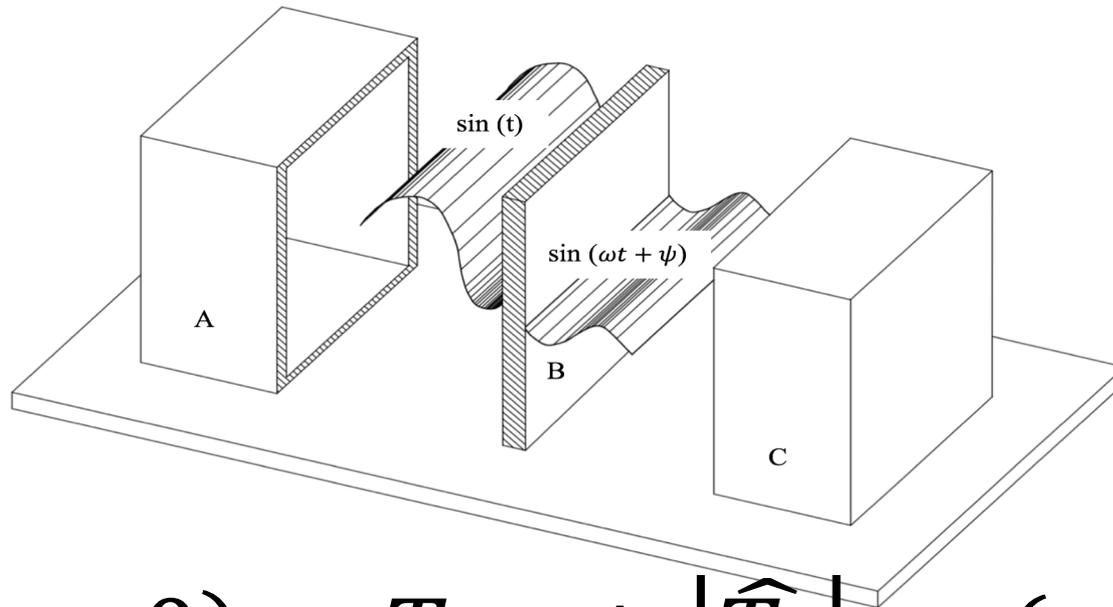
- **Bibliografia:**
- **UNI 13786 / Anna Magrini: soluzioni per l'isolamento termico degli edifici esistenti. EPC ed. 2013**
- **Ricciu R., Ragnedda F., Galatioto A., Besalduch L.A., Gana S., A. Frattolillo; Thermal properties of building walls: Indirect estimation using the inverse method with a harmonic approach, Energy and Buildings, Volume 187, 15 March 2019, Pages 257-268,**



## **Il modello fisico (metodo inverso)**

# La trasmittanza termica periodica

$$T_i(t, x = 0) = T_{mi} + |\hat{T}_i| \cos(\omega t + \psi_i)$$
$$\phi_i(t, x = 0) = \phi_{mi} + |\hat{\phi}_i| \cos(\omega t + \varphi_i)$$

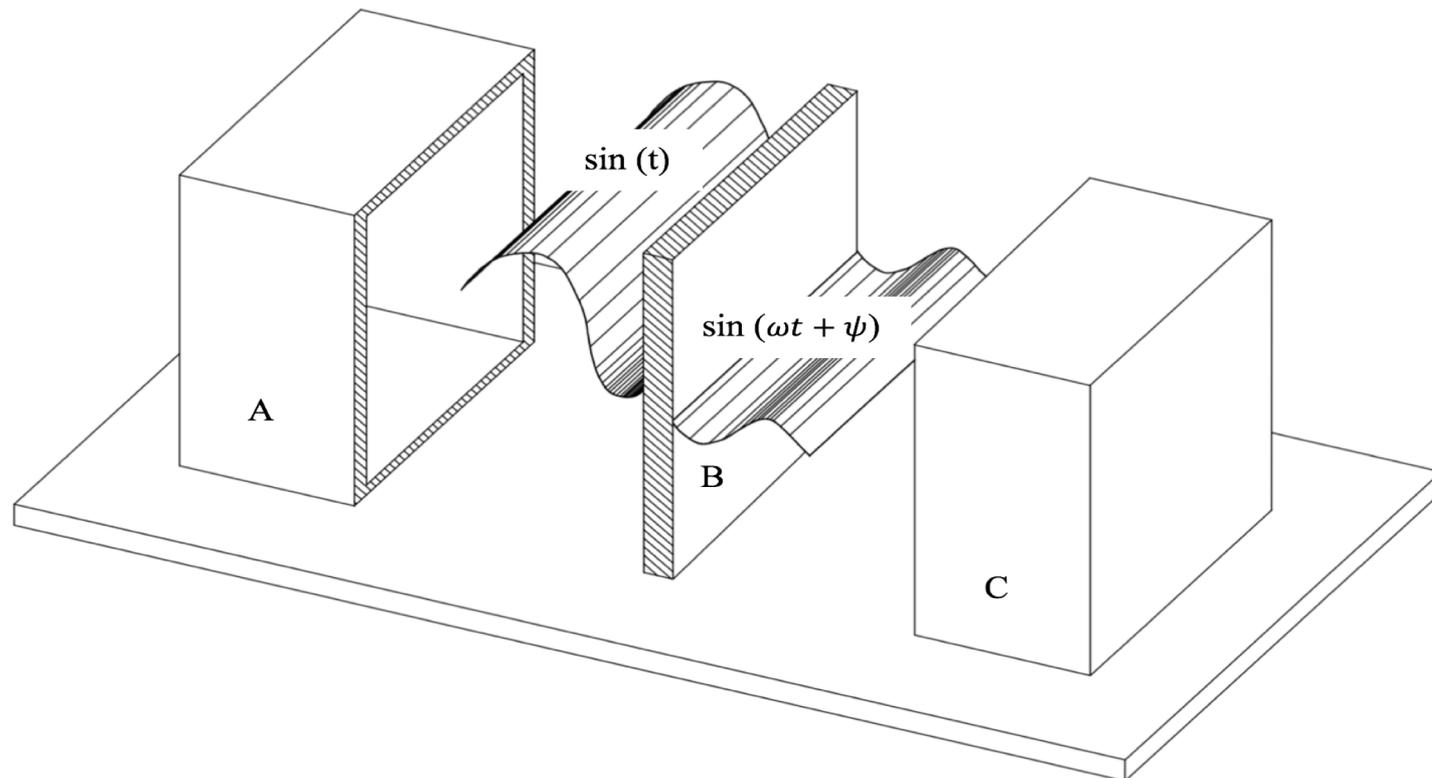


$$T_e(t, x = 0) = T_{me} + |\hat{T}_e| \cos(\omega t + \psi_e)$$
$$\phi_e(t, x = 0) = \phi_{me} + |\hat{\phi}_e| \cos(\omega t + \varphi_e)$$

# La trasmittanza termica periodica

$$T_i(t, x = 0) = T_{mi} + |\hat{T}_i| \cos(\omega t + \psi_i)$$

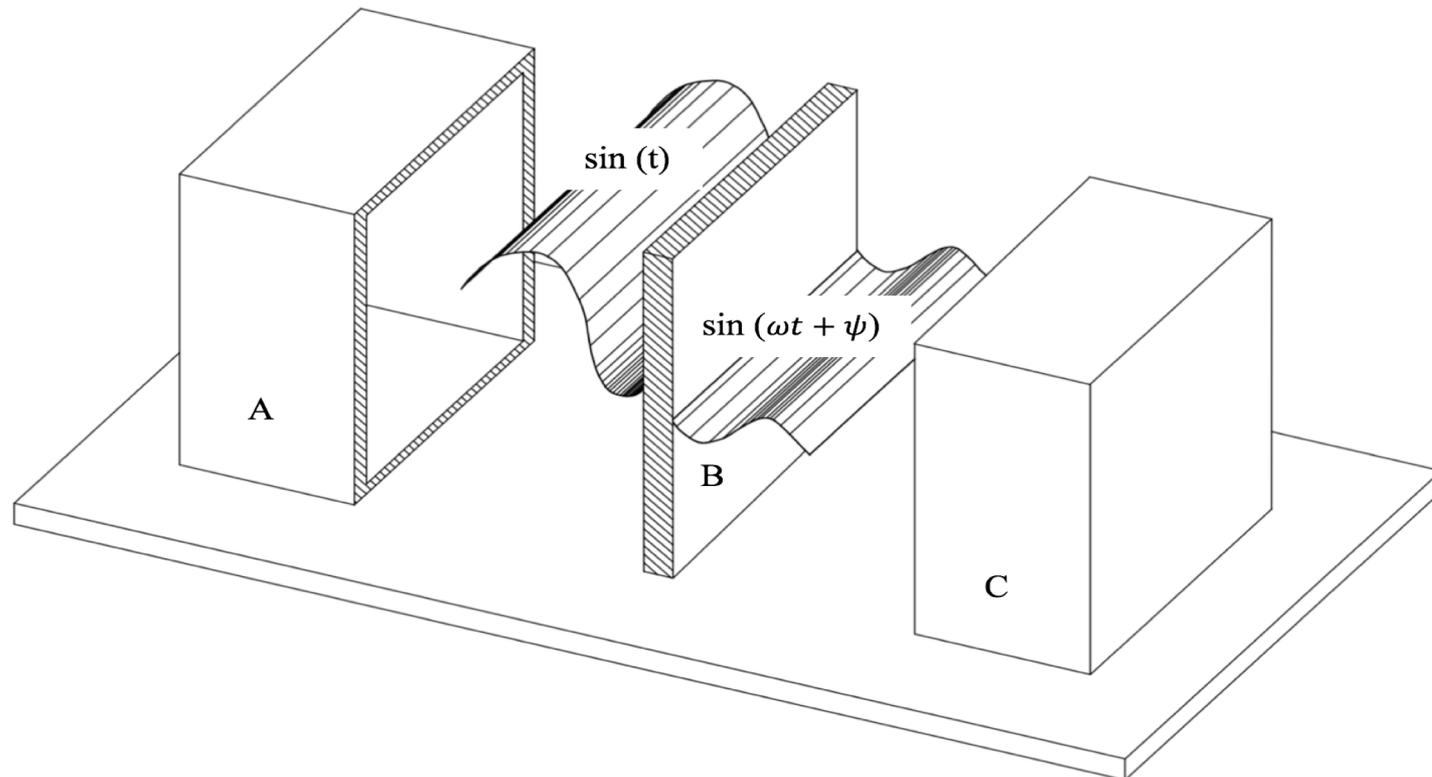
$$T_e(t, x = 0) = T_{me} + |\hat{T}_e| \cos(\omega t + \psi_e)$$



# La trasmittanza termica periodica

$$\phi_i(t, x = 0) = \phi_{mi} + |\hat{\phi}_i| \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$\phi_e(t, x = 0) = \phi_{me} + |\hat{\phi}_e| \cos(\omega t + \varphi_e)$$



# Il modello inverso di calcolo

## Metodo inverso armonico di integrazione dell'equazione di Fourier del calore

Si consideri la variazione di temperatura della superficie sinusoidale  $T(t, x)$  di una parete e la variazione di flusso sinusoidale  $\Phi(t, x = 0)$  sulla superficie della parete esterna.

Queste variazioni, intorno ai loro valori medi, possono essere descritte come una funzione del tempo secondo le seguenti espressioni:

$$T(t, x = 0) = T_m + T_{max} \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Phi(t, x = 0) = \Phi_m + \Phi_{max} \cos(\omega t + \varphi)$$

Definendo le variazioni di temperatura e del flusso termico che si accordano alla notazione complessa e definendo una matrice di trasferimento termico, le ampiezza complesse della temperatura e del flusso termico su un lato di un componente sono correlate con le ampiezze complesse della temperatura e del flusso termico dall'interno verso l'esterno come fosse una "black box" a strato singolo, abbiamo quanto segue:

$$\begin{vmatrix} T_i \\ \Phi_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} T_e \\ \Phi_e \end{vmatrix}$$

# Il modello di calcolo: Temperature e flussi termici

**$Z_{11}$**  è un fattore di ampiezza di temperatura, ovvero l'ampiezza delle variazioni di temperatura sul lato 2 come effetto di una variazione di temperatura di ampiezza 1 K sul lato 1.

**$Z_{21}$**  fornisce l'ampiezza della densità del flusso termico attraverso il lato 2 come effetto di una variazione periodica delle temperatura sul lato 1 con un'ampiezza di 1 K.

**$Z_{12}$**  indica l'ampiezza della temperatura sul lato 2 quando il lato 1 è soggetto a una variazione periodica di densità di flusso termico con un'ampiezza di 1  $W/m^2$ .

**$Z_{22}$**  è il fattore di ampiezza di flusso termico, ovvero l'ampiezza delle variazioni della densità di flusso termico attraverso il lato 2 come effetto di una variazione di densità di flusso termico con ampiezza di 1  $W/m^2$  attraverso il lato 1.

# Il modello di calcolo: lo sfasamento

$\varphi_{11}$  è lo sfasamento tra le temperature su ciascun lato del componente.

$\varphi_{21}$  è lo sfasamento tra la densità di flusso termico attraverso il lato 2 e la temperatura sul lato 1.

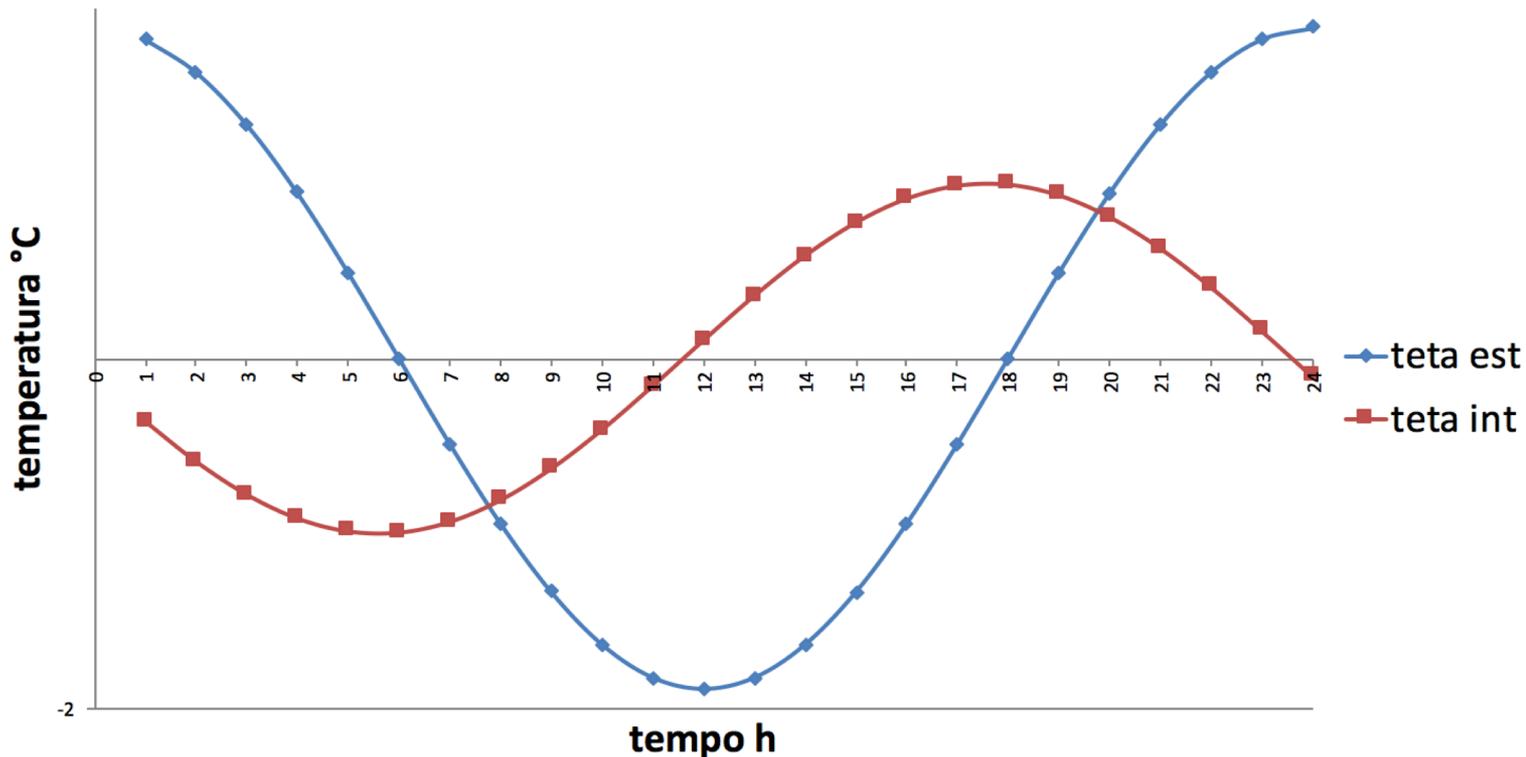
$\varphi_{12}$  è lo sfasamento tra la temperatura sul lato 2 e la densità di flusso attraverso il lato 1.

$\varphi_{22}$  è lo sfasamento tra le densità di flusso termico attraverso ciascun lato del componente.

# Il modello di calcolo

$|Z_{11}|$  è un fattore di ampiezza di temperatura, ovvero l'ampiezza delle variazioni di temperatura sul lato 2 come effetto di una variazione di temperatura di ampiezza 1 K sul lato 1.

$\varphi_{11}$  è lo sfasamento tra le temperature su ciascun lato del componente.



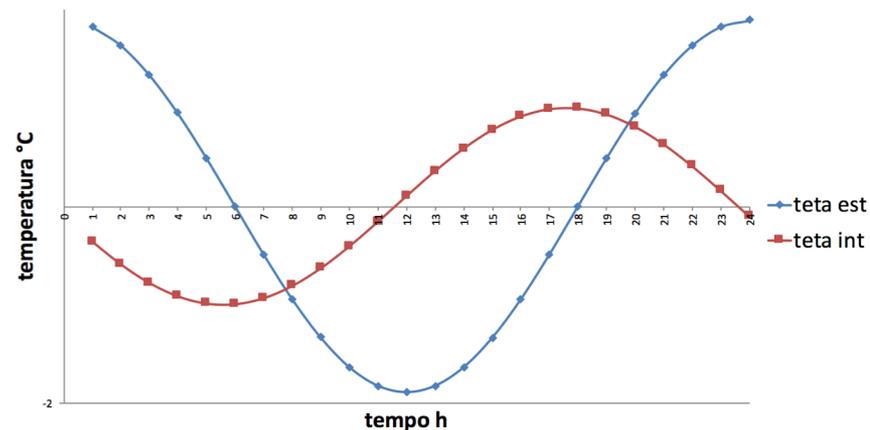
# Il modello di calcolo

$|Z_{11}|$  è un fattore di ampiezza di temperatura, ovvero l'ampiezza delle variazioni di temperatura sul lato 2 come effetto di una variazione di temperatura di ampiezza 1 K sul lato 1.

$$|Z_{11}| = 1,89 \text{ } ^\circ\text{C} = \left| \hat{T}_i \right| / \left| \hat{T}_e \right|$$

$\varphi_{11}$  è lo sfasamento tra le temperature su ciascun lato del componente.

$$\vartheta_{11} = 5,22 \text{ h} = \psi_i - \psi_e$$



# Il modello di calcolo

$|Z_{11}|$  è un fattore di ampiezza di temperatura, ovvero l'ampiezza delle variazioni di temperatura sul lato 2 come effetto di una variazione di temperatura di ampiezza 1 K sul lato 1.

$$|Z_{11}| = 1,89 \text{ } ^\circ\text{C} = \left| \hat{T}_i / \hat{T}_e \right|$$

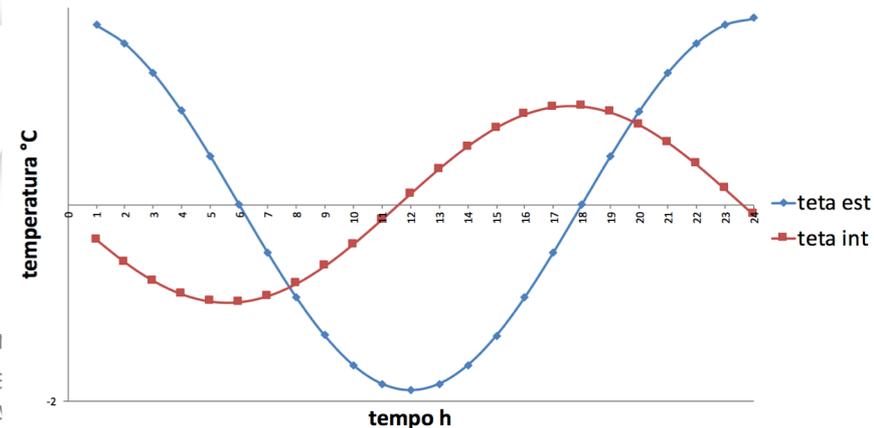
$\varphi_{11}$  è lo sfasamento tra le temperature su ciascun lato del componente.

$$\vartheta_{11} = 5,22 \text{ h} = \psi_i - \psi_e$$

$$z = a + ib = \rho (\cos\theta + i \sin\theta)$$

$$Z_{11} = 0,384 + i1,849$$

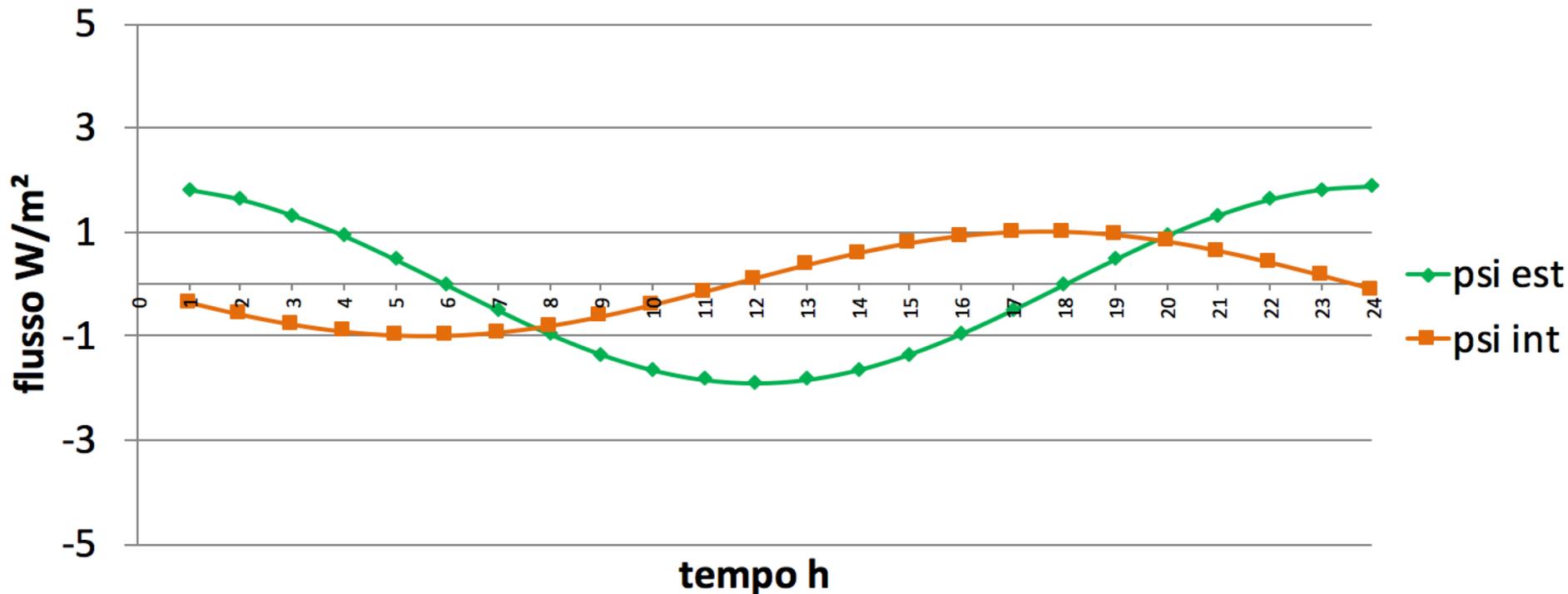
RICCIU Laboratori  
Progettazione Tecnologica  
Termofisica dell'edificio) A



# Il modello di calcolo

$|Z_{22}|$  è il fattore di ampiezza di flusso termico, ovvero l'ampiezza delle variazioni della densità di flusso termico attraverso il lato 2 come effetto di una variazione di densità di flusso termico con ampiezza di  $1 \text{ W/m}^2$  attraverso il lato 1.

$\varphi_{22}$  è lo sfasamento tra le densità di flusso termico attraverso ciascun lato del componente.



# Il modello di calcolo

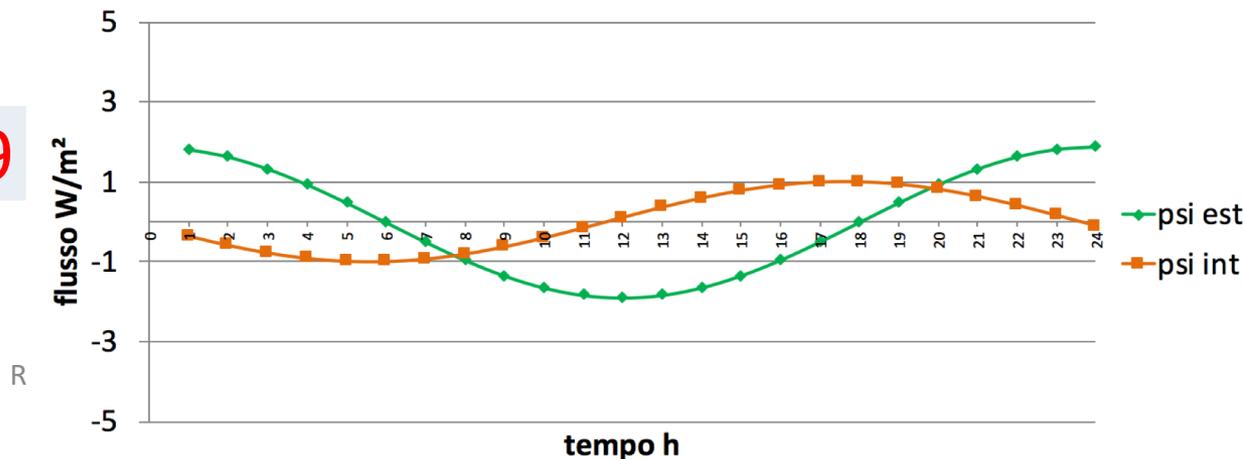
$|Z_{22}|$  è il fattore di ampiezza di flusso termico, ovvero l'ampiezza delle variazioni della densità di flusso termico attraverso il lato 2 come effetto di una variazione di densità di flusso termico con ampiezza di  $1 \text{ W/m}^2$  attraverso il lato 1.

$$|Z_{22}| = 1,89 \text{ W/m}^2$$

$\varphi_{22}$  è lo sfasamento tra le densità di flusso termico attraverso ciascun lato del componente.

$$\vartheta_{22} = 5,22 \text{ h}$$

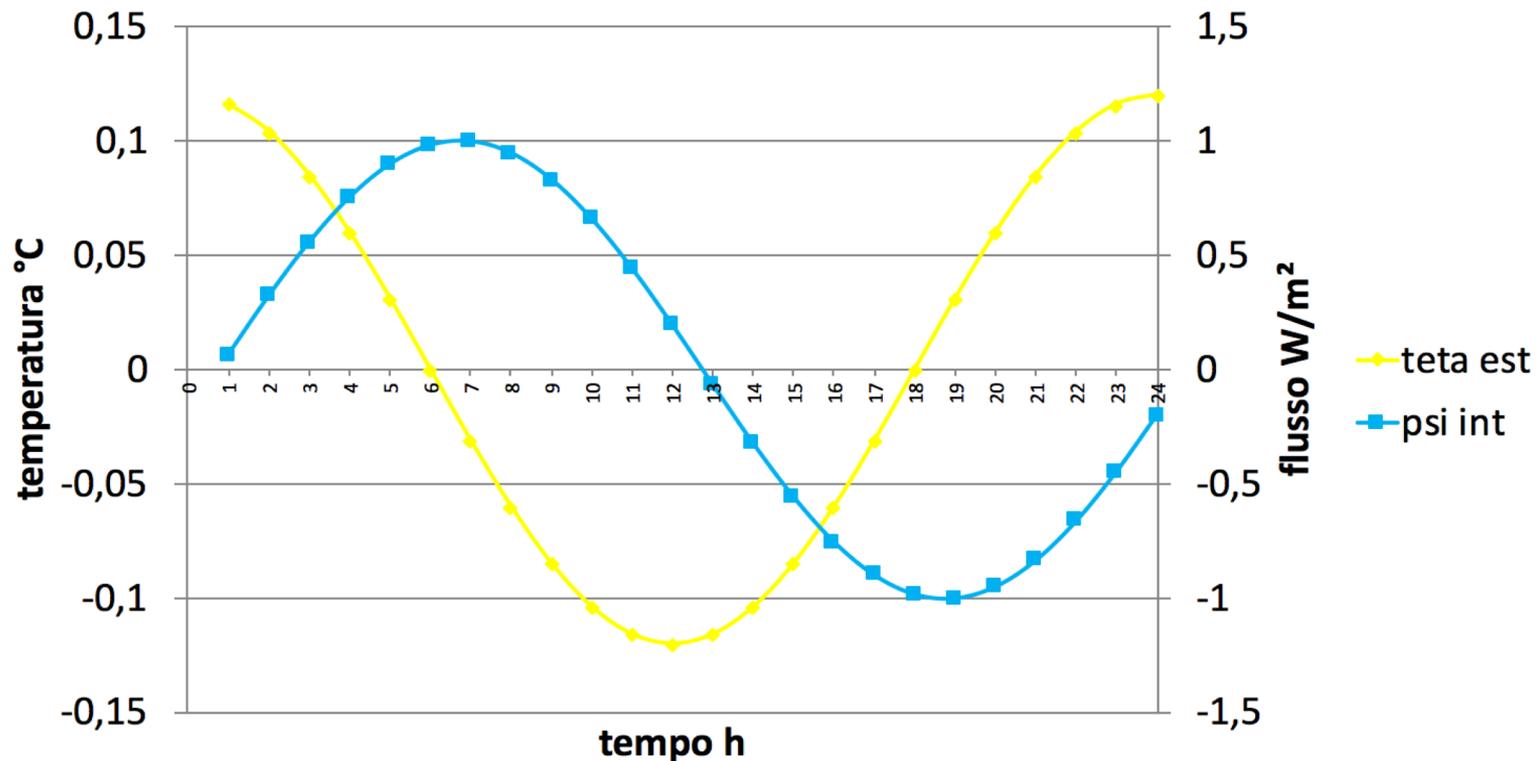
$$Z_{22} = 0,384 + i1,849$$



# Il modello di calcolo

$Z_{12}$  indica l'ampiezza della temperatura sul lato 2 quando il lato 1 è soggetto a una variazione periodica di densità di flusso termico con un'ampiezza di  $1 \text{ W/m}^2$ .

$\varphi_{12}$  è lo sfasamento tra la temperatura sul lato 2 e la densità di flusso attraverso il lato 1.



# Il modello di calcolo

$|Z_{12}|$  indica l'ampiezza della temperatura sul lato 2 quando il lato 1 è soggetto a una variazione periodica di densità di flusso termico con un'ampiezza di  $1 \text{ W/m}^2$ .

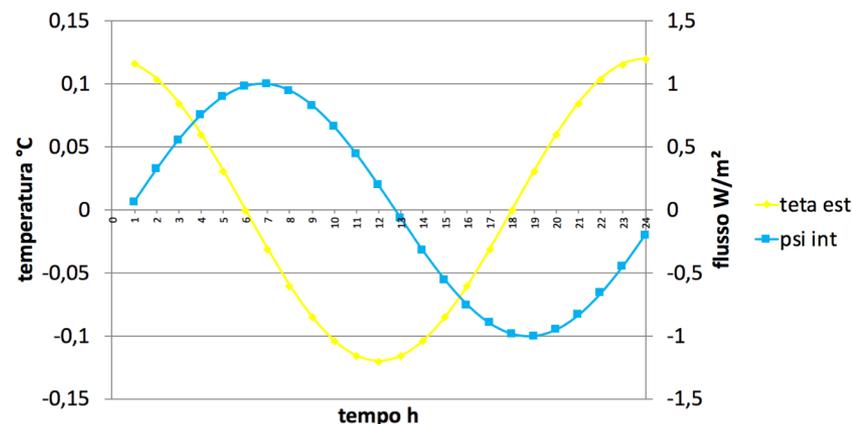
$$|Z_{12}| = 0,12 \text{ } ^\circ \text{ C/ W/m}^2$$

$\varphi_{12}$  è lo sfasamento tra la temperatura sul lato 2 e la densità di flusso attraverso il lato 1.

$$\varphi_{12} = -9,62$$

$$Z_{12} = -0,097 - i0,070$$

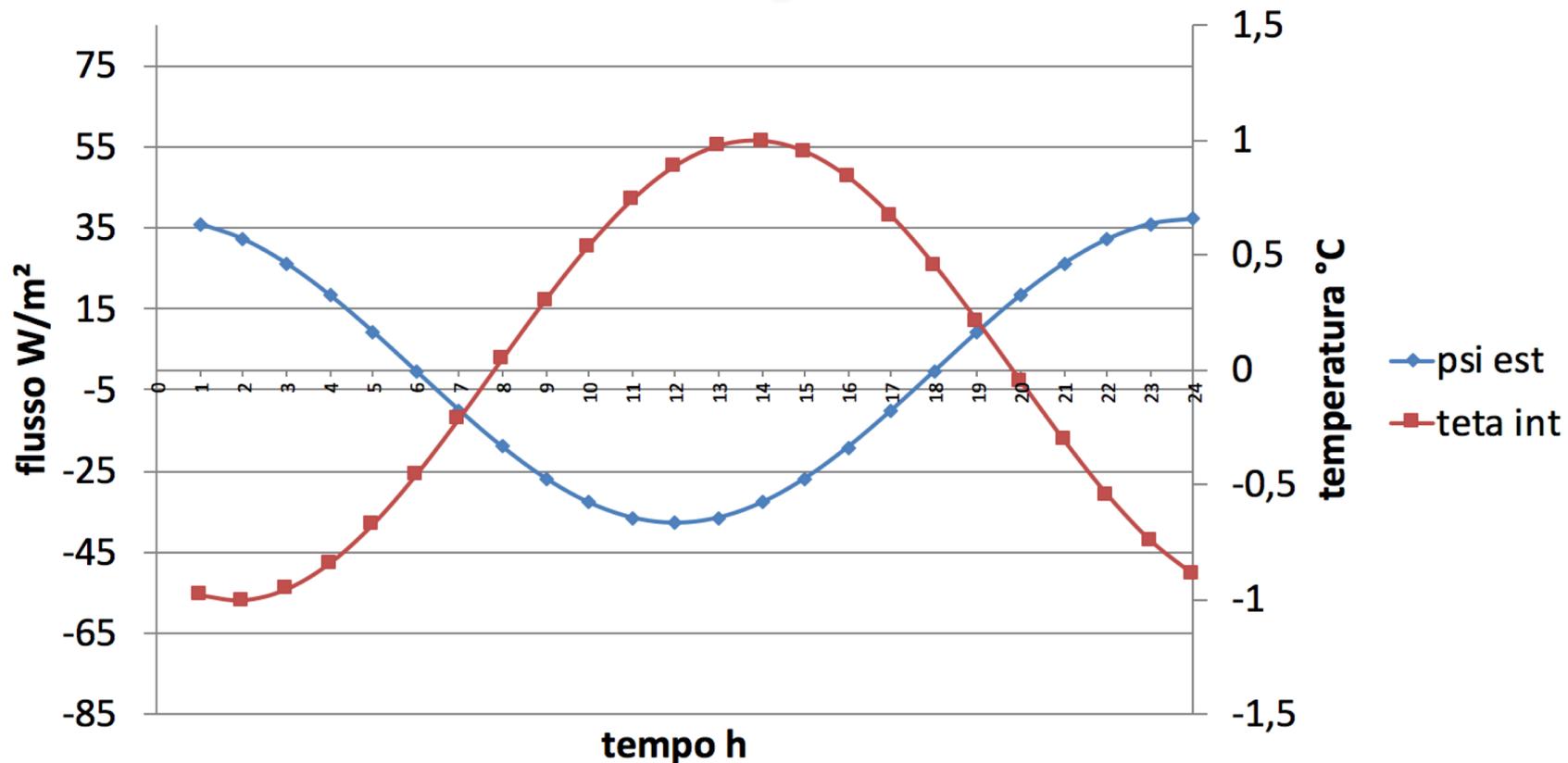
ROBERTO RICCIU Laboratori  
Progettazione Tecnologica  
Termofisica dell'edificio) A.



# Il modello di calcolo

$|Z_{21}|$  fornisce l'ampiezza della densità del flusso termico attraverso il lato 2 come effetto di una variazione periodica delle temperatura sul lato 1 con un'ampiezza di 1 K.

$\varphi_{21}$  è lo sfasamento tra la densità di flusso termico attraverso il lato 2 e la temperatura sul lato 1.



# Il modello di calcolo

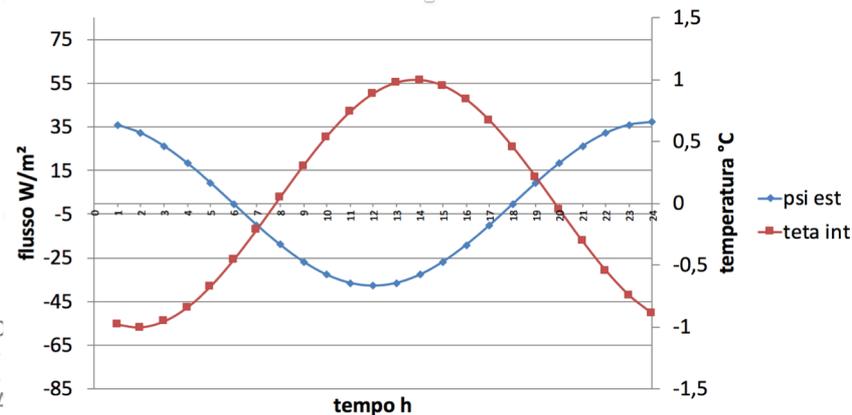
$|Z_{21}|$  fornisce l'ampiezza della densità del flusso termico attraverso il lato 2 come effetto di una variazione periodica delle temperatura sul lato 1 con un'ampiezza di 1 K.

$$|Z_{21}| = 37,52 \text{ W/m}^2/\text{° C}$$

$\varphi_{21}$  è lo sfasamento tra la densità di flusso termico attraverso il lato 2 e la temperatura sul lato 1.

$$\vartheta_{21} = -3,62$$

$$Z_{21} = 21,940 - i30,435$$



# Il modello di calcolo

$$\begin{vmatrix} T_i \\ \Phi_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} T_e \\ \Phi_e \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0,384+i1,849 & -0,097-i0,070 \\ -21,940-i30,435 & 0,384+i1,849 \end{vmatrix}$$

# Il modello di calcolo

$$Z_{21} = - \left( \frac{\lambda}{d} \right) \left\{ \sinh(\xi) \cos(\xi) - \cosh(\xi) \sin(\xi) \right\}$$

$$d = \sqrt{\frac{\lambda t_p}{\pi \rho c}}$$

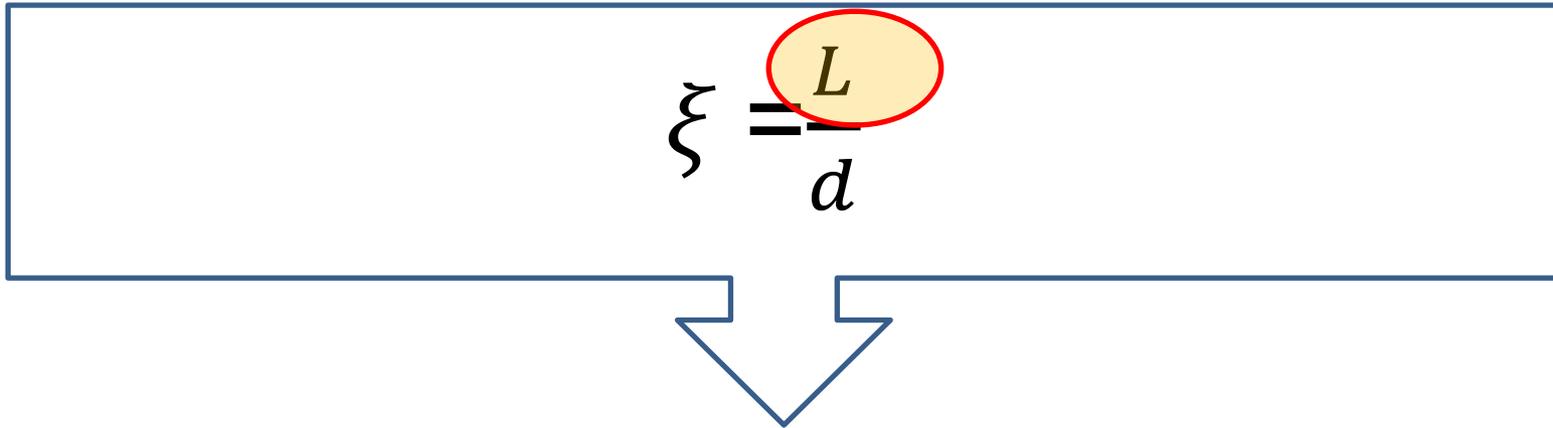
$$\xi = \frac{L}{d}$$

# Il modello di calcolo

$$Z_{11} = Z_{22} = \cosh(\xi) \cos(\xi) + i \sinh(\xi) \sin(\xi)$$



# Il modello di calcolo



**d**

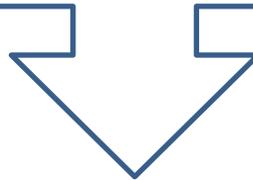
# Il modello di calcolo

$$Z_{21} = - \left( \frac{\lambda}{d} \right) \left\{ \sinh(\xi) \cos(\xi) - \cosh(\xi) \sin(\xi) \right\}$$



$\lambda$

$$d = \sqrt{\frac{\lambda t_p}{\pi \rho c}}$$



$\rho c$

# Il modello di calcolo

## Calore specifico di alcuni materiali da costruzione

<i>Sostanza</i>	<i>Fase</i>	<i>Calore specifico</i> $J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$
Asfalto	solido	0.92
Mattone	solido	0.84
Cemento	solido	0.88
Vetro, crown	solido	0.67
Vetro, flint	solido	0.503
Vetro, pyrex	solido	0.753
Granito	solido	0.790
Gesso	solido	1.09
Marmo	solido	0.880
Sabbia	solido	0.835
Terriccio	solido	0.80
Legno	solido	1.7

# Il modello di calcolo

$$d = \sqrt{\frac{\lambda t_p}{\pi \rho c}}$$

$\rho$

# Il modello di calcolo

			Objective function	Output variable
Re( $Z_{11}$ )	COSH( $\xi$ )	COS( $\xi$ )	COSH( $\xi$ ) $\times$ COS( $\xi$ )	$\xi$
0,385	2,130	0,181	0,385	1,389

Thermophysical property by a concrete layer.

Type of layer	Thickness	Thermal conductivity	Thermal resistance	Specific Heat	Density	Depth of penetration	$\xi=L/d$
	L [m]	$\lambda$ [W/m K]	[m <sup>2</sup> K/W]	[J/kg K]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[m]	[–]
<b>Concrete</b>	0,2	1,8	0,111	1000	2400	0,144	1,389

$$Z_{21} = -(\lambda/d) \{ \sinh(\xi) \cos(\xi) - \cosh(\xi) \sin(\xi) \}$$

			Objective function	Output variable
Re ( $Z_{12}$ )	$\text{SENH}(\xi) \times \text{COS}(\xi) + \text{COSH}(\xi) \times \text{SEN}(\xi)$	$-(d/2\lambda)$	$-(d/2\lambda) \times (\text{SENH}(\xi) \times \text{COS}(\xi) + \text{COSH}(\xi) \times \text{SEN}(\xi))$	$\lambda$ (W/mK)
21,937	-1,755	12,501	21,937	1,8

Output data of inverse method 

Input data of Direct method   
Thermophysical property by a concrete layer.

Type of layer	Thickness	Thermal conductivity	Thermal resistance	Specific Heat	Density	Depth of penetration	$\xi=L/d$
	L [m]	$\lambda$ [W/m K]	[m <sup>2</sup> K/W]	[J/kg K]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[m]	[-]
Concrete	0,2	1,8	0,111	1000	2400	0,144	1,389

# Practical example of application; direct method and inverse method

## *B' case: Multi-layer wall inverse method*

Type of layer	Thickness L [m]	Thermal conductivity $\lambda$ [W/m K]	Thermal resistance [m <sup>2</sup> K/W]	Specific Heat [J/kg K]	Density [kg/m <sup>3</sup> ]	Depth of penetration [m]	$\xi=L/d$ [-]
<b>Concrete</b>	0,2	1,8	0,111	1000	2400	0,144	1389
<b>Thermal Insulation</b>	0,1	0,04	2,5	1400	30	0,162	0,617
<b>Plaster</b>	0,005	1	0,005	1500	1200	0,124	0,04
<b>Dummy</b>	0,305	1,210	0,893	1131,148	1622,951	0,150	2,03

$$Z_{11} = Z_{22} = \cosh(\xi) \cos(\xi) + i \sinh(\xi) \sin(\xi)$$

			Objective function	Output variable
Re( $Z_{11}$ )	COSH( $\xi$ )	COS( $\xi$ )	COSH( $\xi$ ) $\times$ COS( $\xi$ )	$\xi$
-1,805	3,937	-0,458	-1,805	2,047

Type of layer	Thickness L [m]	Thermal conductivity $\lambda$ [W/m K]	Thermal resistance [m <sup>2</sup> K/W]	Specific Heat [J/kg K]	Density [kg/m <sup>3</sup> ]	Depth of penetration [m]	$\xi=L/d$ [-]
<b>Concrete</b>	0,2	1,8	0,111	1000	2400	0,144	1389
<b>Thermal Insulation</b>	0,1	0,04	2,5	1400	30	0,162	0,617
<b>Plaster</b>	0,005	1	0,005	1500	1200	0,124	0,04
<b>Dummy</b>	0,305	1,210	0,893	1131,148	1622,951	0,150	2,03

$$Z_{21} = -(\lambda/d) \{ \sinh(\xi) \cos(\xi) - \cosh(\xi) \sin(\xi) \}$$

			Objective function	Output variable
$\text{Re}(-Z_{12})$	$\text{SENH}(\xi) \times \text{COS}(\xi) - \text{COSH}(\xi) \times \text{SEN}(\xi)$	$-(\lambda/d)$	$\text{SENH}(\xi) \times \text{COS}(\xi) - \text{COSH}(\xi) \times \text{SEN}(\xi) - (l/d)$	$\lambda$
42,583	-5,245	-8,119	42,583	1,210

Output data of inverse method 

Input data of Direct method 

Type of layer	Thickness L [m]	Thermal conductivity $\lambda$ [W/m K]	Thermal resistance [m <sup>2</sup> K/W]	Specific Heat [J/kg K]	Density [kg/m <sup>3</sup> ]	Depth of penetration [m]	$\xi = L/d$ [-]
Concrete	0,2	1,8	0,111	1000	2400	0,144	1389
Thermal Insulation	0,1	0,04	2,5	1400	30	0,162	0,617
Plaster	0,005	1	0,005	1500	1200	0,124	0,04
Dummy	0,305	1,210	0,893	1131,148	1622,951	0,150	2,03

**FINE**