

Spinta delle terre sulle strutture di sostegno

Sebastiano Rampello, Luigi Callisto e Luca Masini

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma La Sapienza

SOMMARIO

Questo articolo si occupa delle azioni scambiate fra le opere di sostegno e il terreno, sia nelle condizioni di collasso, sia nelle condizioni di esercizio. Si tratta dapprima della spinta nelle condizioni limite, corrispondenti alla completa mobilitazione della resistenza del terreno, presentando un esame critico delle soluzioni disponibili e illustrando quelle di maggiore interesse applicativo in un quadro di riferimento unico e congruente. Si discute successivamente delle spinte esercitate dai terreni nelle condizioni di esercizio, che devono risultare almeno in parte differenti da quelle associate alle condizioni limite, dovendo l'opera risultare sicura nei confronti di un possibile meccanismo di collasso. Si illustrano a questo scopo, sia qualitativamente, sia quantitativamente con l'ausilio di un esempio di calcolo, i principali fenomeni che presiedono alla valutazione delle azioni effettivamente scambiate tra terreno e opere, e quindi al calcolo delle sollecitazioni negli elementi strutturali. Un capitolo finale è dedicato allo studio delle condizioni sismiche per le quali si mostra come, per opere progettate facendo affidamento sulla duttilità, accettando quindi che durante un evento sismico intenso le resistenze disponibili possano essere temporaneamente attinte, le soluzioni disponibili per lo studio delle condizioni limite possano essere utilizzate per la valutazione della prestazione sismica delle opere, stabilendo un legame fra le resistenze complessive e gli spostamenti permanenti indotti dal sisma.

1. INTRODUZIONE

Come tutte le opere di ingegneria, le strutture di sostegno devono essere progettate in modo da soddisfare i requisiti di sicurezza e funzionalità. Quando una struttura di sostegno, o una parte di essa, non soddisfa tali requisiti, essa ha raggiunto uno stato limite. In condizioni statiche il raggiungimento di uno stato limite ultimo corrisponde a una condizione che compromette la sicurezza dell'opera; uno stato limite di servizio corrisponde invece allo sviluppo di spostamenti nel terreno e nella struttura che possono comprometterne la funzionalità. Convenzionalmente, può indicarsi con "geotecnico" uno stato limite ultimo associato alla completa mobilitazione della resistenza del terreno che interagisce con l'opera. Può invece dirsi "strutturale" uno stato limite derivante dal raggiungimento della resistenza disponibile in una parte della struttura.

Lo studio di uno stato limite ultimo geotecnico, corrispondente al raggiungimento delle condizioni limite nel terreno, può essere svolto in modo piuttosto immediato se si rinuncia a descrivere l'intera storia di carico e si effettua la sola analisi delle condizioni presenti all'istante del collasso, assimilando il comportamento del terreno a quello di un mezzo rigido plastico perfetto. In questo quadro, l'analisi degli stati limite ultimi di tipo geotecnico, quali la valutazione della spinta delle terre su una parete, la determinazione del carico limite di una fondazione e l'analisi delle condizioni di stabilità di un pendio, può essere convenientemente svolta utilizzando i risultati della teoria della plasticità perfetta, che consentono di valutare

con buona approssimazione la soluzione del problema. In queste analisi si valutano dapprima i carichi o le condizioni geometriche corrispondenti allo sviluppo di un meccanismo di collasso; successivamente, si esprime un giudizio sulla sicurezza dell'opera attraverso una misura della distanza dal meccanismo di collasso studiato. Questa distanza può essere quantificata in diversi modi: attraverso coefficienti che moltiplichino le azioni o che riducano la resistenza globale del sistema, o che intervengano direttamente sui parametri di resistenza del terreno, o ancora che intervengano sulle proprietà geometriche del sistema.

Le verifiche nei confronti degli stati limite ultimi di tipo strutturale richiedono invece una valutazione attendibile delle massime sollecitazioni che si sviluppano nella struttura interagente con il terreno. Questa valutazione richiede uno studio di interazione terreno – struttura, secondo modalità anche fortemente semplificate, che consenta di giungere a una valutazione realistica del comportamento dell'opera; perciò essa si differenzia dallo studio dei meccanismi di collasso di tipo geotecnico che studiano invece direttamente una condizione limite, al fine di evitare che essa si verifichi.

Per studio delle condizioni di collasso di un'opera di sostegno è necessario determinare le azioni che il terreno scambia con l'opera in corrispondenza di una completa mobilitazione della propria resistenza. Perciò, nel seguito sono illustrate alcune delle soluzioni disponibili per la valutazione delle spinte nelle condizioni limite attive a passive, riferite sia alle condizioni statiche, sia a quelle in cui le azioni sismiche siano portate in conto secondo un approccio pseudostatico. Si discute quindi dell'utilizzo di queste soluzioni per le analisi della sicurezza e per le analisi di interazione di una struttura di sostegno, mettendo in evidenza le diverse procedure da seguire in dipendenza dei differenti obiettivi delle analisi. Nella parte finale, si ritorna sulla valutazione delle azioni in condizioni sismiche, mostrando che il metodo pseudostatico, e quindi lo studio delle azioni scambiate con il terreno in condizioni limite, può essere riguardato come uno strumento che consente una stima, ancorché indiretta e di tipo convenzionale, della prestazione sismica dell'opera.

2. CONDIZIONI LIMITE

2.1. Metodi di analisi

Le spinte agenti sulle strutture di sostegno nelle condizioni limite possono essere valutate applicando i teoremi di estremo della teoria della plasticità perfetta, il metodo delle caratteristiche e il metodo dell'equilibrio limite.

I teoremi di estremo della teoria della plasticità perfetta sono il teorema dell'estremo inferiore, o teorema statico, e il teorema dell'estremo superiore, o teorema cinematico. Essi possono essere dimostrati a partire da tre ipotesi fondamentali:

- terreno assimilabile ad un mezzo rigido – plastico perfetto, con superficie di plasticizzazione $f(\sigma) = 0$ fissa nello spazio delle tensioni e deformazioni plastiche indefinite;
- superficie di plasticizzazione convessa nello spazio delle tensioni;
- superficie di plasticizzazione coincidente con il potenziale plastico (legge di flusso associata). In queste condizioni, il vettore che rappresenta l'incremento di deformazione plastica è ortogonale alla superficie (condizione di normalità) e l'angolo di dilatanza ψ

risulta pari all'angolo di resistenza al taglio φ' : $\psi = \tan^{-1}(-d\varepsilon_n^p/d\gamma^p) = \varphi'$. Al finito, la suddetta ipotesi implica una condizione di compatibilità cinematica secondo la quale il vettore che rappresenta l'incremento di spostamento (o vettore velocità) deve essere inclinato di un angolo φ' rispetto alla superficie di scorrimento; questa condizione limita le possibili forme delle superfici di scorrimento a tratti rettilinei o ad archi di spirale logaritmica.

La prima ipotesi è accettabile per terreni che non presentino un sensibile decadimento della resistenza con il procedere delle deformazioni (comportamento duttile). La seconda è confermata da numerose evidenze sperimentali ed è supportata da considerazioni teoriche sulla stabilità del comportamento del materiale. La terza invece non è sperimentalmente verificata per mezzi attritivi (sabbie sciolte o addensate e argille in condizioni drenate) per i quali risulta $\psi < \varphi'$. Tuttavia, l'approssimazione introdotta conduce ad errori in generale accettabili, che si riducono al crescere del volume di terreno interessato dal meccanismo plastico.

Il teorema dell'estremo inferiore (teorema statico) stabilisce che, se una configurazione di forze esterne è in equilibrio con una distribuzione di tensioni interne che non viola in nessun punto il criterio di resistenza, il collasso non può verificarsi e le forze esterne rappresentano un limite inferiore del carico di collasso, o al più coincidono con esso.

Il teorema dell'estremo superiore (teorema cinematico) stabilisce che, se in un meccanismo di collasso cinematicamente compatibile il lavoro compiuto dalle forze esterne eguaglia l'energia dissipata dalle tensioni interne, si verifica certamente il collasso e i carichi esterni rappresentano un limite superiore dei carichi di collasso, o coincidono con essi.

Quindi, nel teorema dell'estremo inferiore si considerano le condizioni di equilibrio e la condizione di plasticità, che devono essere soddisfatte in ogni punto, e si determina la configurazione dei carichi esterni in equilibrio con la distribuzione interna delle tensioni, prescindendo da qualsiasi considerazione sul meccanismo di collasso. Invece, nel teorema dell'estremo superiore si ipotizza un meccanismo di collasso cinematicamente compatibile e si ricava la configurazione dei carichi esterni da una eguaglianza dei lavori virtuali, senza analizzare le condizioni di equilibrio all'interno della massa di terreno. Una scelta opportuna dei campi di tensione o dei campi di velocità permette di restringere l'intervallo in cui ricade la soluzione esatta del problema.

Il metodo delle caratteristiche si basa sul presupposto che in una massa di terreno in condizioni di equilibrio limite devono essere soddisfatte le equazioni di equilibrio e il criterio di resistenza, assimilato alla condizione di plasticità. Sostituendo la condizione di plasticità nelle equazioni di equilibrio si ottiene un sistema di equazioni differenziali di equilibrio plastico, derivate per la prima volta da Kötter (1903) per il caso di stato piano di deformazione. Il sistema di equazioni individua due famiglie di curve, denominate curve caratteristiche, che si intersecano formando un angolo pari a $(\pi/2 - \varphi')$, e che vengono utilizzate come coordinate curvilinee per la risoluzione delle equazioni differenziali. Una soluzione in forma chiusa con il metodo delle caratteristiche è stata ottenuta da Prandtl (1921) per la determinazione del carico limite di una fondazione superficiale posta su un terreno privo di peso; la soluzione si complica però notevolmente se si prende in considerazione il peso del terreno. Nel seguito si farà riferimento alla soluzione di Sokolovskii (1965), proposta per la determinazione delle spinte su una parete di sostegno e basata su un'approssimazione alle differenze finite delle equazioni delle linee caratteristiche.

Il metodo dell'equilibrio limite globale è certamente il più diffuso tra i metodi per l'analisi dei problemi di stabilità. Esso, avviando all'introduzione di relazioni sforzi – deformazioni, fa riferimento su basi intuitive alle soluzioni di estremo superiore e consiste nell'imporre le condizioni di equilibrio limite ad un corpo rigido delimitato dalla parete di sostegno e da una superficie di scorrimento di forma prefissata. Le spinte trasmesse al contatto parete – terreno nelle condizioni limite vengono determinate ricercando la superficie di scorrimento critica cui corrisponde il minimo valore del carico di collasso. Le soluzioni così ottenute forniscono risultati accettabili in dipendenza della forma assunta per la superficie di scorrimento. Dal momento che nel metodo non è definito lo stato tensionale, né all'interno né all'esterno della superficie considerata, non è possibile provare che le equazioni di equilibrio ed il criterio di resistenza siano soddisfatti e pertanto che la soluzione costituisca un estremo inferiore del carico di collasso. Infine, quantunque esso si fondi sulla medesima filosofia del teorema dell'estremo superiore, a rigore la soluzione non costituisce un limite superiore del carico di collasso perché alla superficie di scorrimento non è associato alcun campo di velocità.

Alla luce di queste considerazioni il metodo dell'equilibrio limite non può essere considerato un metodo rigoroso; tuttavia esso presenta un carattere generale e può essere applicato ai problemi di stabilità delle strutture di sostegno, delle fondazioni e dei pendii. Risulta inoltre estremamente flessibile e permette di ottenere soluzioni accettabili di problemi caratterizzati da geometrie complesse, con terreni stratificati e in presenza di pressioni interstiziali. L'esperienza ha inoltre mostrato che le soluzioni fornite dal metodo dell'equilibrio limite non differiscono molto da quelle ottenute con metodi più rigorosi se la forma delle superfici di scorrimento è scelta opportunamente.

Per l'applicazione dei metodi descritti alla determinazione della spinta delle terre trasmessa a una parete nelle condizioni limite si distingue tra spinta attiva e resistenza passiva. Si consideri, ad esempio, un recipiente pieno di terreno granulare e dotato di una parete mobile. Affinché la parete sia in equilibrio sotto l'azione della spinta esercitata dal terreno in condizioni di riposo è necessario applicare una forza $S = S_0$. Riducendo il valore di tale forza la parete si allontanerà dal terreno e lo stato tensionale nel terreno raggiungerà le condizioni limite in corrispondenza di un decremento della forza pari a ΔS_a . Analogamente, aumentando progressivamente la forza S_0 la parete si sposterà verso il terreno sino al raggiungimento delle condizioni limite per un incremento di forza ΔR_p (Fig. 1). Nel primo caso il terreno svolge una funzione attiva sulla parete e l'azione trasmessa in condizioni limite viene di conseguenza denominata spinta attiva $S_a (= S_0 - \Delta S_a)$; nel secondo invece il terreno subisce l'azione della parete e l'azione trasmessa prende il nome di resistenza passiva $R_p (= S_0 + \Delta R_p)$.

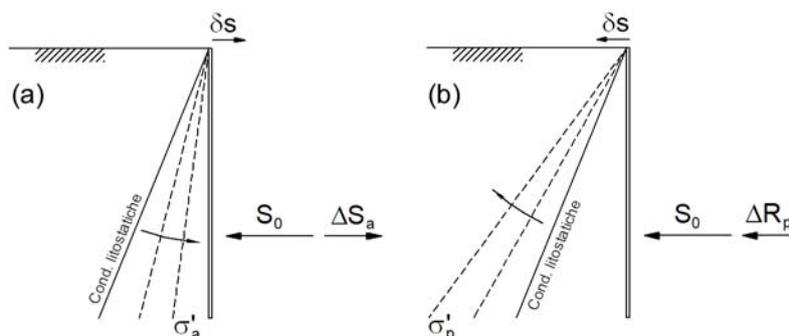


Figura 1: Condizioni di equilibrio limite attivo (a) e passivo (b).

Il teorema dell'estremo inferiore fornisce una limite inferiore rispetto alla soluzione esatta, e quindi una stima per difetto di ΔS_a e di ΔR_p ; si ottiene quindi una sovrastima della spinta attiva e una sottostima della resistenza passiva. Al contrario, il teorema dell'estremo superiore fornisce una limite superiore rispetto alla soluzione esatta, e quindi una stima per eccesso di ΔS_a e di ΔR_p ; si ha in questo caso una sottostima di S_a e una sovrastima di R_p . Pertanto, le soluzioni statiche forniscono valori limite delle azioni trasmesse sulla parete compresi tra S_a ed R_p , mentre le soluzioni cinematiche forniscono valori esterni a tale intervallo. Conseguentemente, con il teorema cinematico dell'analisi limite, e nei metodi dell'equilibrio limite, ad esso riconducibili, deve ricercarsi il cinematismo di collasso critico che rende massima la spinta attiva e minima la resistenza passiva.

2.2. Soluzioni disponibili

Nei paragrafi successivi sono richiamate alcune delle soluzioni disponibili per la valutazione delle azioni trasmesse dal terreno alla parete nelle condizioni limite attiva e passiva. Specificamente, le soluzioni ottenute mediante il teorema statico dell'analisi limite, che forniscono una stima cautelativa della spinta attiva e della resistenza passiva, sono confrontate con quelle ottenute applicando il teorema cinematico dell'analisi limite o i metodi dell'equilibrio limite, che forniscono una stima non cautelativa di S_a e R_p . Per il caso di piano campagna orizzontale, si considera anche la soluzione di Sokolovskii (1965), ottenuta con il metodo delle linee caratteristiche.

Il confronto è effettuato considerando i coefficienti che forniscono la spinta attiva o la resistenza passiva agenti in direzione ortogonale alla parete, sia per le condizioni statiche, sia in presenza di azioni sismiche. Le soluzioni sono riferite al caso elementare di terreno omogeneo ($\gamma = \text{cost}$) e privo di coesione ($c' = 0$), con pressioni interstiziali nulle ($u = 0$) e in assenza di sovraccarico al piano campagna ($q = 0$).

Per rendere più agevole il confronto tra le diverse soluzioni di letteratura, le relazioni sono state riscritte utilizzando gli stessi simboli per le diverse grandezze, sebbene questo implichi delle variazioni rispetto alla formulazione originaria degli Autori. In particolare, nel seguito si indica con δ l'angolo di attrito al contatto parete – terreno, con i l'inclinazione del piano campagna rispetto all'orizzontale e con β l'inclinazione della parete rispetto alla verticale. La convenzione sui segni di queste grandezze è riassunta nella Figura 2. Nelle condizioni limite attive, l'angolo di attrito δ è positivo se le tensioni tangenziali trasmesse dal terreno alla parete sono dirette verso il basso, congruentemente con un cinematismo in cui il terreno si abbassa rispetto alla parete quando questa se ne allontana; nelle condizioni limite passive, δ è positivo se le tensioni tangenziali trasmesse dal terreno alla parete sono dirette verso l'alto, congruentemente con un cinematismo in cui il terreno si solleva rispetto alla parete quando questa viene spinta contro il terrapieno. In entrambi i casi, l'inclinazione i del piano campagna e quella β della parete sono positive se producono un aumento del volume di terreno interessato dal meccanismo di scorrimento plastico.

La Tabella 1 riassume le principali caratteristiche delle soluzioni discusse nel seguito per le condizioni statiche.

La ricerca delle condizioni limite con un approccio di tipo statico è stata affrontata per la prima volta da Rankine (1857) per un mezzo puramente attritivo (ϕ'), ed estesa successivamente da Bell (1915) al caso di terreni dotati di coesione e attrito (c' , ϕ').

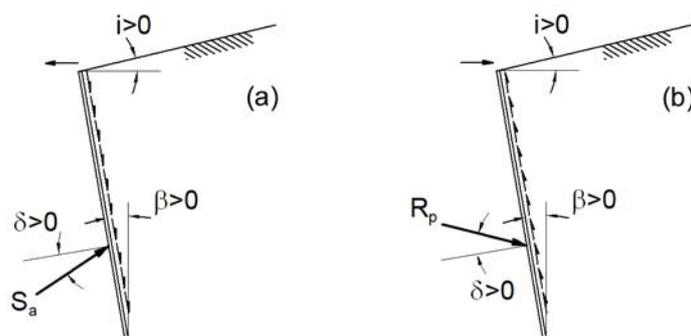


Figura 2: Notazioni di segno per l'angolo di attrito δ tra terreno e parete, l'inclinazione i del piano campagna e quella β del paramento, in condizioni di equilibrio limite attivo (a) e passivo (b).

Tabella 1. Soluzioni disponibili per gli stati limite in condizioni statiche.

Autori	Sokolovskii (1965)	Rankine (1857)	Lancellotta (2002) Mylonakis <i>et al.</i> (2007)	Coulomb (1773) Muller Breslau (1906)	Caquot e Kerisel (1948)	Chen (1975)
metodo	linee caratter.	appr. statico	estr. inferiore appr. statico	equil. limite appr. cinemat. sup. piana	equil. limite appr. cinemat. sup. curvilinea	estr. superiore appr. cinemat. sup. curvilinea
δ	sì	0	sì	0	sì	sì
i	0	sì	sì	0	sì	sì
β	sì	0	0	sì	0	sì

La teoria di Rankine presenta notevoli analogie con le soluzioni derivanti dal teorema statico dell'analisi limite. In essa si assume che lo stato tensionale agente su una parete verticale sia quello esistente, in condizioni limite, sulla corrispondente giacitura verticale pensata appartenente a un semispazio indefinito. Questa ipotesi non consente di tenere conto dell'attrito al contatto parete – terreno, essendo questo un fenomeno locale; le tensioni agenti sulla giacitura verticale nelle condizioni limite assumono una distribuzione triangolare, con retta d'azione parallela al piano campagna, assunto orizzontale o indefinitamente inclinato di un angolo i sull'orizzontale.

La scabrezza del contatto parete – terreno produce uno stato tensionale non omogeneo nel terreno che interagisce con la struttura di sostegno. Infatti, mentre a grande distanza non si risente dell'attrito tra parete e terreno e le direzioni principali di tensione sono fissate (ad es.: direzioni verticale e orizzontale per piano campagna orizzontale), in prossimità della parete la presenza di tensioni tangenziali su giaciture verticali produce una rotazione delle direzioni principali. Avvicinandosi alla parete, si verifica quindi una progressiva rotazione delle direzioni principali di tensione, che può essere descritta mediante la composizione di rotazioni infinitesimali, ciascuna delle quali può pensarsi prodotta da una discontinuità infinitesima dello stato tensionale tra due regioni contigue. Una volta assunta una distribuzione delle tensioni congruente con questa intuizione fisica, e compatibile con l'equilibrio e la legge di plasticità, il teorema statico dell'analisi limite ne assicura la validità. La soluzione può essere espressa fornendo la tensione efficace agente in direzione normale al contatto parete – terreno in funzione della tensione efficace valutata nella regione distante dalla parete (Lancellotta,

2002; Mylonakis *et al.*, 2007). Queste soluzioni forniscono una stima cautelativa delle azioni trasmesse alla parete nelle condizioni limite e possiedono anche il pregio di essere espresse in forma chiusa.

In alternativa, le condizioni di stato limite attivo e passivo in presenza di una parete scabra possono essere studiate utilizzando il teorema dell'estremo superiore dell'analisi limite o i metodi dell'equilibrio limite. In essi si segue un approccio di tipo cinematico e si ottiene una stima non cautelativa delle azioni trasmesse alla parete. Tra le soluzioni ottenute applicando il teorema cinematico si considera nel seguito quella proposta da Chen (1975); in essa il meccanismo plastico è delimitato da una superficie di scorrimento, cinematicamente compatibile, formata da due tratti rettilinei raccordati da un arco di spirale logaritmica (vedi Fig. 3). I metodi dell'equilibrio limite sono invece distinti in base alla forma assunta per la superficie di scorrimento. Essa è piana nei metodi derivati dalla soluzione di Coulomb (1773), estesa da Mayniel (1808) al caso di parete scabra e da Muller Breslau (1906) al caso generale di parete e piano campagna inclinati; è invece curvilinea, e composta da un tratto rettilineo e da un arco di spirale logaritmica, nella soluzione di Caquot e Kerisel (1948). In tutti i casi considerati, il meccanismo di collasso critico, che rende massima la spinta attiva e minima la resistenza passiva, viene ricercato variando gli angoli che individuano la superficie di scorrimento. È opportuno sottolineare che l'ipotesi di superficie di scorrimento piana formulata nelle soluzioni di Coulomb, Mayniel e Muller Breslau non è compatibile con la presenza di una scabrezza al contatto terreno – parete: in questo caso, avvicinandosi alla parete si verifica una rotazione della direzione locale delle giaciture di scorrimento (effetto duale a quello della rotazione delle direzioni principali di tensione nell'approccio statico) e di conseguenza la superficie di scorrimento non può essere planare. Si può mostrare che l'assunzione di una superficie piana comporta un errore a sfavore di sicurezza nella stima delle azioni sulla parete; questo errore è modesto nelle condizioni limite attive, ma può risultare inaccettabilmente elevato nelle condizioni limite passive, in dipendenza dei valori assunti da δ e φ' .

Tutte le soluzioni di tipo cinematico sono espresse in termini di azioni risultanti sulla parete, in quanto il metodo non consente di valutare la distribuzione delle tensioni. Si assume in genere che la distribuzione delle tensioni limite sia analoga a quella ottenuta dalle soluzioni che utilizzano il teorema statico; ad esempio, per le semplici condizioni considerate ($\gamma = \text{cost}$, $c' = 0$, $u = 0$, $q = 0$) si assume che la risultante sia applicata a 1/3 dell'altezza della parete, e cioè implicitamente che le tensioni agenti sulla parete abbiano una distribuzione lineare.

Le azioni sismiche possono essere portate in conto con il metodo pseudostatico, nel quale si assume che un fissato valore dell'accelerazione agisca uniformemente nel volume di terreno esaminato. La Tabella 2 riassume le principali caratteristiche delle soluzioni pseudostatiche discusse nel seguito.

Nelle soluzioni in forma chiusa, ottenute applicando il teorema dell'estremo inferiore dell'analisi limite, il problema pseudostatico può essere ricondotto a un problema statico equivalente operando una rotazione degli assi di riferimento tale da far assumere al vettore risultante delle azioni di volume la direzione verticale. Nelle soluzioni di seguito considerate (Lancellotta, 2007; Mylonakis *et al.*, 2007), le tensioni limite normali alla parete si ottengono, come per le condizioni statiche, partendo da una distribuzione dello stato tensionale in prossimità della parete che sia equilibrata e rispettosa del criterio di resistenza.

Un limite superiore della soluzione esatta è invece fornito dalla soluzione di Chang (1981) (descritta anche in Chen e Liu, 1990), ottenuta mediante il teorema dell'estremo superiore

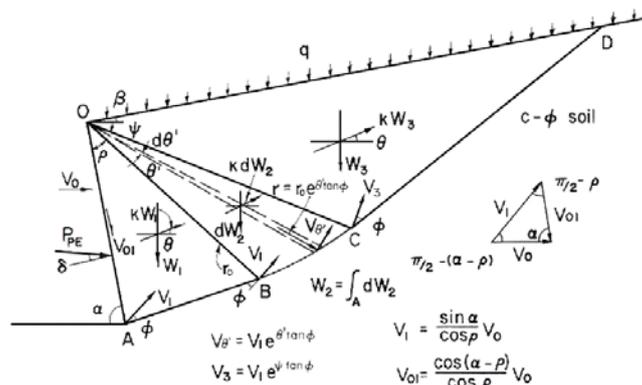


Figura 3: Superficie di scorrimento assunta nella soluzione di Chang (1981) (Chen e Liu, 1990).

Tabella 2. Soluzioni disponibili per gli stati limite in condizioni pseudostatiche.

Autore	Lancellotta (2007)	Mylonakis <i>et al.</i> (2007)	Mononobe – Okabe (1924) (1929)	Chang (1981)
metodo	estr. inferiore appr. statico	estr. inferiore appr. statico	equil. limite appr. cinematic. sup. piana	estr. superiore appr. cinematic. sup. curvilinea
δ	sì	sì	sì	sì
i	sì	sì	sì	sì
β	0	sì	sì	sì

dell'analisi limite, in cui si considera, in aggiunta alla forza peso, l'azione della forza statica equivalente al sisma che agisce sul volume di terreno delimitato dalla superficie di scorrimento. Analogamente alla soluzione di Chen (1975), si assume anche in questo caso una superficie di scorrimento mistilinea, costituita da due tratti rettilinei e da un arco di spirale logaritmica e, variando gli angoli (ρ e ψ) che individuano la superficie di scorrimento, si ricerca il meccanismo critico che massimizza la spinta attiva o minimizza la resistenza passiva (Fig. 3).

Una stima non cautelativa può infine essere ricavata con il metodo dell'equilibrio limite, considerando la soluzione di Mononobe – Okabe (Okabe, 1924; Mononobe e Matsuo, 1929) ottenuta estendendo al caso pseudostatico la soluzione di Coulomb, nell'ipotesi di superficie di scorrimento piana. Valgono per questa soluzione gli stessi limiti di applicabilità, derivanti dalla planarità delle superfici di scorrimento, se impiegata per valutare le spinte in presenza di attrito parete – terreno.

2.3. Stato limite attivo e passivo

Nel seguito si riassumono le espressioni che permettono una valutazione in forma chiusa delle azioni trasmesse alla parete nelle condizioni di equilibrio limite attivo e passivo; in esse, il segno superiore è riferito alle condizioni limite attive e quello inferiore alle condizioni limite passive. Successivamente si mostra il confronto tra le soluzioni discusse nel paragrafo precedente.

2.3.1. Condizioni statiche

La soluzione di Rankine (1857) per le tensioni efficaci limite agenti in direzione normale ad una giacitura verticale può essere scritta nella forma:

$$\sigma'_{a,p} = \cos i \cdot \left[\frac{\cos i \mp \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos i \pm \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}} \right] \cdot (\gamma'z \cdot \cos i) = K_{a,p} \cdot \cos i \cdot \gamma'z \quad (1)$$

dove per $(\gamma'z \cos i)$ deve intendersi la tensione verticale efficace agente su una giacitura parallela al piano campagna, inclinato di un angolo i sull'orizzontale. Nel caso di piano campagna orizzontale, la (1) si riscrive nella forma:

$$\sigma'_{a,p} = \frac{1 \mp \sin \varphi'}{1 \pm \sin \varphi'} \cdot \sigma'_v = \tan^2 \left(\frac{\pi \mp \varphi'}{4} \right) \cdot \sigma'_v = K_{a,p} \cdot \gamma'z \quad (2)$$

Nelle equazioni (1) e (2), K_a e K_p sono i coefficienti di spinta attiva e di spinta passiva. Dall'analisi dei cerchi di Mohr nelle condizioni di equilibrio limite è possibile mostrare che le giaciture di scorrimento sono in entrambi i casi inclinate di un angolo pari a $(\pi/4 + \varphi'/2)$ rispetto alla direzione della tensione efficace principale minima σ'_3 . Per il caso di piano campagna inclinato gli angoli compresi tra le superfici di scorrimento e la parete verticale sono pari a:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\pi \mp \varphi'}{4} \pm \frac{\omega}{2} - \frac{i}{2} \\ \alpha_2 &= \frac{\pi \mp \varphi'}{4} \mp \frac{\omega}{2} + \frac{i}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

con $\omega = \sin^{-1}(\sin i / \sin \varphi')$; essi si riducono a $(\pi/4 \mp \varphi'/2)$ nel caso di piano campagna orizzontale.

Volendo portare in conto la scabrezza del contatto terreno – parete, una stima cautelativa delle spinte si ottiene mediante l'applicazione del teorema statico dell'analisi limite (Lancellotta, 2002; Mylonakis *et al.* 2007). La soluzione di Lancellotta (2002), formulata originariamente per il caso di parete verticale scabra e piano campagna orizzontale, può essere estesa al caso di piano campagna inclinato; in questo caso, le tensioni efficaci limite agenti in direzione normale alla parete sono espresse nella forma:

$$\sigma'_{a,p} = \cos \delta \cdot \left[\frac{\cos \delta \mp \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2 \delta}}{\cos i \pm \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2 i}} \right] \cdot e^{\mp 2\psi \tan \varphi'} \cdot (\gamma'z \cdot \cos i) = K_{a,p} \cdot \cos \delta \cdot \gamma'z \quad (4)$$

con

$$2\psi = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi'}\right) \mp \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} \varphi'}\right) \mp \delta + i \quad (5)$$

dove ψ rappresenta la rotazione delle direzioni principali di tensione tra le regioni distante e prossima alla parete, e $\gamma'z \cdot \cos i$ è la tensione verticale efficace agente, nella regione distante dalla parete, su una giacitura parallela al piano campagna indefinitamente inclinato.

Per le condizioni più generali di parete e piano campagna inclinati, le tensioni efficaci limite normali alla parete possono essere ottenute dalla soluzione di Mylonakis *et al.* (2007):

$$\begin{aligned} \sigma'_{a,p} &= \cos \delta \cdot \left[\frac{1}{\cos \delta} \left(\frac{1 \mp \operatorname{sen} \varphi' \cos(\Delta_2 \mp \delta)}{1 \pm \operatorname{sen} \varphi' \cos(\Delta_1 \pm i)} \right) \right] \cdot e^{\mp 2\psi \tan \varphi'} \cdot (\gamma'z \cdot \cos^2 i) = \\ \cos \delta \cdot \left[\frac{1}{\cos \delta} \left(\frac{1 \mp \operatorname{sen} \varphi' \cos(\Delta_2 \mp \delta)}{1 \pm \operatorname{sen} \varphi' \cos(\Delta_1 \pm i)} \right) \right] \cdot e^{\mp 2\psi \tan \varphi'} \cdot \cos(\beta - i) \cdot \cos i \cdot \gamma'z' &= K_{a,p} \cdot \cos \delta \cdot \gamma'z' \end{aligned} \quad (6)$$

dove $\gamma'z \cdot \cos^2 i$ è la tensione efficace normale ad una giacitura parallela al piano campagna inclinato e

$$z = z' \cdot \frac{\cos(\beta - i)}{\cos i} \quad (7)$$

rappresenta la relazione tra la profondità in direzione verticale e quella misurata lungo la parete. La rotazione delle direzioni principali di tensione è espressa da una relazione analoga all'eq. (5) a meno del termine in β che definisce l'inclinazione della parete:

$$2\psi = \Delta_2 \mp \Delta_1 \mp \delta + i - 2\beta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi'}\right) \mp \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} \varphi'}\right) \mp \delta + i - 2\beta \quad (8)$$

Per valutare la risultante delle spinte, l'integrazione delle tensioni efficaci limite deve essere effettuata lungo l'ordinata z' , cioè lungo lo sviluppo della parete inclinata, e quindi deve essere estesa all'altezza $H/\cos \beta$; va evidenziato che l'espressione originariamente fornita dagli autori si riferisce alla risultante delle azioni agenti su una parete di altezza H ; il termine $1/\cos^2 \beta$ ottenuto dall'integrazione risulta perciò incorporato nell'espressione originale dei coefficienti di spinta.

Per il caso di parete verticale ($\beta = 0$), le due soluzioni risultano equivalenti.

In luogo delle soluzioni fornite dall'applicazione del teorema statico dell'analisi limite, si possono utilizzare quelle ottenute con i metodi dell'equilibrio limite; in questo caso, le stime delle azioni risultano in generale non cautelative e l'entità dell'errore dipende dalla correttezza della forma assunta la superficie di scorrimento. Nel seguito si richiama la soluzione di Muller Breslau (1906), il cui uso è tuttavia sconsigliato per le condizioni limite passive; infatti, l'ipotesi di superficie di scorrimento piana adottata nel metodo può condurre ad una significativa sovrastima della resistenza passiva per elevati valori di δ e φ' . Le spinte agenti normalmente alla parete nelle condizioni limite si scrivono nella forma:

$$S_{a,p} \cos \delta = \frac{1}{2} \gamma' H^2 \cdot K_{a,p} \cos \delta \quad (9)$$

con i coefficienti di spinta

$$K_{a,p} = \frac{\cos^2(\varphi' \mp \beta)}{\cos^2 \beta \cdot \cos(\delta \pm \beta) \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\varphi' + \delta) \cdot \sin(\varphi' \mp i)}{\cos(\delta \pm \beta) \cdot \cos(i - \beta)}} \right)^2} \quad (10)$$

L'inclinazione critica del piano di scorrimento, rispetto all'orizzontale, nelle condizioni di equilibrio limite vale:

$$\alpha_{cr(a,p)} = \pm \varphi' + \tan^{-1} \left\{ \frac{[\tan a (\tan a + \cot b) \cdot (1 + \tan(\delta \pm \beta) \cot b)]^{1/2} \mp \tan a}{1 + \tan(\delta \pm \beta) \cdot (\tan a + \cot b)} \right\}$$

$$a = \varphi' \mp i$$

$$b = \varphi' \mp \beta \quad (11)$$

I risultati di Sokolovskii (1965), derivando da una soluzione ottenuta per via numerica, non sono esprimibili in forma chiusa ma vengono forniti direttamente dall'autore. Analogamente, le soluzioni di Caquot e Kerisel (1948), ottenute in corrispondenza dei cinematismi più critici, sono fornite dagli autori in forma di tabelle. Infine, Chen (1975) fornisce le espressioni dei coefficienti di spinta in funzione dei due angoli (ρ e ψ) che definiscono il cinematismo (Fig. 3), ma la soluzione deve essere ricercata massimizzando (per le condizioni attive) o minimizzando (per le condizioni passive) i coefficienti di spinta in funzione delle variabili ρ e ψ .

Nella Figura 4 i valori di $K_a \cdot \cos \delta$ ottenuti dalle diverse soluzioni sono diagrammati in funzione dell'angolo di resistenza al taglio φ' , al variare del rapporto δ/φ' tra la scabrezza della parete e l'angolo di resistenza al taglio (Fig. 4.a), del rapporto i/φ' tra l'inclinazione del piano campagna e φ' (Fig. 4.b), e dell'inclinazione β della parete (Fig. 4.c). Per valori positivi dell'angolo di attrito δ al contatto parete – terreno (tensioni tangenziali dirette verso il basso, Fig. 2) un aumento della scabrezza della parete produce una riduzione della spinta attiva, mentre valori positivi dell'inclinazione i del piano campagna e β della parete, a cui corrisponde un maggiore volume di terreno in condizioni di scorrimento plastico, producono un incremento della spinta attiva.

Congruentemente con quanto esposto in precedenza, le soluzioni di tipo statico forniscono una sovrastima della spinta attiva e si diagrammano al di sopra della soluzione di Sokolovskii (1965) (da considerarsi prossima a quella esatta), fornita per valori di $i = 0$, mentre quelle riconducibili ad un approccio cinematico sottostimano la spinta attiva. Tuttavia, le differenze tra le diverse soluzioni sono modeste e sempre inferiori al 5 % anche per valori elevati della scabrezza della parete e dell'inclinazione del piano campagna. Nelle soluzioni cinematiche, ciò è giustificato dalla modesta curvatura della superficie di scorrimento critica, che può quindi essere assimilata ad una superficie piana senza introdurre significativi errori; in quelle statiche, congruentemente, la rotazione delle direzioni principali di tensione è modesta.

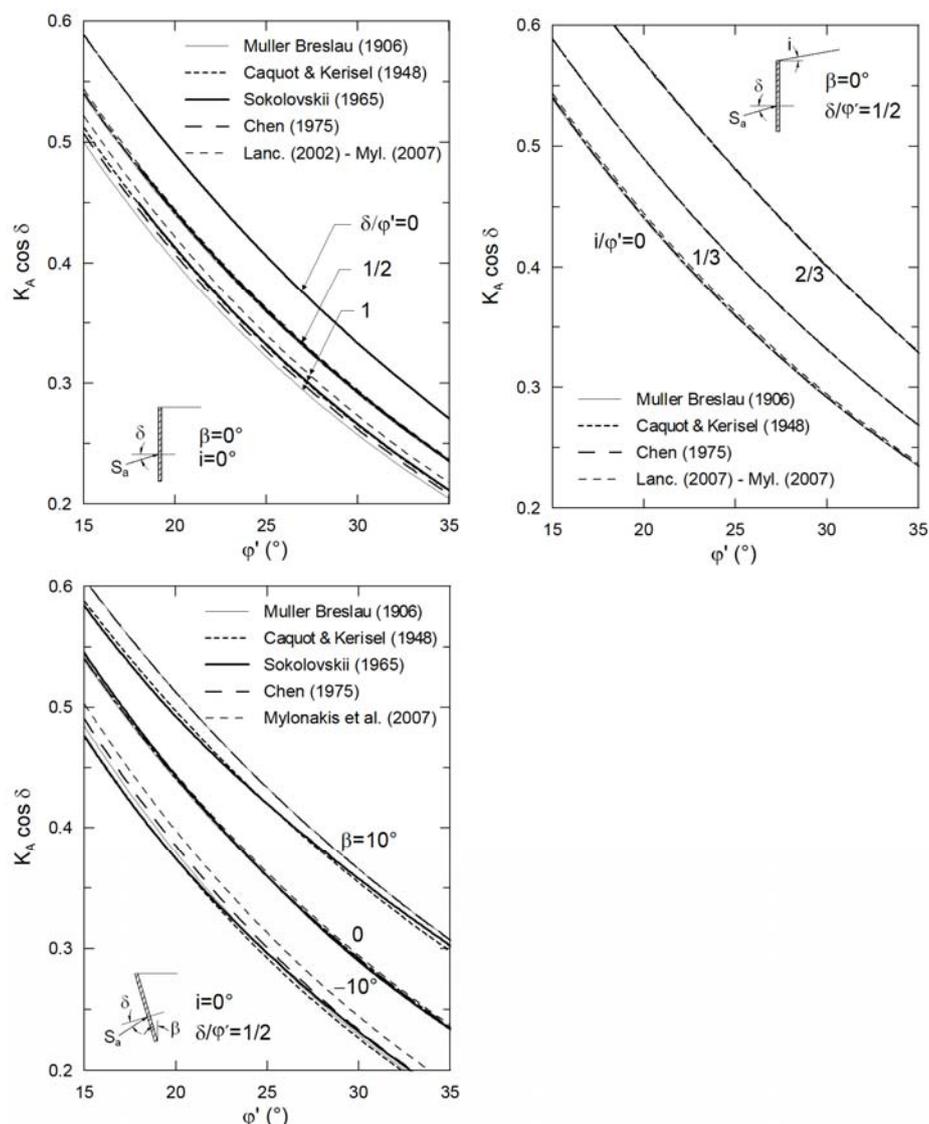


Figura 4: Confronto tra i valori di $K_a \cdot \cos \delta$ ottenuti in condizioni statiche da alcune soluzioni di letteratura.

Nella Figura 5 i valori di $K_p \cdot \cos \delta$ ottenuti dalle diverse soluzioni per il caso di parete verticale, di maggiore interesse applicativo, sono diagrammati in funzione dell'angolo di resistenza al taglio φ' , al variare del rapporto δ/φ' , per il caso di piano campagna orizzontale (Fig. 5.a), e dell'inclinazione i del piano campagna, per il caso di $\delta/\varphi' = 0.5$ (Fig. 5.b). Per valori positivi dell'angolo di attrito al contatto parete – terreno (tensioni tangenziali dirette verso l'alto, Fig. 2) e dell'inclinazione del piano campagna (maggiore volume di terreno in condizioni di scorrimento plastico), un aumento di δ e di i producono un aumento della resistenza passiva.

Tutte le soluzioni coincidono per il caso di parete liscia. In presenza di una parete scabra, le soluzioni di tipo cinematico forniscono una sovrastima della resistenza passiva e si diagrammano al di sopra della soluzione di Sokolovskii (1965) (fornita per $i = 0$), ad eccezione della soluzione di Caquot e Kerisel (1948) che risulta in buon accordo con essa;

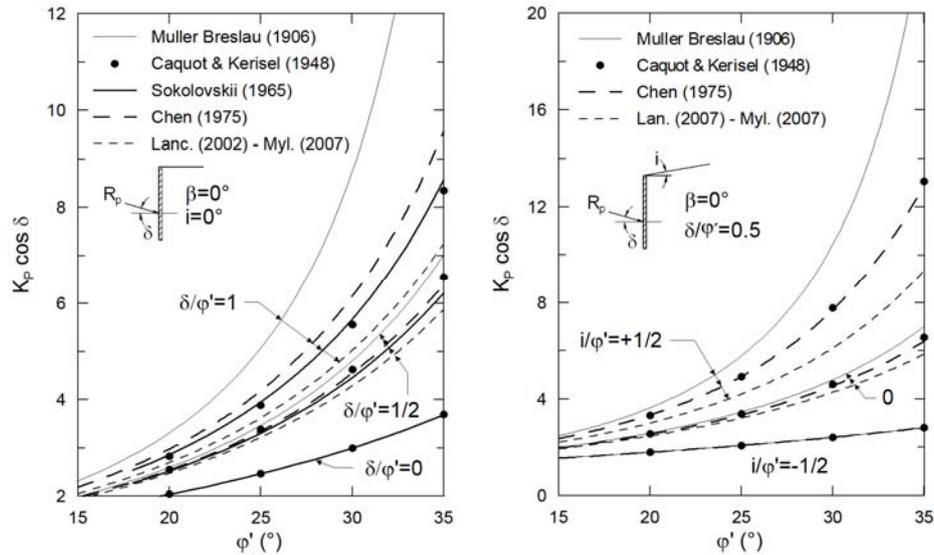


Figura 5: Confronto tra i valori di $K_p \cdot \cos \delta$ ottenuti in condizioni statiche da alcune soluzioni di letteratura.

quelle riconducibili ad un approccio statico, invece, la sottostimano. Le differenze crescono al crescere della scabrezza della parete e dell'inclinazione del piano campagna rimanendo entro limiti accettabili per le soluzioni statiche e per quelle di tipo cinematico in cui si ipotizza un meccanismo plastico caratterizzato da una superficie di scorrimento curvilinea. Specificamente, per piano campagna orizzontale il rapporto tra i valori di $K_p \cos \delta$ forniti per $\varphi' = 35^\circ$ dalla soluzione di estremo superiore (Chen, 1975) e da quelle di estremo inferiore (Mylonakis *et al.*, 2007; Lancellotta, 2002) risulta pari a circa 1.1 e a 1.3 per δ/φ' pari a 0.5 e 1, rispettivamente; esso cresce nel caso di piano campagna inclinato, risultando pari a circa 1.4 per $\varphi' = 35^\circ$ e $\delta/\varphi' = 0.5$. Al contrario, i valori $K_p \cos \delta$ ottenuti con il metodo dell'equilibrio limite nell'ipotesi di superficie di scorrimento piana (Muller e Breslau, 1906) risultano significativamente maggiori di quelli forniti dalle altre soluzioni, con differenze crescenti e non accettabili per elevati valori dell'angolo di attrito al contatto parete – terreno e dell'angolo di resistenza al taglio; ciò limita di fatto l'applicazione di questa soluzione a casi caratterizzati da modesti valori di $\delta/\varphi' (< 0.5)$ e di $\varphi' (< 30^\circ)$ (Fig. 5.a – b). Le differenze sono attribuibili alla significativa curvatura dell'effettiva superficie di scorrimento indotta nelle condizioni limite passive dall'attrito al contatto parete – terreno; in queste condizioni l'ipotesi di superficie piana introduce errori significativi.

2.3.2. Effetto delle azioni sismiche

Le spinte su una parete di sostegno prodotte da un evento sismico sono in genere valutate utilizzando il metodo pseudostatico, nel quale si assume che un fissato valore dell'accelerazione agisca uniformemente nel volume di terreno esaminato. I criteri di scelta del coefficiente sismico da adottare nelle analisi sono discusse nel § 4.

Una stima cautelativa delle azioni trasmesse alla parete nelle condizioni limite può ancora essere espressa applicando il teorema dell'estremo inferiore dell'analisi limite (Lancellotta, 2007; Mylonakis *et al.*, 2007).

In condizioni pseudostatiche, il terreno a tergo della parete è soggetto all'azione del peso dell'unità di volume γ' e delle forze di volume $k_h \cdot \gamma'$ e $k_v \cdot \gamma'$, che rappresentano le componenti orizzontale e verticale dell'azione statica equivalente al sisma. La forza di volume risultante è quindi inclinata rispetto alla verticale di un angolo

$$\vartheta = \tan^{-1} \left(\frac{k_h}{1 - k_v} \right) \quad (12)$$

Nel seguito, valori positivi di k_h ($\vartheta > 0$) indicano una forza di inerzia rivolta verso la parete (accelerazione verso il terreno), che rende massima la spinta attiva; al contrario, valori negativi di k_h ($\vartheta < 0$) sono riferiti ad una forza inerziale rivolta verso il terreno (accelerazione verso la parete), che rende minima la resistenza passiva. Quindi, nel primo caso la forza di volume risultante è diretta verso la parete, nel secondo è invece diretta verso il terreno. In entrambi i casi, il coefficiente sismico verticale è assunto positivo se diretto verso l'alto (accelerazione verso il basso).

Il problema pseudostatico può essere ricondotto ad un problema statico equivalente operando una rotazione ϑ del sistema di riferimento, in modo da far assumere alla forza di volume risultante la direzione verticale. Nei casi rappresentati nelle Figure 6 e 7, la rotazione è ad esempio antioraria per le condizioni limite attive ed oraria per quelle limite passive. Con questa trasformazione, ci si riconduce al problema della determinazione della spinta attiva o della resistenza passiva agenti su una parete scabra, inclinata sulla verticale di un angolo ϑ e interagente con un terreno delimitato da un piano campagna di inclinazione $(i + \vartheta)$, con ϑ positivo o negativo in dipendenza delle condizioni considerate (attive o passive).

Nella soluzione di Lancellotta (2007) la tensione efficace limite passiva agente in direzione normale alla parete viene espressa in funzione della tensione verticale efficace agente, nella regione distante della parete, su una giacitura parallela al piano campagna appartenente ad un pendio indefinito di inclinazione $(i + \vartheta)$. Essa è pari a $\gamma_e \cdot \zeta \cdot \cos(i + \vartheta)$, dove γ_e è il peso dell'unità di volume del terreno nel dominio trasformato:

$$\gamma_e = \gamma' \sqrt{(1 - k_v)^2 + k_h^2} = (1 - k_v) \cdot \frac{\gamma'}{\cos \vartheta} \quad (13)$$

e la profondità ζ nel dominio ruotato è espressa in funzione della profondità z nel dominio non ruotato attraverso la relazione:

$$\zeta = z \cdot \frac{\cos i}{\cos(i + \vartheta)} \quad (14)$$

Ne risulta che, nella regione distante dalla parete, la tensione verticale efficace agente su una giacitura parallela al piano campagna di inclinazione $(i + \vartheta)$ diviene:

$$\gamma_e \cdot \zeta \cdot \cos(i + \vartheta) = (1 - k_v) \cdot \gamma' z \cdot \frac{\cos i}{\cos \vartheta} \quad (15)$$

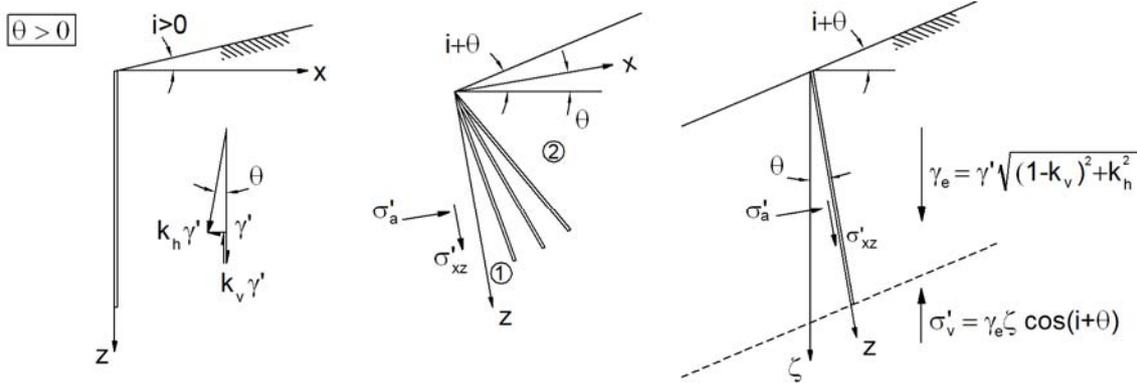


Figura 6: Rotazione degli assi di riferimento per la valutazione del coefficiente di spinta attiva con il metodo pseudostatico.

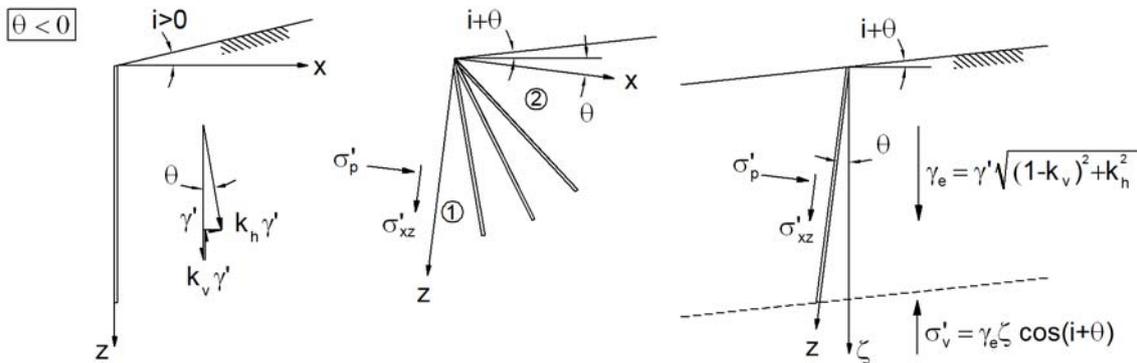


Figura 7: Rotazione degli assi di riferimento per la valutazione del coefficiente di spinta passivo con il metodo pseudostatico (Lancellotta, 2007).

La soluzione di Lancellotta (2007), originariamente proposta per la valutazione della sola resistenza passiva su una parete verticale scabra, è di seguito estesa anche alle condizioni limite attive. Con le posizioni dell'eq. (15), le tensioni efficaci limite normali alla parete verticale possono scriversi nella forma:

$$\begin{aligned}
 \sigma'_{(a,p)E} &= \cos \delta \cdot \left[\frac{\cos \delta \mp \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2 \delta}}{\cos(i + \vartheta) \pm \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2(i + \vartheta)}} \right] \cdot e^{\mp 2\psi_e \tan \varphi'} \cdot [\gamma_e \zeta \cdot \cos(i + \vartheta)] = \\
 &= \cos \delta \cdot \left[\frac{\cos \delta \mp \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2 \delta}}{\cos(i + \vartheta) \pm \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2(i + \vartheta)}} \right] \cdot e^{\mp 2\psi_e \tan \varphi'} \cdot \frac{\cos i}{\cos \vartheta} \cdot (1 - k_v) \cdot \gamma' z = \\
 &= \cos \delta \cdot K_{(a,p)E} \cdot (1 - k_v) \cdot \gamma' z
 \end{aligned} \tag{16}$$

con

$$2\psi_e = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen } \delta}{\text{sen } \varphi'}\right) \mp \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}(i + \vartheta)}{\text{sen } \varphi'}\right) \mp \delta + i - \vartheta \quad (17)$$

dove ψ_e rappresenta la rotazione delle direzioni principali di tensione tra le due regioni estreme in condizioni pseudostatiche, e $\gamma'z$ rappresenta la tensione verticale efficace nominale, riferita a un piano orizzontale passante per la testa della parete.

Nella soluzione di Mylonakis *et al.* (2007), proposta per il caso generale di parete inclinata, le tensioni efficaci limite agenti su una parete scabra sono espresse in funzione della tensione normale efficace agente, nella regione distante dalla parete, su una giacitura parallela al piano campagna appartenente ad un pendio indefinito di inclinazione $(i + \vartheta)$. Essa è pari a $\gamma_e \cdot \zeta \cdot \cos^2(i + \vartheta)$, dove γ_e è il peso dell'unità di volume del terreno nel dominio trasformato, definito dall'eq. (13), e la profondità ζ nel dominio ruotato, espressa in funzione della profondità z' lungo la parete inclinata nel dominio non ruotato, è:

$$\zeta = z' \cdot \frac{\cos(\beta - i)}{\cos(i + \vartheta)} \quad (18)$$

Pertanto, nella regione distante dalla parete la tensione normale efficace su una giacitura parallela al piano campagna di inclinazione $(i + \vartheta)$ diviene:

$$\gamma_e \cdot \zeta \cdot \cos^2(i + \vartheta) = (1 - k_v) \cdot \gamma'z' \cdot \frac{\cos(\beta - i)}{\cos \vartheta} \cdot \cos(i + \vartheta) \quad (19)$$

Con le posizioni dell'eq. (19), le tensioni efficaci limite agenti in direzione normale ad una parete inclinata, possono scriversi nella forma:

$$\begin{aligned} \sigma'_{(a,p)_E} &= \cos \delta \cdot \left[\frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1 \mp \text{sen } \varphi' \cos(\Delta_2 \mp \delta)}{1 \pm \text{sen } \varphi' \cos(\Delta_1^* \pm (i + \vartheta))} \right] \cdot e^{\mp 2\psi_e \tan \varphi'} \cdot \gamma_e \zeta \cos^2(i + \vartheta) = \\ &\cos \delta \cdot \left[\frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1 \mp \text{sen } \varphi' \cos(\Delta_2 \mp \delta)}{1 \pm \text{sen } \varphi' \cos(\Delta_1^* \pm (i + \vartheta))} \right] \cdot e^{\mp 2\psi_e \tan \varphi'} \cdot \frac{\cos(\beta - i)}{\cos \vartheta} \cos(i + \vartheta) \cdot (1 - k_v) \gamma'z' = \quad (20) \\ &K_{(a,p)_E} \cos \delta \cdot (1 - k_v) \gamma'z' \end{aligned}$$

con

$$2\psi_e = \Delta_2 \mp \Delta_1^* \mp \delta + i - \vartheta - 2\beta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen } \delta}{\text{sen } \varphi'}\right) \mp \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}(i + \vartheta)}{\text{sen } \varphi'}\right) \mp \delta + i - \vartheta - 2\beta \quad (21)$$

dove ψ_e rappresenta nuovamente la rotazione delle tensioni principali tra le due regioni estreme, prossima e distante dalla parete, ed è espressa in forma analoga all'eq. (17), a meno del termine in β che individua l'inclinazione della parete. È bene sottolineare che, come già

commentato per le condizioni statiche, nel caso di parete inclinata l'integrazione delle tensioni lungo l'ordinata z' , riferita allo sviluppo della parete inclinata, deve essere estesa all'altezza $H/\cos \beta$.

Anche in condizioni pseudostatiche, per il caso di parete verticale ($\beta = 0$), le relazioni (16 – 17) e le (20 – 21) risultano equivalenti.

Le soluzioni ottenute applicando il teorema cinematico dell'analisi limite, o quelle fornite dai metodi dell'equilibrio globale, inquadrabili nell'ambito dello stesso teorema, forniscono una stima non cautelativa delle spinte sulla parete. Tra le soluzioni che utilizzano il teorema cinematico dell'analisi limite, si considera nel seguito quella di Chang (1981) (descritta anche in Chen e Liu, 1990), in cui si assume una superficie di scorrimento mistilinea, costituita da due tratti rettilinei e da un arco di spirale logaritmica. Altre soluzioni per le condizioni limite passive sono state ottenute da Soubra (2000), mediante il teorema cinematico per superfici di scorrimento mistilinee, da Morrison e Ebeling (1995) utilizzando il metodo dell'equilibrio limite per superfici di scorrimento a forma di spirale logaritmica, da Kumar e Chitikela (2002) e da Cheng (2003) con il metodo delle linee caratteristiche.

Nelle applicazioni correnti si ricorre spesso al metodo di Mononobe – Okabe (Okabe, 1924; Mononobe e Matsuo, 1929) che estende la soluzione di Coulomb alla presenza delle azioni statiche equivalenti al sisma. Analogamente a quanto discusso per le condizioni statiche, tale metodo non è adatto al calcolo della resistenza passiva in condizioni sismiche, perché in presenza di attrito al contatto parete – terreno, l'ipotesi di superficie di scorrimento piana assunta nel metodo non è accettabile. Nel metodo, le azioni agenti in direzione normale alla parete nelle condizioni limite vengono espresse nella forma:

$$S_{(a,p)_E} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) \cdot K_{(a,p)_E} \quad (22)$$

in cui i coefficienti di spinta valgono:

$$K_{(a,p)_E} = \frac{\cos^2(\varphi' \mp \beta - \vartheta)}{\cos \vartheta \cos^2 \beta \cdot \cos(\delta \pm \beta + \vartheta) \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{\sin(\varphi' + \delta) \cdot \sin(\varphi' \mp i - \vartheta)}{\cos(\delta \pm \beta + \vartheta) \cdot \cos(i - \beta)}} \right)^2} \quad (23)$$

e l'inclinazione critica, rispetto all'orizzontale, del piano di scorrimento è:

$$\alpha_{cr(a,p)} = \pm(\varphi' - \vartheta) + \tan^{-1} \left\{ \frac{[\tan a (\tan a + \cot b) \cdot (1 + \tan(\delta \pm \beta + \vartheta) \cot b)]^{1/2} \mp \tan a}{1 + \tan(\delta \pm \beta + \vartheta) \cdot (\tan a + \cot b)} \right\}$$

$$a = \varphi' \mp i - \vartheta$$

$$b = \varphi' \mp \beta - \vartheta \quad (24)$$

Perché nell'eq. (23) il radicando sia reale, deve risultare $\sin(\varphi' \mp i - \vartheta) \geq 0$. Nell'ipotesi di terrapieno orizzontale ciò implica il soddisfacimento della condizione $\tan \varphi' \geq k_h / (1 - k_v)$ e, conseguentemente, l'esistenza di un valore limite del coefficiente sismico orizzontale

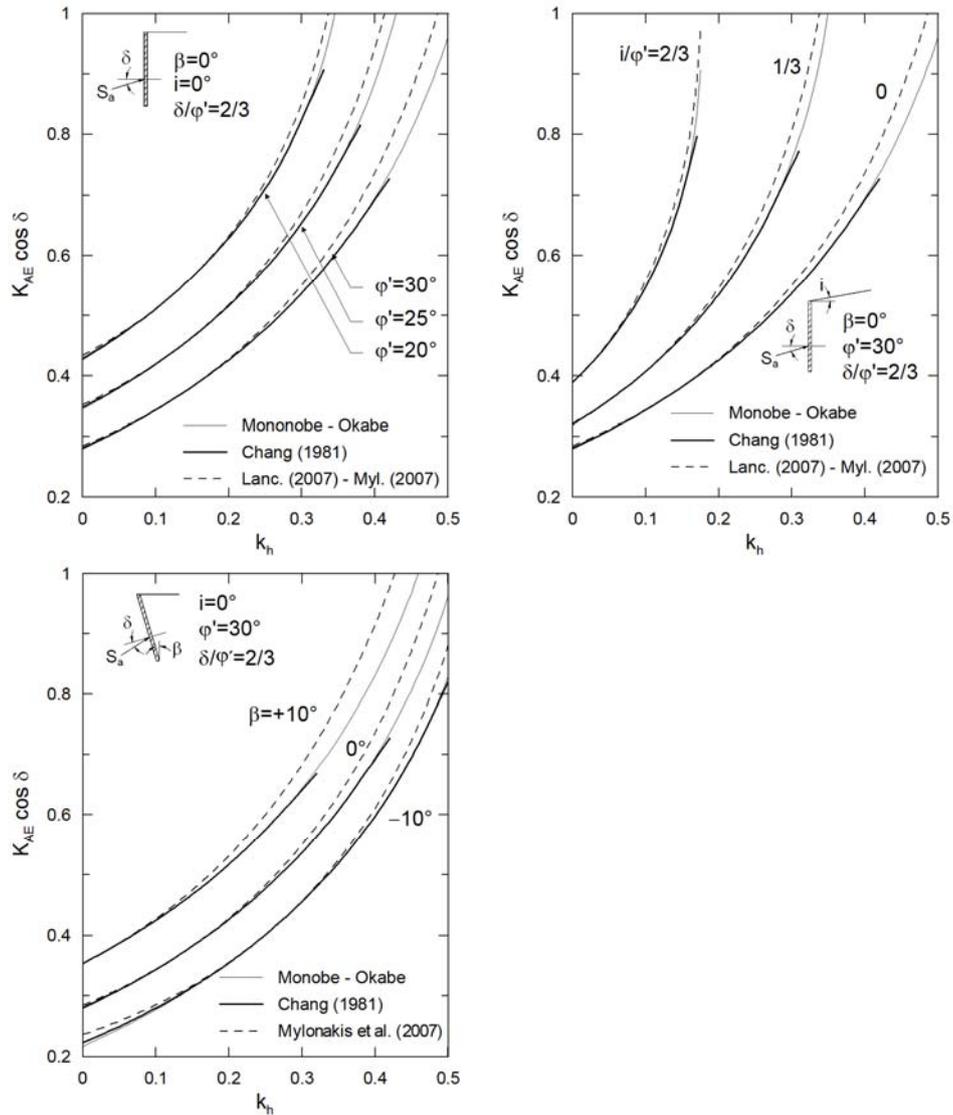


Figura 8: Confronto tra i valori di $K_{aE} \cdot \cos \delta$ ottenuti per $k_v = 0$ da quattro soluzioni di letteratura.

$k_{h(lim)} = (1 - k_v) \tan \varphi'$ in corrispondenza del quale l'equilibrio del sistema parete – terreno è impossibile; per valori nulli di k_v , tale valore limite diviene $k_{h(lim)} = \tan \varphi'$.

I valori del coefficiente di spinta attiva perpendicolare alla parete $K_{aE} \cdot \cos \delta$ ottenuti dalle soluzioni precedenti sono diagrammati nella Figura 8 per $k_v = 0$, in funzione del coefficiente sismico orizzontale k_h , al variare dell'angolo di resistenza al taglio φ' , assumendo $i = \beta = 0$ e $\delta/\varphi' = 2/3$ (Fig. 8.a), del rapporto i/φ' tra l'inclinazione del piano campagna e l'angolo di resistenza al taglio, per $\beta = 0$ e $\delta/\varphi' = 2/3$ (Fig. 8.b) e dell'inclinazione β della parete, per $i = 0$, $\delta/\varphi' = 2/3$ e $\varphi' = 30^\circ$ (Fig. 8.c).

Anche in presenza delle azioni pseudostatiche equivalenti al sisma, le soluzioni ottenute nelle condizioni limite attive utilizzando i teoremi di estremo dell'analisi limite e il metodo dell'equilibrio limite sono molto prossime tra loro con differenze che crescono al crescere di k_h , ma risultano comunque contenute e comprese entro il $6 \div 10\%$.

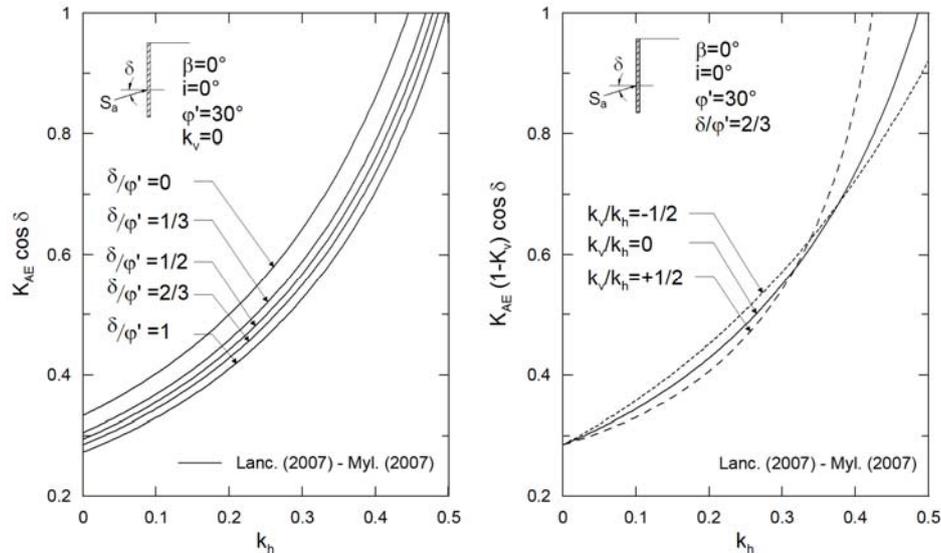


Figura 9: Influenza della scabrezza δ della parete e della componente verticale k_v del coefficiente sismico sul coefficiente di spinta attiva pseudostatica K_{aE}

La Figura 9.a mostra che i valori del coefficiente $K_{aE} \cdot \cos \delta$ calcolati per $k_v = 0$ con soluzioni cautelative di estremo inferiore diminuiscono, come atteso, al crescere della scabrezza δ della parete, ma con differenze contenute per valori di $\delta \neq 0$; la componente verticale k_v del coefficiente sismico ha un'influenza modesta sul termine $(1 - k_v) \cdot K_{aE} \cdot \cos \delta$ per valori del coefficiente sismico orizzontale $k_h < 0.35$ (Fig. 9.b).

Per le condizioni limite passive ed il caso di parete verticale e piano campagna orizzontale, la Figura 10.a – b mostra il confronto tra i valori di $K_{pE} \cdot \cos \delta$, cioè del coefficiente che fornisce la resistenza passiva in direzione ortogonale alla parete, calcolati utilizzando le soluzioni summenzionate. I risultati sono diagrammati in funzione del coefficiente sismico orizzontale, per valori di φ' compresi tra 20° e 30° e per due valori del rapporto δ/φ' ($2/3$ e 1). Le differenze fra i valori assunti da $K_{pE} \cdot \cos \delta$ divengono sostanziali per $\delta = \varphi'$. La soluzione esatta, che deve pensarsi compresa tra quella di Chang (1981) e quella di Lancellotta (2007), è molto distante dalla soluzione che si otterrebbe utilizzando la soluzione di Mononobe – Okabe, la quale risulta significativamente errata per eccesso. Il confronto con i valori ottenuti per $\delta = 0$ (identici per le tre soluzioni), mostrato in figura per $\varphi' = 20^\circ$, mostra però che l'assunzione di parete liscia risulterebbe eccessivamente cautelativa comportando una notevole riduzione della resistenza calcolata.

Nella Figura 11 i valori di $K_{pE} \cdot \cos \delta$ sono diagrammati in funzione dell'angolo di resistenza al taglio φ' , al variare di k_h per il caso di piano campagna orizzontale (Fig. 11.a) e di piano campagna inclinato con $i/\varphi' = 0.5$ (Fig. 11.b). La differenza tra la soluzione ottenuta con il teorema cinematico dell'analisi limite (Chang, 1981) e quelle ottenute applicando il teorema statico dell'analisi limite (Lancellotta, 2007; Mylonakis *et al.*, 2007) crescono al crescere dell'angolo di resistenza al taglio e dell'inclinazione del piano campagna; esse forniscono comunque valori significativamente minori di quelli calcolati con la soluzione di Mononobe – Okabe, diagrammata per chiarezza in figura per la sola condizione statica ($k_h = 0$).

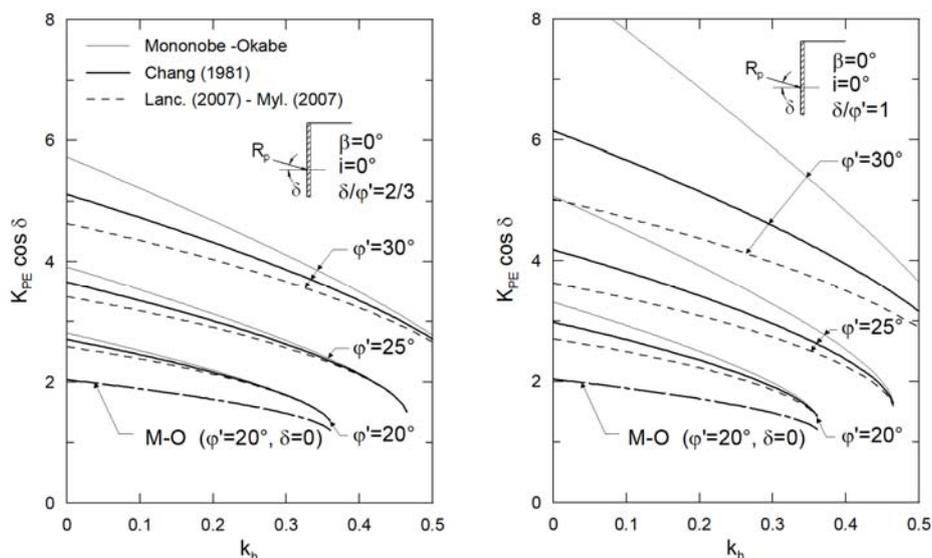


Figura 10: Confronto fra i valori di $K_{pE} \cos \delta$ ottenuti per $k_v = 0$ da quattro soluzioni di letteratura.

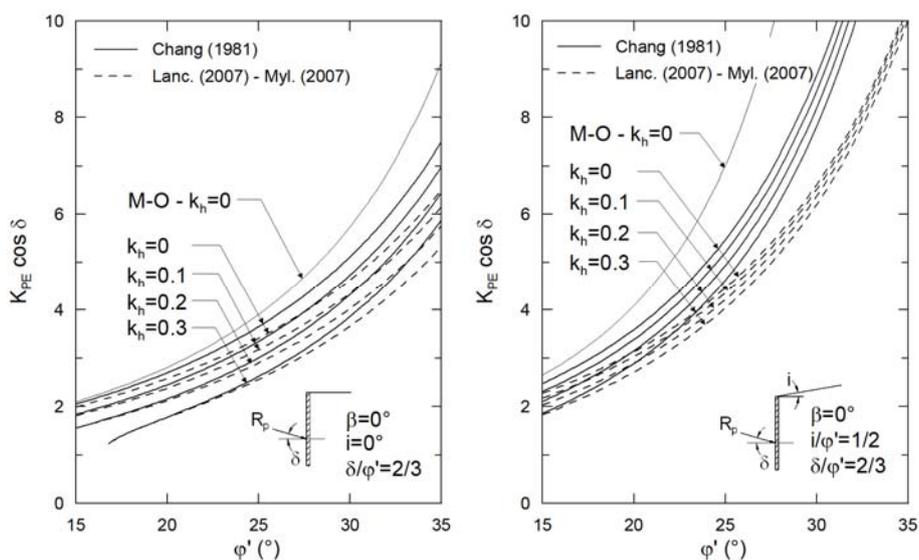


Figura 11: Influenza del coefficiente sismico k_h sui valori di $K_{pE} \cos \delta$ per piano campagna orizzontale ($i = 0$) o inclinato ($i \neq 0$).

Gli andamenti ottenuti spiegano perché, per la valutazione della resistenza passiva in condizioni pseudostatiche, molte linee guida suggeriscano l'uso di soluzioni dell'equilibrio limite che prevedano superfici di scorrimento curvilinee (tipicamente archi di spirale logaritmica), nonostante esse non forniscano una soluzione cautelativa, o prescrivano, come l'Eurocodice 8 – 5 (EN 1998 – 5, 2003), di assumere un valore nullo dell'angolo di attrito fra terreno e parete.

Da quanto sopra emerge la convenienza dell'utilizzo di soluzioni basate sul teorema statico dell'analisi limite, che forniscono una stima cautelativa della resistenza passiva ed hanno il pregio di essere espresse in forma chiusa.

2.4. Effetto della coesione efficace e dei sovraccarichi

Alcune delle soluzioni discusse nei paragrafi precedenti consentono di portare in conto la presenza di un termine coesivo nell'espressione del criterio di resistenza. Ai fini pratici, non si commette un grande errore se si porta in conto la coesione efficace c' attraverso una riduzione, $-2c'\sqrt{K_a}$, della tensione efficace limite attiva ed un aumento, $2c'\sqrt{K_p}$, di quella limite passiva, dove i coefficienti di spinta K_a e K_p sono calcolati con la teoria più appropriata al caso in esame. Tipicamente, nella valutazione della spinta attiva su un'opera di sostegno si trascurano i valori negativi delle tensioni efficaci limite attive σ'_a che si verificano sino ad una profondità critica $z_c = 2c'/\gamma'\sqrt{K_a}$ perché si ritiene che non possono prodursi trazioni al contatto parete – terreno.

Per valori modesti di c' si tende a volte a trascurare del tutto il contributo della coesione efficace. Questa assunzione può risultare a volte eccessivamente cautelativa per le verifiche di sicurezza se si considera che il decremento di σ'_a e l'incremento di σ'_p derivanti dalla presenza del termine coesivo possono essere apprezzabili lungo porzioni considerevoli della parete. Appare invece importante una scelta attenta del valore della coesione efficace, e cioè della caratterizzazione della resistenza del terreno per piccoli valori delle tensioni efficaci, corrispondenti a profondità modeste. A bassi livelli tensionali, infatti, l'involuppo di resistenza può essere caratterizzato da una curvatura non trascurabile, anche per effetto dei processi di alterazione e rigonfiamento della fascia superficiale dello strato argilloso in prossimità del piano campagna. In linea di principio, sarebbe necessario disporre di osservazioni sperimentali in corrispondenza di bassi livelli tensionali. Una scelta alternativa consiste nell'esaminare con attenzione i dati sperimentali disponibili, tipicamente ottenuti per livelli medi delle tensioni efficaci, e utilizzare un criterio di resistenza che interpoli i dati sperimentali nell'intervallo tensionale di interesse e che passi per l'origine degli assi del piano di Mohr, cioè sia associato a una coesione nulla.

L'incremento di spinta prodotto da un sovraccarico q a tergo della parete è in genere valutato nell'ipotesi cautelativa di estensione indefinita, con distribuzione uniforme delle tensioni lungo la parete; in queste ipotesi, i coefficienti di spinta riferiti a q possono essere valutati utilizzando ad esempio le soluzioni di Mylonakis *et al.* (2007) e Chang (1981), ottenute applicando i teoremi di estremo dell'analisi limite; per un sovraccarico di estensione limitata posto a diversa distanza dalla parete, si possono invece utilizzare alcune soluzioni ottenute con il metodo dell'equilibrio limite (es.: Motta, 1994; Caltabiano *et al.*, 2000).

A volte, per il caso di sovraccarico di estensione limitata, le tensioni limite sulla parete vengono valutate come il prodotto tra il coefficiente di spinta e le tensioni verticali indotte dal sovraccarico calcolate con la teoria dell'elasticità. Tuttavia, con questa procedura si utilizzano in modo non del tutto congruente i risultati ottenuti per un mezzo elastico nella soluzione di un problema di equilibrio limite, risolto nell'ambito della teoria della plasticità perfetta.

2.5. Effetto delle pressioni interstiziali

Le azioni trasmesse dal terreno alla parete nelle condizioni limite sono state sin qui espresse in termini di tensioni efficaci nella semplice ipotesi di assenza di pressioni interstiziali ($u = 0$). Nel caso generale in cui sia $u \neq 0$, le azioni sulla parete devono essere espresse in termini di tensioni totali sommando a quelle dello scheletro solido, in tensioni efficaci, le spinte dell'acqua interstiziale. La pressione dell'acqua interstiziale da un lato riduce le tensioni efficaci nel terreno, ma dall'altro agisce direttamente sull'opera, con un effetto netto diverso per le condizioni limite attive e passive; nel primo caso, infatti, la variazione della tensione limite è concorde con quella della pressione interstiziale ($d\sigma_a/du = (1 - K_a) > 0$), mentre nel secondo si ha una variazione della tensione limite passiva discorde dalla variazione di u ($d\sigma_p/du = (1 - K_p) < 0$). Quindi, ad esempio, un aumento delle pressioni interstiziali produce un aumento della spinta attiva e una riduzione della resistenza passiva.

I muri di sostegno, eseguiti dopo la realizzazione dello scavo, consentono una realizzazione agevole di un sistema di drenaggio e quindi il sostanziale annullamento delle pressioni interstiziali. Perché il sistema sia efficiente, devono annullarsi le pressioni interstiziali nell'intero volume di terreno interagente con l'opera, e segnatamente in corrispondenza della superficie di scorrimento critica; la sola riduzione della pressione interstiziale al contatto parete – terreno produce infatti una riduzione modesta della spinta (Lancellotta, 2004). In dipendenza dell'inclinazione del fronte di scavo realizzato prima del muro di sostegno, il sistema drenante può essere costituito da un piano drenante al contatto tra il fronte di scavo e il terrapieno o da uno o più livelli di dreni suborizzontali, in modo da indurre, in entrambi i casi, un moto di filtrazione verso il basso, cui corrispondono, nell'ipotesi di mezzo omogeneo nei riguardi della permeabilità, pressioni interstiziali nulle.

Per scavi sostenuti da paratie la realizzazione di interventi di drenaggio risulta disagiata, e si deve in generale tener conto dell'effetto delle pressioni interstiziali e del conseguente peggioramento delle condizioni di stabilità della parete. Ad esempio, per il semplice caso di una paratia a sbalzo in un terreno omogeneo, con profondità di infissione pari all'altezza di scavo, può mostrarsi che, passando dalla condizione di assenza di pressioni interstiziali a quella di pressioni interstiziali con distribuzione idrostatica a partire dal fondo scavo, il coefficiente di sicurezza globale nei confronti del collasso subisce un dimezzamento.

In presenza di una differenza di carico idraulico tra monte e valle, bisogna tenere conto delle modifiche di pressione interstiziale indotte dal moto di filtrazione, risolvendo il problema della filtrazione in regime stazionario una volta che siano note le condizioni iniziali e quelle al contorno. Una valutazione approssimata delle pressioni interstiziali agenti sulla parete può ottenersi assumendo che il moto di filtrazione intorno alla parete sia monodimensionale e che quindi in prossimità della parete il carico idraulico h vari con legge lineare. Nel caso di terreno stratificato, si assume inoltre che la perdita di carico si verifichi solo negli strati meno permeabili. La Figura 12 mostra l'andamento semplificato di h e delle pressioni interstiziali u in prossimità della parete per il caso di terreno omogeneo e di terreno stratificato, con strato argilloso posto rispettivamente al di sopra o al di sotto di uno strato granulare. Gli andamenti mostrati in figura sono in genere piuttosto cautelativi. Tuttavia, vi sono situazioni nelle quali gli andamenti delle pressioni interstiziali sono più svantaggiosi: si tratta di casi nei quali le perdite di carico si concentrano nella zona di valle, che possono verificarsi quando lo scavo è sostenuto da una coppia di paratie prospicienti, poste a una distanza piccola rispetto all'altezza di scavo, oppure quando a profondità di poco maggiori a quelle del piede della

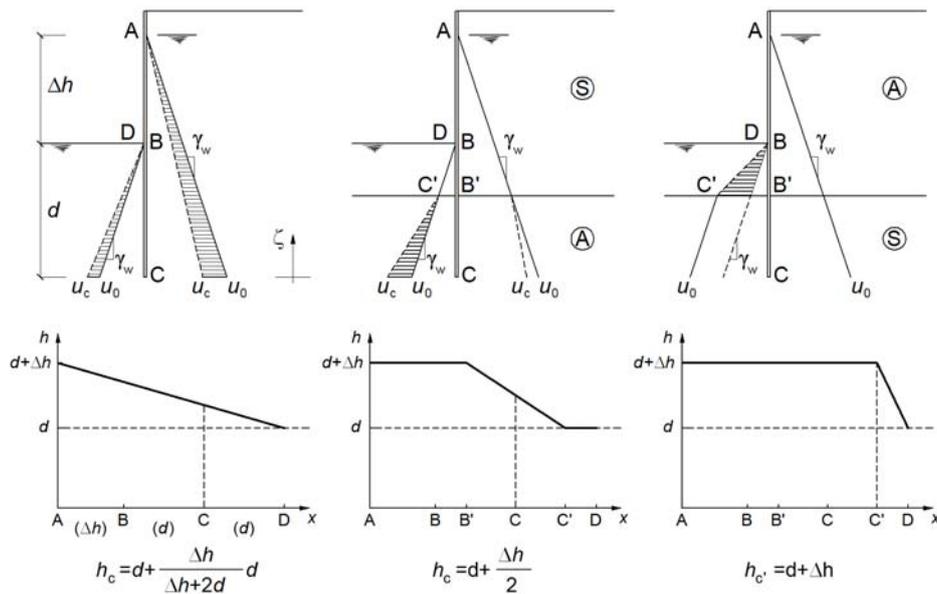


Figura 12: Regimi semplificati di filtrazione in prossimità di una paratia.

paratia è presente un deposito di elevata permeabilità, che si trovi a un carico idraulico pari a quello iniziale.

In condizioni sismiche, è necessario considerare le azioni inerziali che agiscono oltre che sullo scheletro solido anche sull'acqua di porosità. Per valori di permeabilità $k < 10^{-4} \div 10^{-5}$ m/s e per gli intervalli di frequenza tipici dell'azione sismica, si può ipotizzare che l'acqua interstiziale e lo scheletro solido si muovano in sincrono e che quindi le azioni inerziali possano essere ricavate moltiplicando l'intera massa di terreno saturo per l'accelerazione (Matsuo e Ohara, 1965). Mentre le azioni inerziali sono proporzionali alla massa complessiva di terreno, e perciò alle tensioni totali, le resistenze dipendono dalle tensioni efficaci. Per tener conto di questo aspetto, nella valutazione dei coefficienti di spinta si può utilizzare un valore equivalente dell'angolo ϑ definito dall'eq. (12). In presenza di pressioni interstiziali, nell'ipotesi di terreno saturo e di distribuzione idrostatica delle pressioni, l'Eurocodice 8-5 (EN 1998-5, 2003) suggerisce di calcolare i coefficienti di spinta utilizzando un angolo equivalente ϑ'

$$\tan \vartheta' = \frac{\gamma}{\gamma - \gamma_w} \tan \vartheta \quad (25)$$

dove γ e γ_w sono i pesi dell'unità di volume del terreno e dell'acqua.

Per il caso più generale di distribuzione non idrostatica delle pressioni interstiziali o di superficie libera non coincidente con il piano campagna, si può ricercare il valore di ϑ' a partire dall'analisi dello stato tensionale in un punto con un approccio di tipo statico. Specificamente, la determinazione delle tensioni normali limite agenti su una parete verticale in presenza di azioni inerziali può essere studiato operando, come già visto, una rotazione del sistema di riferimento pari a ϑ , ad esempio antioraria per le condizioni limite attive ed oraria per quelle limite passive per le configurazioni mostrate nelle Figure 6 e 7, in modo da far

assumere al vettore risultante del peso dell'unità di volume γ_e la direzione verticale. In queste condizioni, la tensione totale normale e quella tangente alla giacitura inclinata di ϑ , valgono $\gamma_e \cdot \zeta \cdot \cos^2 \vartheta$ e $\gamma_e \cdot \zeta \cdot \sin \vartheta \cos \vartheta$. Rappresentando lo stato tensionale di un punto appartenente alla giacitura considerata sul piano di Mohr, in termini di tensioni totali e in termini di tensioni efficaci, Callisto e Aversa (2008) hanno proposto per ϑ' un'espressione di validità generale:

$$\tan \vartheta' = \frac{\gamma \cdot z}{\gamma \cdot z - u} \cdot \tan \vartheta = \frac{\sigma_v}{\sigma'_v} \cdot \tan \vartheta \quad (26)$$

dove σ_v e σ'_v sono le tensioni verticali litostatiche, totali ed efficaci, alla profondità considerata. In condizioni idrostatiche e con superficie libera della falda al piano campagna è $u = \gamma_w \cdot z$ e l'eq. (26) degenera nella (25). La relazione (26) implica che nel caso generale si debbano assumere coefficienti di spinta variabili con la profondità anche in un terreno omogeneo.

2.6. Impiego delle soluzioni: analisi della sicurezza

La verifica della sicurezza di un'opera nei confronti di uno stato limite ultimo geotecnico segue i metodi classici del calcolo a rottura. Si studia un meccanismo plastico di collasso definito a priori sulla base dell'intuizione fisica e si valutano le differenze esistenti, in termini di forze agenti, di caratteristiche geometriche o di resistenza disponibile, tra il sistema reale e quello ideale analizzato. Queste differenze, definite in maniera quantitativa, sono utilizzate per esprimere un giudizio sulla sicurezza.

Se le azioni sul sistema derivano da forze esterne, valutate mediante un'analisi distinta, una misura della sicurezza è data dal moltiplicatore di collasso: la sicurezza è esprimibile attraverso il rapporto tra le forze che determinano l'attivazione del meccanismo e quelle effettivamente agenti. Per esempio, secondo l'attuale Normativa Tecnica Italiana (D.M. 14.01.2008), questo è uno dei modi per valutare la sicurezza di una struttura in calcestruzzo armato (§ 4.1.1.2). Questa stessa strada è tradizionalmente seguita per la valutazione della sicurezza delle fondazioni rispetto a un meccanismo originato dal raggiungimento della resistenza del terreno, e ve n'è traccia nelle versioni della normativa geotecnica precedente all'attuale (D.M. 11.03.1988).

Le azioni sulle opere di sostegno derivano invece direttamente dalla resistenza del terreno e di conseguenza la definizione di un moltiplicatore plastico per le azioni non è facilmente percorribile: se ad esempio si assume che le azioni siano costituite dalla spinta nelle condizioni limite attive, utilizzando un moltiplicatore per queste azioni si perverrebbe a una nuova distribuzione delle azioni non più corrispondente al raggiungimento della resistenza del terreno, contraddicendo così implicitamente il meccanismo plastico assunto. Inoltre, in alcuni casi non appare immediato distinguere le tensioni applicate a un'opera di sostegno in azioni e resistenze.

Nelle NTC/08 si segue una strada indicata nell'Eurocodice 7 (EN 1997 – 1, 2003) quantificando la sicurezza attraverso fattori riduttivi dei parametri di resistenza del terreno. Si tratta di un approccio definito *factored strength* nella letteratura tecnica, che presenta il vantaggio di essere indipendente dal tipo di opera e quindi immediatamente applicabile anche

per le opere di sostegno. Con questo metodo si verifica che, anche riducendo i parametri di resistenza, cioè dividendo la tangente dell'angolo di attrito e la coesione efficace per un fissato coefficiente ($\gamma_{\phi'}$ e $\gamma_{c'}$), il meccanismo plastico non si sia ancora attivato. Le NTC/08 fissano questo coefficiente al valore di 1.25; poiché esso si applica a quantità proporzionali alla tensione tangenziale limite secondo il criterio di Mohr – Coulomb, il reciproco di questo coefficiente può essere riguardato come un grado di mobilitazione della resistenza disponibile: utilizzare $\gamma_{\phi'}$ e $\gamma_{c'} = 1.25$ nelle verifiche equivale a imporre che l'opera mobiliti non più dell'80 % ($1/1.25 = 0.8$) della resistenza disponibile.

A titolo di esempio, si consideri lo schema di Figura 13, che rappresenta una paratia con un livello di vincolo, immersa in un terreno stratificato, in presenza di pressioni interstiziali.

Le verifiche della paratia rispetto a un meccanismo di collasso che chiami in causa la resistenza del terreno si eseguono con l'approccio A1 combinazione 2 delle NTC/08, utilizzando coefficienti riduttivi dei valori caratteristici dei parametri di resistenza $\gamma_{\phi'} = \gamma_{c'} = 1.25$ e amplificando il carico variabile con il coefficiente $\gamma_Q = 1.3$. Il meccanismo plastico considerato consiste in una rotazione della paratia intorno a un punto prossimo alla quota del livello di vincolo. All'attivazione del meccanismo plastico il terreno trasmette alla parete tensioni normali limite associate a condizioni limite attive a monte e a condizioni limite passive a valle. Ai fini della verifica, le tensioni efficaci nelle condizioni limite sono state calcolate utilizzando la soluzione di Lancellotta (2002), assumendo una scabrezza relativa fra parete e terreno pari ai 2/3 dell'angolo di attrito. La distribuzione delle pressioni interstiziali è valutata in maniera semplificata, come illustrato al § 2.5, assumendo che in prossimità della paratia si verifichino le perdite di carico associate a un moto di filtrazione stazionario monodimensionale.

Si studiano condizioni di lungo termine, nelle quali la resistenza è espressa in tensioni efficaci.

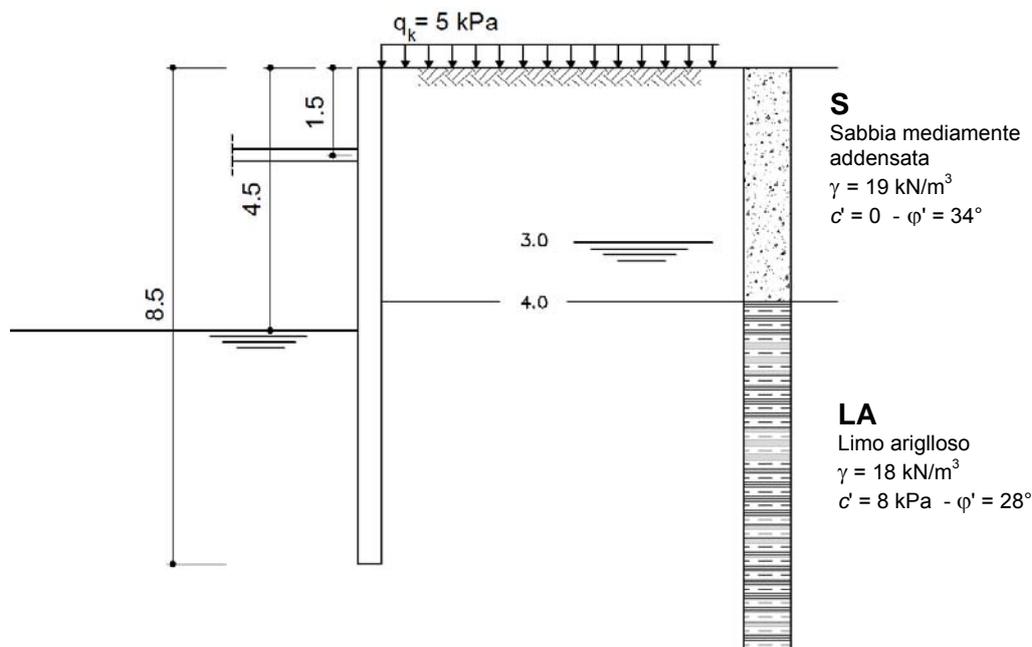


Figura 13. Esempio schematico di una paratia con un livello di vincolo.

La verifica si esprime simbolicamente mediante la disuguaglianza $E_d \leq R_d$, dove l'effetto delle azioni E_d è il momento destabilizzante calcolato rispetto al livello di vincolo, mentre R_d è il corrispondente momento resistente.

Utilizzando un coefficiente $\gamma_\phi = \gamma_c = 1.25$ e amplificando il carico variabile con il coefficiente $\gamma_Q = 1.3$, per una profondità d'infissione di 4 m, cioè una lunghezza complessiva della paratia $L = 8.5$ m, si ottiene un rapporto $R_d/E_d = 1.16$. Una migliore valutazione della sicurezza si ottiene ricercando iterativamente il fattore riduttivo dei parametri di resistenza che corrisponde alla mobilitazione del meccanismo di collasso, e quindi alla condizione $E_d = R_d$: per il problema in esame si ottiene $\gamma_\phi = \gamma_c = 1.39$, cioè può assumersi che l'opera mobiliti circa il 72 % (1/1.39) della resistenza disponibile, invece del limite massimo derivante dalle prescrizioni di normativa, pari all'80 % (1/1.25).

3. INTERAZIONE FRA IL TERRENO E LE OPERE DI SOSTEGNO

3.1. Mobilitazione delle spinte

Le soluzioni discusse nel capitolo precedente consentono di valutare le tensioni trasmesse dal terreno a un'opera di sostegno in una condizione nella quale la resistenza del terreno sia completamente mobilitata.

Se risulta mobilitata la resistenza dell'intero volume di terreno che interagisce con l'opera, allora si è in presenza di un meccanismo di collasso (a meno che la struttura di sostegno non sia vincolata in più punti con elementi strutturali non influenzati dalla rottura del terreno): in questo caso, bisogna controllare che la condizione studiata non si verifichi, e valutare la distanza dal collasso mediante le procedure cui si è accennato al § 2.6.

Nelle condizioni di esercizio dell'opera, poiché la condizione di collasso deve essere distante, solo alcune zone di terreno raggiungono le condizioni limite, mentre nelle rimanenti zone le tensioni al contatto al contatto parete – terreno non possono essere univocamente definite attraverso i parametri di resistenza, ma risultano dall'interazione fra il terreno e l'opera di sostegno. Di conseguenza, la determinazione delle tensioni di contatto scambiate fra il terreno e l'opera risulta affetta da incertezze sostanzialmente maggiori di quelle riguardanti le condizioni limite.

Per un'illustrazione qualitativa di alcuni dei meccanismi che presiedono alle azioni effettivamente applicate alle opere di sostegno si può far riferimento anzitutto ai risultati di un classico esperimento, illustrato da Terzaghi (1934) e ripetuti in Figura 14. Un terrapieno di terreno a grana grossa è sostenuto da una parete incernierata alla base, alla cui sommità è applicata una forza orizzontale S ; in una configurazione equilibrata, evidentemente la forza è proporzionale alla risultante delle spinte esercitate dal terreno sulla parete. Imprimendo alla parete uno spostamento δ , nel verso dell'avvicinamento o dell'allontanamento dalla parete, si può osservare indirettamente, attraverso la misura di S , l'evoluzione della spinta in funzione dello spostamento della parete. Nella condizione iniziale, la forza è pari a S_0 ed è determinata dallo stato tensionale nelle condizioni di riposo. Allontanando la parete dallo scavo, si osserva un rapido decremento della forza verso il valore S_a corrispondente a condizioni limite attive, che viene quindi raggiunto per uno spostamento modesto della parete. Viceversa, spingendo la parete contro il terreno la forza cresce progressivamente, raggiungendo solo per valori elevati dello spostamento δ il valore S_p che corrisponde a condizioni limite passive.

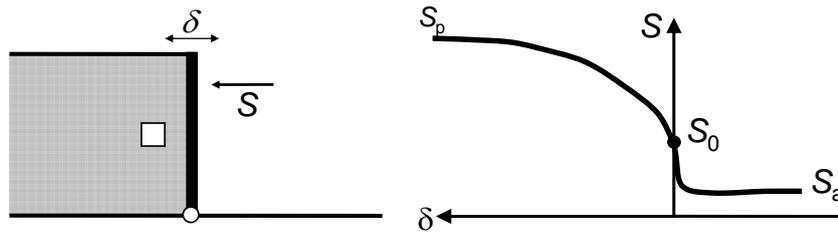


Figura 14. Mobilitazione della spinta agente su una parete ideale a sostegno di un terrapieno.

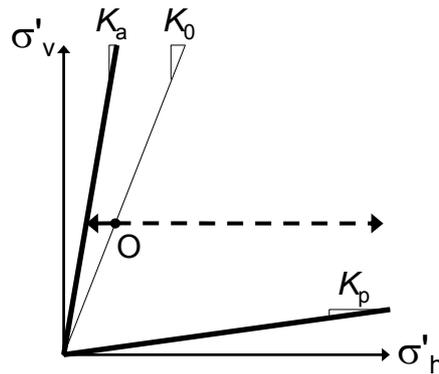


Figura 15. Percorsi tensionali seguiti dall'elemento di terreno in Figura 14.

Queste osservazioni inducono a ritenere che anche nelle condizioni di esercizio, nelle zone in cui l'opera di sostegno tende ad allontanarsi dal terreno, questo si trovi nelle condizioni limite attive, corrispondenti a una completa mobilitazione della resistenza: è il caso per esempio delle spinte utilizzate per la valutazione delle sollecitazioni nel paramento dei muri di sostegno oppure delle sollecitazioni in paratie a sbalzo o con un livello di vincolo in testa.

La grande differenza osservata negli spostamenti necessari per mobilitare le due diverse condizioni limite può essere motivata rappresentando i percorsi tensionali subiti, per effetto dello spostamento δ , da un elemento di terreno situato nelle immediate adiacenze della parete (Figura 15). Questi percorsi sono immediatamente rappresentabili nel piano delle tensioni verticali σ'_v e orizzontali σ'_h , nell'ipotesi che queste siano tensioni principali e che quindi, nelle condizioni di esercizio, le tensioni tangenziali al contatto terreno – parete siano trascurabili; si fa inoltre riferimento a un caso in cui le pressioni interstiziali siano nulle e quindi le tensioni totali ed efficaci siano coincidenti. Nelle condizioni iniziali lo stato tensionale è rappresentato dal punto O, che si trova su una retta la cui inclinazione rispetto alla verticale è pari al coefficiente di spinta a riposo K_0 . In Figura 15 è rappresentato anche il criterio di resistenza di Mohr – Coulomb, per il caso di coesione nulla. Come accade per terreni normalmente consolidati, la retta che rappresenta lo stato tensionale nelle condizioni di riposo risulta prossima alle condizioni limite attive, mentre le condizioni limite passive sono molto distanti. Inoltre, indipendentemente dal verso dello spostamento δ , le tensioni verticali rimangono costanti e quindi i percorsi tensionali associati a ciascun verso dello spostamento sono orizzontali. È allora evidente che, misurata in direzione orizzontale, la distanza delle condizioni a riposo dalle due condizioni limite risulta oltremodo diversa: un allontanamento della paratia dal terreno produce una riduzione delle tensioni orizzontali e quindi un immediato raggiungimento delle condizioni limite attive, mentre un avvicinamento della

parete verso il terreno causa un incremento delle tensioni orizzontali che però necessitano di variazioni molto significative, di entità addirittura non rappresentabile nella figura, per poter raggiungere le condizioni limite passive. Per il caso in esame, la notevole differenza tra gli spostamenti necessari per mobilitare le due condizioni limite è quindi legata alla differenza fra le corrispondenti variazioni dello stato tensionale.

Il risultato illustrato in Figura 15 non è però immediatamente generalizzabile a situazioni diverse, per geometria, fasi costruttive e condizioni iniziali. Si consideri ad esempio la valutazione delle sollecitazioni nel paramento del muro di sostegno illustrato schematicamente in Figura 16. Tipicamente, il dimensionamento del muro è regolato dalla verifica nei riguardi dello scorrimento, che segue i principi enunciati al precedente § 2.6. Detta S_a la risultante delle spinte nelle condizioni limite attive, adoperando la normativa in vigore fino a qualche anno fa (D.M. 11.03.1988) la verifica era da ritenersi soddisfatta per un rapporto $T_{lim}/S_a \geq 1.3$; utilizzando invece l'approccio A1 delle NTC/08, può mostrarsi (Callisto, 2008) che il valore minimo di questo rapporto è compreso fra 1.5 e 1.6. Utilizzando l'approccio A2 si ricava invece il valore di 1.43, per il caso di sole azioni permanenti.

La Figura 16 mostra le curve di mobilitazione della spinta attiva e della resistenza alla base del muro, nella semplice ipotesi di andamenti linearmente elastici – perfettamente plastici; si è assunto che lo spostamento δ_{lim} necessario per mobilitare la resistenza alla base sia di entità modesta e pari a quello δ_a necessario per mobilitare la spinta attiva. In condizioni di normal consolidazione, il rapporto fra la spinta nelle condizioni di riposo S_{01} e quella nelle condizioni attive S_a è tipicamente compreso fra 1.5 e 1.6. Appare perciò giustificata l'assunzione di Figura 16, di intento puramente illustrativo, che i rapporti T_{lim}/S_a e S_{01}/S_a siano simili. L'equilibrio alla traslazione richiede che sia $S = T$; questa condizione si verifica in corrispondenza del punto (1) in figura, la cui ordinata rappresenta perciò la risultante delle spinte effettivamente agenti sul muro nelle condizioni di esercizio. Come si vede, questo valore è superiore alla spinta nelle condizioni limite S_a e di conseguenza le sollecitazioni nel paramento sono maggiori di quelle valutabili nelle condizioni limite attive. Inoltre, se si immagina che la spinta a riposo sia maggiore di S_{01} , ad esempio per effetto di un grado di sovraconsolidazione significativo o per effetto di un'azione di costipamento del terreno a monte del muro, e assumendo per semplicità che la pendenza del tratto elastico delle curve di mobilitazione della spinta rimanga invariato, la condizione di equilibrio si verifica per spostamenti via via maggiori (ascisse dei punti 2, 3 e 4) e quindi per spinte risultanti progressivamente maggiori: le sollecitazioni nel paramento dipendono quindi significativamente dalle condizioni a riposo. La risultante delle spinte a tergo del muro è limitata però superiormente dalla resistenza alla base: se la spinta a riposo è superiore a S_{03} in figura, si osserva che l'equilibrio si ottiene in corrispondenza di uno spostamento maggiore, ma del medesimo valore della spinta, pari a T_{lim} . Poiché la pratica corrente consiste quasi sempre nel valutare le sollecitazioni assumendo una completa mobilitazione delle condizioni limite attive, deve ritenersi che nella realtà molte opere mobilitino la resistenza strutturale del paramento: piccole rotazioni plastiche nel paramento possono produrre un incremento della deformabilità del sistema, e quindi in definitiva di δ_{lim} , e il decremento della spinta fino a S_a .

È importante sottolineare che ai fini della sicurezza rispetto allo scorrimento, le condizioni 1, 2, 3 e 4 sono equivalenti, poiché nella verifica rispetto a un meccanismo di collasso si assumono sempre resistenze completamente mobilitate, e quindi la verifica è limitata al confronto fra S_a e T_{lim} : nella condizione (1), il muro mobilita gran parte della resistenza del terreno a monte, ma una piccola aliquota della resistenza in fondazione; nella condizione (4) invece la resistenza è mobilitata secondo una distribuzione diversa: risulta attivata tutta la

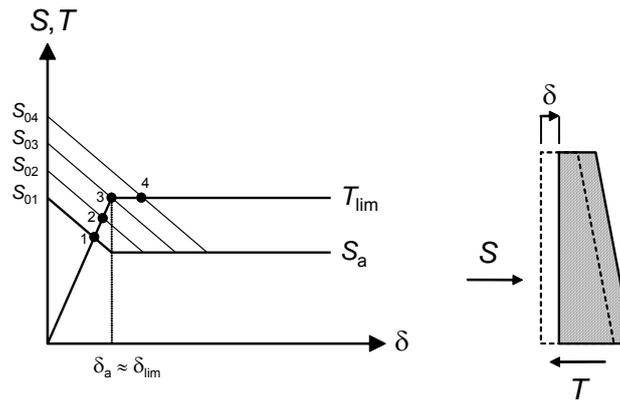


Figura 16. Spinta agente su un muro di sostegno nelle condizioni di esercizio.

resistenza allo scorrimento, ma solo una parte della resistenza del terreno a monte del muro. È bene sottolineare che, affinché la condizione (4) possa considerarsi altrettanto distante dallo scorrimento delle altre condizioni (1, 2 e 3) è necessario che la resistenza T_{lim} non si degradi con lo spostamento δ ; è in altri termini necessario far conto sulla duttilità del sistema. Si tratta di un concetto piuttosto generale: poiché le varie componenti di resistenza si mobilitano in genere per spostamenti diversi, un'analisi delle condizioni di collasso che assuma una resistenza completamente mobilitata implica una sostanziale indipendenza delle resistenze dagli spostamenti e quindi l'ipotesi di comportamento meccanico duttile, che deve sempre essere attentamente verificata sulla base dei dati sperimentali disponibili.

La Figura 17 illustra un altro caso in cui la mobilitazione delle spinte può risultare qualitativamente diversa da quella derivante dagli schemi di Figura 14. Si tratta di uno scavo sostenuto da una paratia, per il quale si esaminano i percorsi tensionali relativi a due elementi A e B, posti alla stessa quota ma su lati opposti dell'opera di sostegno, nelle stesse ipotesi formulate per il caso di Figura 15. Se si ipotizzano come in precedenza condizioni di normal consolidazione, il coefficiente di spinta a riposo K_0 risulta prossimo a K_a : l'elemento A, per effetto dello spostamento orizzontale della paratia, subisce una riduzione delle tensioni orizzontali a tensioni verticali pressoché invariate e il corrispondente percorso OA può raggiungere rapidamente le condizioni limite attive. A valle dello scavo invece le condizioni sono del tutto diverse: le tensioni verticali, che nell'esperimento di Terzaghi risultavano costanti, questa volta subiscono una drastica riduzione per effetto della rimozione del terreno fino alla quota di fondo scavo. Se l'elemento B è molto prossimo al fondo scavo, al termine del processo sarà soggetto a una tensione verticale σ'_{vf} molto bassa. Il corrispondente percorso tensionale in Figura 17 è quindi principalmente rivolto verso il basso, e al fine della presente discussione non si commette un grande errore nell'assumere che esso sia verticale.

La distanza del punto O dalle condizioni limite passive, misurata in direzione verticale, è molto minore di quella di Figura 15 misurata in direzione orizzontale. Ne segue che per una paratia la mobilitazione della resistenza passiva necessita di spostamenti molto minori di quelli osservati nell'esperimento di Figura 14, e anzi, se il punto B è prossimo al fondo, esso raggiungerà certamente le condizioni limite passive come effetto diretto della riduzione della tensione verticale associata allo scavo.

Se invece si assumono condizioni iniziali di sovraconsolidazione, e quindi valori di K_0 più elevati, come ad esempio K_{01} in Figura 17, il punto iniziale (O_1) si allontana dalle condizioni

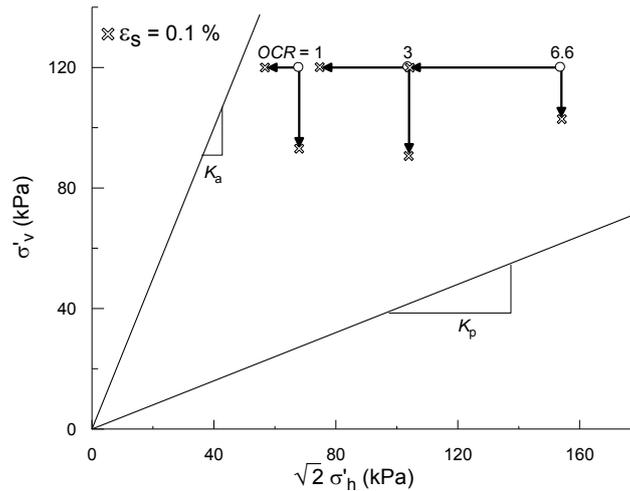


Figura 18. Percorsi tensionali seguiti su provini ricostituiti di argilla di Vallericca (Amorosi *et al.* 1999).

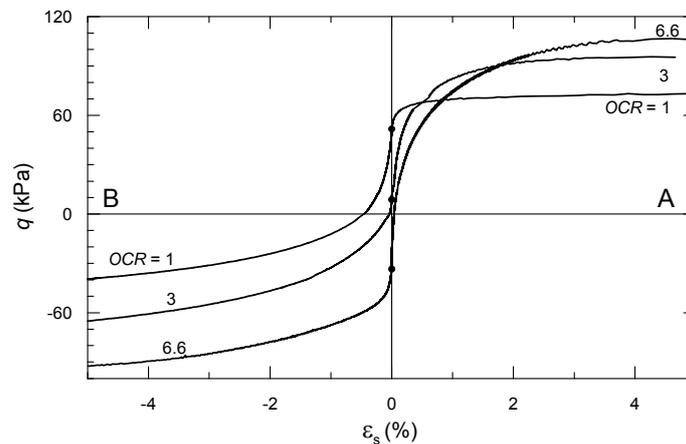


Figura 19. Relazioni tensioni – deformazioni osservate nei percorsi tensionali di Figura 18 (Amorosi *et al.* 1999)

Tabella 3. Deformazioni deviatoriche necessarie per la mobilitazione delle condizioni limite attiva e passive osservate lungo in percorsi tensionali di Figura 18.

OCR	1	3	6.6
ϵ_{sA} (%)	0.5	1.3	2.2
ϵ_{sP} (%)	5.6	6.8	3.2
$\epsilon_{sA}/\epsilon_{sP}$	0.1	0.2	0.7

All'aumentare del grado di sovraconsolidazione gli stati tensionali valutati per $\epsilon_s = 0.1\%$ sono caratterizzati da una maggiore distanza del terreno di monte da condizioni limite attive (e perciò da maggiori tensioni trasmesse all'opera di sostegno) e da una minore distanza del terreno di valle dalle condizioni limite passive.

La Tabella 3 riporta le deformazioni deviatoriche necessarie per ottenere una mobilitazione del 90 % della resistenza disponibile. Si osserva che mentre per $OCR = 1$ le condizioni limite attive si mobilitano per deformazioni pari a solo il 10 % di quelle necessarie per mobilitare le condizioni limite passive, all'aumentare di OCR le deformazioni necessarie per attivare le due condizioni limite diventano confrontabili.

3.2. Condizioni di drenaggio

In terreni a grana fine, caratterizzati da permeabilità molto basse, si può assumere che la costruzione di un'opera di sostegno si verifichi in condizioni non drenate: il fluido interstiziale non può fluire tra i pori e impedisce di fatto ogni deformazione volumetrica. Questa condizione di drenaggio impedito è associata a variazioni delle pressioni interstiziali che a loro volta influenzano i valori delle tensioni efficaci e quindi il comportamento complessivo dell'opera.

La realizzazione di uno scavo sostenuto da una paratia è associata a percorsi tensionali totali analoghi a quelli AO e AB di Figura 17, che comportano entrambi una riduzione della tensione media. La Figura 20.a illustra schematicamente l'evoluzione temporale delle tensioni totali medie p , delle pressioni interstiziali u e delle corrispondenti tensioni efficaci medie p' . Per effetto dello scavo si produce una riduzione ($p_1 - p_0$) della tensione totale media, nel corso della costruzione, assunta in Figura 20.a di durata trascurabile rispetto ai tempi di equalizzazione delle pressioni interstiziali. Schematicamente, può ritenersi che una volta raggiunta la profondità di fondo scavo, le tensioni totali si mantengano costanti.

Per effetto della variazione delle tensioni totali, in condizioni non drenate si produce una proporzionale riduzione delle pressioni interstiziali ($u_1 - u_0$). Questa variazione ha però un carattere transitorio, poiché nelle condizioni di lungo termine le pressioni interstiziali devono tornare nella configurazione stazionaria associate alle condizioni idrauliche al contorno (Figura 20.b), che per effetto dello scavo possono essere mutate: il valore u_f a cui tendono le pressioni interstiziali sarà in genere diverso dal valore iniziale u_0 , ma comunque maggiore del valore raggiunto in condizioni non drenate. Nel periodo successivo alla realizzazione dello scavo si verifica quindi un incremento delle pressioni interstiziali e di conseguenza una progressiva riduzione delle tensioni efficaci medie (Figura 20.c). Questa riduzione delle tensioni efficaci comporta in generale un decremento della resistenza disponibile e un incremento della deformabilità del terreno (§ 2.5), e risulta quindi notevolmente svantaggiosa per l'opera. Con poche eccezioni, relative a scavi in terreni argillosi di consistenza molto bassa, le condizioni più gravose sono quelle drenate di lungo termine.

Se invece di una paratia si considera un muro di sostegno, si trova ancora che le condizioni peggiori per l'opera risultano quelle di lungo termine. Infatti, poiché il muro di sostegno può essere realizzato solo dopo aver eseguito uno scavo, questo deve risultare stabile nelle condizioni di breve termine, e quindi deve essere sagomato con pendenza opportuna (Figura 21.a). Una volta realizzato il muro, nelle condizioni iniziali questo è soggetto soltanto alla modesta spinta prodotta dal terreno di riempimento (Figura 21.b). Solo con l'equalizzazione delle pressioni interstiziali all'interno del terreno in posto le spinte aumenteranno, risultando dipendenti dai valori di lungo termine delle pressioni interstiziali. Dalla discussione che precede risulta evidente che in molti casi la spinta esercitata sulle opere di sostegno in condizioni non drenate risulta di scarsa utilità pratica, poiché il dimensionamento dell'opera è regolato dalle spinte in condizioni drenate.

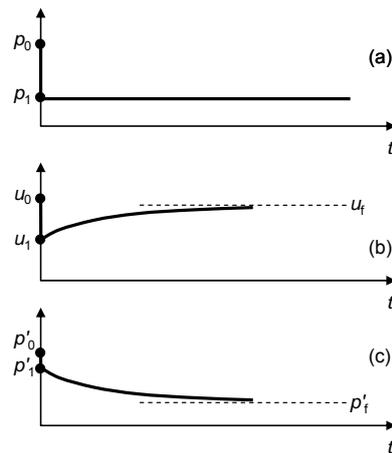


Figura 20. Andamento temporale della tensione totale media, della pressione interstiziale e della tensione efficace media in seguito alla realizzazione di uno scavo.

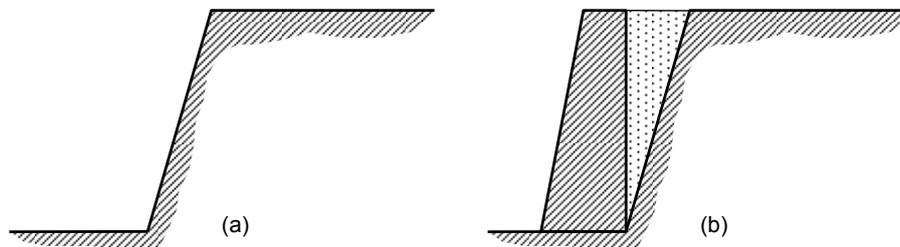


Figura 21. Fasi costruttive di un muro a sostegno di uno scavo in un terreno a grana fine.

Anche nelle condizioni sismiche, essendo la condizione di drenaggio impedito solo temporanea, le azioni sismiche più severe si valutano nella configurazione finale dell'opera e il progetto risulta quindi dominato dall'analisi delle condizioni drenate (Callisto e Aversa, 2008).

Vi è però un caso in cui le condizioni non drenate risultano determinanti, cioè quello in cui al trascorrere del tempo si modifica lo schema statico dell'opera di sostegno, costruendo elementi aggiuntivi di vincolo per l'opera. Questa condizione si verifica per esempio per effetto della realizzazione di una platea di fondo dopo il completamento di uno scavo con più livelli di vincolo. In questo caso, le condizioni più gravose si verificano prima della costruzione degli elementi strutturali aggiuntivi, e riguardano quindi condizioni non drenate o solo parzialmente drenate per i terreni.

Nonostante l'analisi delle condizioni non drenate venga di solito studiata rinunciando alla valutazione esplicita delle variazioni delle pressioni interstiziali indotte, ed esprimendo invece la resistenza in termini di tensioni totali attraverso la resistenza non drenata C_u , per l'analisi del comportamento di scavi profondi in condizioni non drenate questa strada non appare adeguata: è invece necessario valutare esplicitamente le variazioni delle pressioni interstiziali indotte, ed esprimere la resistenza in termini di tensioni efficaci. Questo aspetto esula dall'orizzonte di questa memoria, ma è invece descritto per esteso da Callisto (2011).

3.3. Analisi di interazione

Per effettuare le verifiche degli elementi strutturali interagenti con il terreno nei confronti dello stato limite ultimo, è necessario determinare le tensioni di contatto effettivamente scambiate fra il terreno e la struttura. Si tratta cioè di prevedere l'effettivo comportamento dell'opera la quale, dovendo risultare distante da meccanismi di collasso, non mobiliterà completamente la resistenza del terreno e quindi sarà soggetta a tensioni in generale diverse da quelle associate a condizioni limite (cfr. § 3.1).

In linea di principio, la determinazione delle azioni scambiate fra terreno e opera di sostegno non può prescindere dalla descrizione della rigidità dei due sistemi: per esempio, la Figura 16 discussa in precedenza mostra con chiarezza che la risultante delle azioni effettivamente agenti sul muro deriva dall'intero legame forza – spostamento sia del terreno a monte, sia di quello in fondazione. La soluzione si ricava perciò mediante delle analisi di interazione, nelle quali la soluzione del problema fa ricorso sia alle equazioni di equilibrio, sia a quelle di congruenza. Diviene così necessario rappresentare il comportamento meccanico del terreno non solo mediante i parametri di resistenza, ma anche mediante quantità che ne descrivano la deformabilità.

In alcuni casi, è possibile condurre analisi di interazione utilizzando metodi semplificati, che fanno uso delle sole equazioni di equilibrio e sostituiscono le equazioni di congruenza, secondo un approccio tipicamente semiempirico, con delle ipotesi aggiuntive sulla forma degli andamenti delle pressioni di contatto lungo la paratia. Si consideri per esempio lo schema di paratia di Figura 13. Nell'ipotesi che i terreni siano normalmente consolidati e che quindi il coefficiente di spinta a riposo sia sufficientemente prossimo a quello di spinta attiva, l'esame dei percorsi tensionali di Figura 17 induce a ritenere che gli spostamenti necessari per la mobilitazione della resistenza del terreno di monte siano piccoli. Si può perciò ritenere, secondo un ragionamento puramente qualitativo, che gli spostamenti che la paratia subirà nelle condizioni di esercizio siano sufficienti a mobilitare condizioni limite attive nel terreno di monte. La distribuzione delle tensioni totali di contatto a valle dovrà assicurare, insieme alla reazione del livello di vincolo, l'equilibrio della paratia. Se si assume che la distribuzione delle tensioni di contatto a valle sia lineare con valore nullo al fondo scavo (distribuzione *A*), essa dipende da un solo parametro. Si possono quindi utilizzare le sole due equazioni di equilibrio, alla rotazione e alla traslazione orizzontale, per determinare l'andamento delle tensioni di contatto a valle e la componente orizzontale F_a del livello di vincolo. Si ottengono in questo modo i risultati mostrati in Figura 22 con linea continua: la Figura 22.a rappresenta la distribuzione delle tensioni di contatto σ_h assunta mentre la Figura 22.b mostra il diagramma dei momenti flettenti M nella paratia e il valore di F_a . Il massimo momento flettente vale $M_{\max} = 77$ kNm/m e la reazione del livello di vincolo è $F_a = 49$ kN/m.

I percorsi tensionali di Figura 17 indicano però che a valle della paratia i punti prossimi al fondo scavo saranno prossimi a condizioni limite passive. L'analisi può quindi essere modificata facendo partire il diagramma delle pressioni di contatto di valle dal valore limite passivo a fondo scavo, che risulta non nullo in ragione della coesione efficace del terreno (distribuzione *B*). Si ottengono in questo caso le distribuzioni di σ_h e M rappresentate in Figura 22 con linea tratteggiata: con questa ipotesi si ottiene una riduzione di quasi il 50 % del massimo momento flettente e di circa il 25 % di F_a . Come si vede, le sollecitazioni mostrano una forte dipendenza dalla particolare distribuzione assunta per le tensioni di contatto.

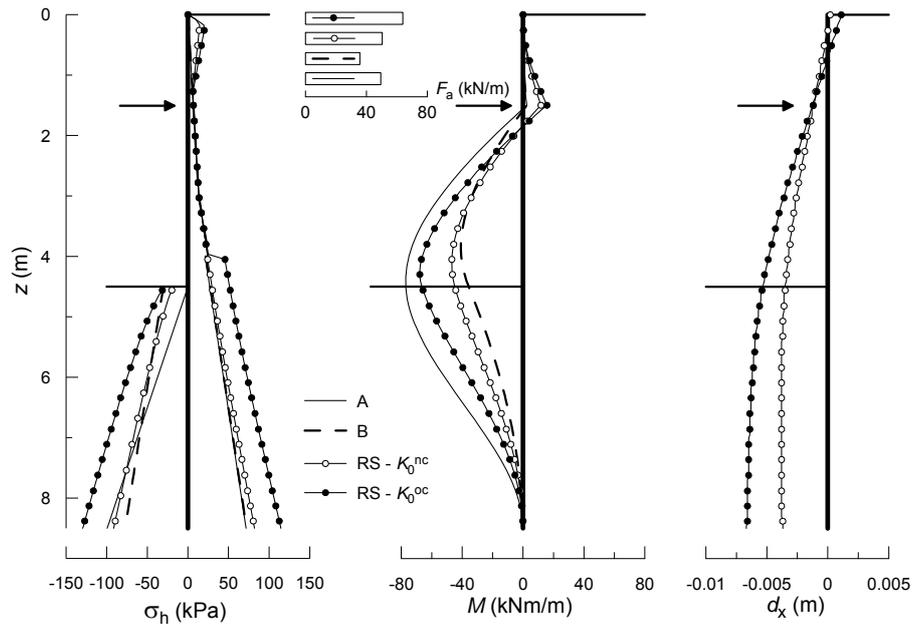


Figura 22. Risultati di analisi di interazione effettuate per la paratia di Figura 13 con metodi semplificati e con il metodo della reazione di sottofondo.

Tabella 4. Proprietà dei terreni assunte nelle analisi di interazione della paratia di Figura 13.

Terreno	γ (kN/m ³)	c' (kPa)	φ' (°)	δ/φ'	K_a	K_p	K_0	E (MPa)
S	19	0	34	0.67	0.235	6.062	0.44	33
LA	18	8	28	0.67	0.304	4.085	0.53	18

Le analisi precedenti sono state ripetute utilizzando il metodo della reazione di sottofondo (programma Paratie Plus v.2010), nel quale il terreno a contatto con la paratia è sostituito da un insieme di vincoli equivalenti caratterizzati da un legame fra tensione di contatto e spostamento di tipo elastico – perfettamente plastico. In questo caso, è necessario descrivere il comportamento del terreno anche mediante la sua rigidità. Per il caso in esame si sono assunti i parametri riportati in Tabella 4, dove E rappresenta il modulo di Young per un modello costitutivo di tipo elastico – perfettamente plastico. Il programma di calcolo utilizzato stabilisce un'equivalenza tra E e la rigidità adoperata per i vincoli equivalenti (Becci e Nova 1987, Callisto 2011). Occorre inoltre considerare le rigidità degli elementi strutturali: per la paratia si è ipotizzata una rigidità flessionale $EI = 1.5 \times 10^5$ kNm²/m (equivalente a pali in calcestruzzo armato con diametro 0.5 m e spaziatura 0.6 m) e per il livello di vincolo una rigidità assiale pari a 2×10^5 kN/m.

In Figura 22 i risultati delle analisi di interazione svolti con il metodo della reazione di sottofondo (RS in figura), mostrati con simbolo vuoto, sono confrontati con quelli delle analisi semplificate. Gli andamenti delle tensioni di contatto differiscono da quelle assunte nella distribuzione B solo in prossimità della testa e del piede della paratia, dove gli spostamenti sono minori (Figura 22) e le corrispondenti sollecitazioni nella paratia risultano inferiori di circa il 30%. Se invece si assume che il terreno limoso si trovi in una condizione di sovraconsolidazione, e si pone il corrispondente coefficiente di spinta a riposo $K_0 = 1$,

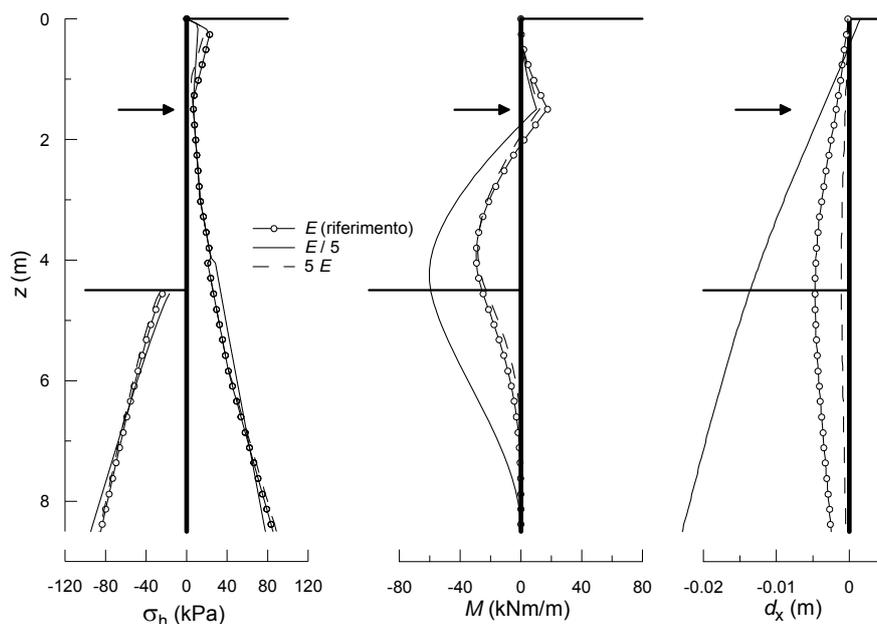


Figura 23. Effetto della rigidità del terreno sui risultati delle analisi eseguite con il metodo della reazione di sottofondo.

si ottengono i risultati rappresentati in Figura 22 con simbolo pieno: le tensioni di contatto a monte risultano maggiori di quelle associate a condizioni limite attive e per l'equilibrio a valle si mobilita una spinta maggiore. Ne risultano sollecitazioni maggiori, che tuttavia rimangono ben al di sotto di quelle valutate con la distribuzione semplificata (A) e spostamenti che alla quota del fondo scavo risultano di circa il 50 % maggiori di quelli valutati in condizioni di normal – consolidazione. Come si vede, la distribuzione semplificata (A) risulta sempre ampiamente cautelativa, nonostante l'assunzione non sempre corretta di condizioni limite attive a monte, principalmente per la forma attribuita ai diagrammi delle tensioni di contatto di valle.

In Figura 23 è illustrato l'effetto della rigidità del terreno sui risultati dell'analisi di interazione. Riducendo di cinque volte il modulo elastico, e quindi la rigidità dei vincoli equivalenti che simulano il comportamento del terreno, si ottengono tensioni di contatto a monte ancora distanti dalle condizioni limite attive e un notevole incremento delle sollecitazioni e degli spostamenti. Questo fenomeno si verifica perché con rigidità così basse gli spostamenti necessari per mobilitare le condizioni limite attive divengono, a parità di lunghezza del percorso tensionale (OA in Figura 17), significativamente maggiori.

Viceversa, incrementando di cinque volte la rigidità del terreno si ottiene da un lato una proporzionale riduzione degli spostamenti, ma dall'altro le sollecitazioni risultano pressoché invariate: dato che nell'analisi di riferimento le condizioni limite di monte sono già mobilitate, un aumento della rigidità non fa altro che produrre un raggiungimento di queste condizioni per uno spostamento minore. La distribuzione delle tensioni di contatto rimane immutata e di conseguenza le sollecitazioni non variano.

Le sollecitazioni e gli spostamenti subiti da un'opera di sostegno consentono di effettuare le verifiche dell'opera nei riguardi degli stati limite ultimi delle strutture interagenti con il terreno, oltre che nei riguardi degli stati limite di esercizio. Gli esempi precedenti mostrano

che i risultati di un'analisi di interazione sono fortemente influenzati dalle particolari procedure seguite e dai molteplici aspetti che intervengono nelle analisi stesse, scelti sulla base dell'esperienza e della comprensione fisica del fenomeno studiato; queste analisi presentano perciò sempre un carattere semiempirico e appare del tutto controproducente la tendenza presente in alcuni documenti normativi a introdurre nelle analisi parametri di resistenza fattorizzati. In questo modo, infatti, si interverrebbe soltanto su uno dei diversi ingredienti che consentono di conseguire un risultato corretto, costringendo l'operatore a effettuare analisi ed elaborazioni di dubbio significato fisico e a perdere così ogni comprensione del comportamento reale. Appare molto opportuno rinunciare alla fattorizzazione dei parametri di resistenza ed effettuare delle analisi utilizzando quantità il più possibile rispondenti all'effettivo comportamento dei materiali. Le sollecitazioni così valutate possono essere poi fattorizzate a valle dell'analisi, per il necessario confronto con le resistenze delle sezioni strutturali.

4. ANALISI IN CONDIZIONI SISMICHE

Il comportamento sismico delle opere di sostegno differisce da quello statico essenzialmente per la diversa natura delle azioni. Mentre quelle statiche derivano principalmente dall'accelerazione di gravità, e possono quindi per la maggior parte considerarsi permanenti, quelle sismiche sono fortemente variabili nel tempo e presentano una natura transitoria.

I caratteri essenziali del comportamento sismico di un'opera di sostegno sono ben descritti dall'analogia del blocco rigido, mostrata in Figura 24, che ben illustra il caso di un muro di sostegno che per effetto dell'azione sismica raggiunga la resistenza nei riguardi dello scorrimento in fondazione. Nelle condizioni iniziali, il muro è soggetto alla sola spinta statica. L'azione sismica di Figura 24 è rappresentata in maniera molto schematica da una storia temporale delle accelerazioni alla base a_b , che raggiunge rapidamente il valore a_0 e lo mantiene costante per il tempo t_0 , per poi annullarsi istantaneamente. All'aumentare dell'accelerazione alla base, anche il muro accelera, subendo un progressivo incremento di spinta, proporzionale all'accelerazione stessa (valutabile per esempio con una delle soluzioni descritte al § 2), e l'azione di una forza d'inerzia $m a_b$ direttamente proporzionale all'accelerazione alla base e alla propria massa m . L'equilibrio dinamico del muro è garantito dalla risultante T delle tensioni tangenziali scambiate con la base, dovendo risultare in ogni istante:

$$T = m \cdot a_b + S_{aE}(a_b) \quad (27)$$

Se l'accelerazione massima a_0 è sufficientemente elevata, può verificarsi che la resistenza alla base T_{lim} non sia sufficiente a far fronte alle azioni che il muro subirebbe per effetto di un'accelerazione a_0 :

$$T_{lim} < m \cdot a_0 + S_{aE}(a_0); \quad (28)$$

di conseguenza, l'accelerazione del muro risulta limitata superiormente dall'accelerazione

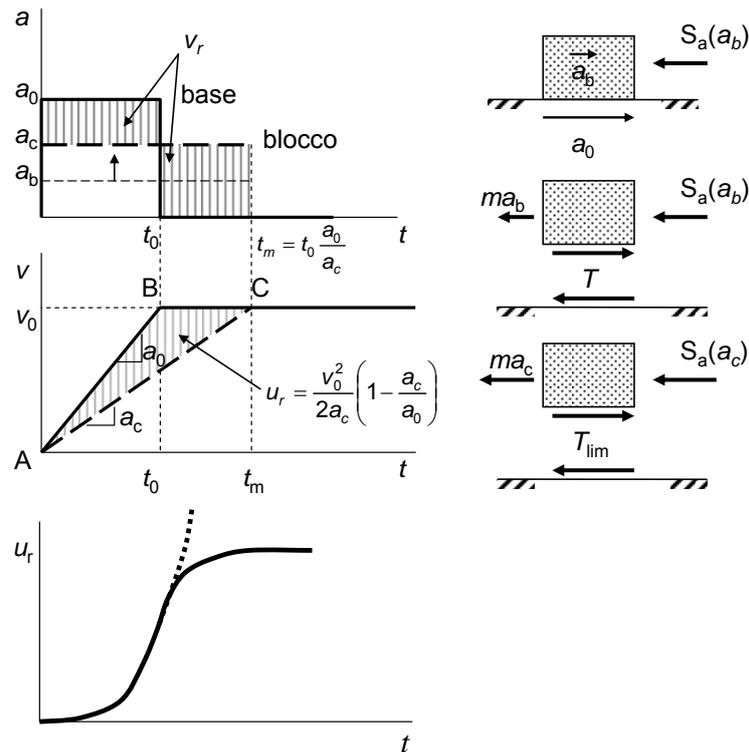


Figura 24: Analisi del comportamento di un blocco rigido soggetto a un'azione dinamica impulsiva (adattata da Callisto e Aversa, 2008).

critica a_c , che corrisponde alla completa mobilitazione della resistenza allo scorrimento:

$$T_{\text{lim}} = m \cdot a_c + S_{aE}(a_c). \quad (29)$$

Si verifica perciò un'accelerazione relativa tra base e muro, e quindi una velocità relativa, che produce a sua volta lo sviluppo di spostamenti relativi u_r , come mostrato in Figura 24. Se la massima accelerazione a_0 si mantenesse costante nel tempo, al pari di un'azione statica, gli spostamenti relativi divergerebbero (linea tratteggiata) e si raggiungerebbe una condizione di collasso. Tuttavia, per effetto dell'annullamento delle azioni sismiche dopo il tempo t_0 , la velocità relativa si annulla al tempo t_m indicato in figura e gli spostamenti raggiungono un valore finito. In altri termini, stante il carattere transitorio dell'azione sismica il raggiungimento della resistenza del sistema è solo temporaneo e, se le resistenze non si degradano, non si raggiunge una condizione di collasso (spostamenti indefiniti), ma si verifica un danno, quantificabile attraverso l'entità degli spostamenti permanenti indotti dal sisma.

È chiaro allora che ha poco senso, in condizioni sismiche, giudicare l'adeguatezza di un'opera in progetto sulla base del confronto tra azioni e resistenze: risulta infatti ammissibile che le resistenze siano temporaneamente attinte, e il giudizio deve basarsi su una stima della prestazione sismica. Dato però che gli spostamenti sismici risultano in gran parte procurati dal raggiungimento delle resistenze, e cioè dall'attivazione di un meccanismo plastico (che nel presente contesto non può più essere definito "di collasso"), le soluzioni descritte al § 2, che in condizioni statiche sono utilizzate per la valutazione della sicurezza rispetto al collasso,

possono in questo contesto essere utilizzate per giungere a una stima della prestazione sismica.

Più specificamente, le soluzioni ottenute per le condizioni limite in presenza di azioni sismiche possono essere utilizzate per la ricerca dell'accelerazione critica a_c che produce la completa mobilitazione delle resistenze del sistema e attiva perciò il meccanismo plastico. Per esempio, per il muro di sostegno assimilato al blocco di Figura 24, l'accelerazione critica può essere ricavata dall'equazione (29), in cui la funzione $S_{aE}(a)$ contiene una delle espressioni del coefficiente di spinta discusse al § 2.3.2. Per una paratia, a sbalzo o con un livello di vincolo, è possibile stimare l'accelerazione critica ipotizzando un meccanismo plastico di tipo rotazionale; per esempio, per una paratia con un livello di vincolo, l'equilibrio alla rotazione fornisce l'espressione:

$$S_{aE}(a_c) \cdot b_a = R_{pE}(a_c) \cdot b_p \quad (30)$$

dove le risultanti della spinta attiva $S_{aE}(a)$ e della resistenza passiva $R_{pE}(a)$ dipendono dall'accelerazione a attraverso le soluzioni del § 2.3.2 e b_a e b_p sono ai bracci di S_{aE} e R_{pE} rispetto al punto di vincolo.

L'accelerazione critica costituisce un indice sintetico della resistenza del sistema nei confronti dell'azione sismica. Nota a_c , lo schema di Figura 24 può essere agevolmente esteso a un intero accelerogramma per valutare lo spostamento permanente di un'opera. In alternativa all'uso di uno o più accelerogrammi si possono utilizzare relazioni semplificate basate sull'integrazione parametrica di gruppi di accelerogrammi, che consentono di stimare lo spostamento permanente in funzione principalmente del rapporto a_c/a_{max} ($=k_c/k_{max}$) fra l'accelerazione critica e la massima accelerazione dell'azione sismica. Relazioni di questo tipo sono state proposte ad esempio da Franklin e Chang (1977), Richards e Elms (1979) e Wong (1982) considerando l'insieme di registrazioni accelerometriche selezionato dagli stessi Franklin e Chang (1977).

Recentemente, relazioni dello stesso tipo sono state ottenute da Rampello e Callisto (2008) e Rampello *et al.* (2010) mediante l'integrazione parametrica di registrazioni accelerometriche italiane (Scasserra *et al.*, 2008) scalate a accelerazioni massime pari a 0.05, 0.15, 0.25 e 0.35 g e distinte in base alla categoria del sottosuolo di registrazione. In queste relazioni il massimo spostamento permanente indotto dal sisma è espresso in funzione del rapporto a_c/a_{max} secondo la relazione seguente:

$$u = B \cdot e^{-A \frac{a_c}{a_{max}}} \quad (31)$$

ed è riferito ad una probabilità di non superamento del 94 %. I corrispondenti valori dei coefficienti A e B sono riassunti nella Tabella 5.

Le correlazioni fra il rapporto a_c/a_{max} e gli spostamenti permanenti u indotti dal sisma possono essere utilizzate per istituire una corrispondenza fra la prestazione sismica desiderata e il valore dell'azione sismica da introdurre in una verifica pseudostatica. Si consideri ad esempio la relazione di Figura 25 tra il massimo spostamento atteso u e il rapporto a_c/a_{max} , ottenuta con la relazione (31) per $a_{max} = 0.25 g$ e sottosuolo di categoria B.

Se per un'opera si assume uno spostamento limite pari a 10 cm, la relazione fornisce un rapporto β tra l'accelerazione critica a_c e l'accelerazione massima a_{max} pari a 0.36.

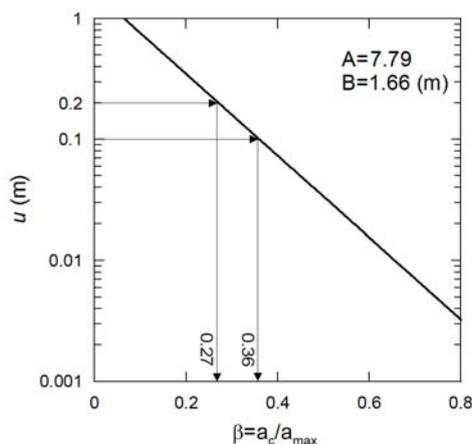


Figura 25: Esempio di legame fra il massimo spostamento indotto dal sisma e il rapporto a_c/a_{max} (categoria B – $a_{max} = 0.25$ g).

Tabella 5. Coefficienti A e B per l'eq. (31) (Rampello e Callisto, 2008)

sottosuolo	categoria A		categoria B		categoria C, D, E		
	a_{max} (g)	A	B (m)	A	B (m)	A	B (m)
0.35		7.50	1.69	7.90	1.59	7.40	0.75
0.25		7.42	1.79	7.79	1.66	7.54	0.78
0.15		7.48	0.91	7.86	1.09	8.05	1.16
0.05		7.87	0.39	7.86	0.45	8.07	0.59

Pertanto, una struttura di sostegno caratterizzata da un'accelerazione critica $a_c = \beta \cdot a_{max}$, cioè dimensionata con un metodo pseudostatico verificando che sotto l'accelerazione $\beta \cdot a_{max}$ abbia coefficienti di sicurezza unitari rispetto al meccanismo plastico considerato, subirà, assumendo valida la relazione (31), uno spostamento massimo pari a 10 cm. Se si ammette che la struttura possa subire uno spostamento maggiore, pari ad esempio a 20 cm, il coefficiente β ($= 0.27$), e quindi l'accelerazione critica della struttura da dimensionare, sarà minore.

L'azione sismica da utilizzare nell'analisi pseudostatica di un'opera di sostegno può perciò essere rappresentata dal coefficiente sismico $\beta \cdot a_{max}$ corrispondente alla prestazione sismica desiderata. Se l'analisi pseudostatica mostra che quest'azione sismica è appena sufficiente a mobilitare le resistenze del sistema, allora essa coincide effettivamente con il coefficiente sismico critico per l'opera e sono da attendersi spostamenti massimi prossimi alla prestazione desiderata. Se invece, sotto la medesima azione sismica, l'opera presenta una riserva di resistenza, allora il coefficiente sismico dell'opera sarà maggiore di $\beta \cdot a_{max}$ e l'opera subirà degli spostamenti minori, in misura anche considerevole stante la forma esponenziale della relazione (31).

In altri termini, con questa procedura si utilizza la verifica nei riguardi di un meccanismo di collasso, a rigore impropria per l'analisi sismica, in maniera convenzionale, legando l'azione sismica per la quale la verifica è soddisfatta alla prestazione attesa. Questa procedura assume implicitamente che per azioni sismiche severe l'opera possa subire uno spostamento. È perciò

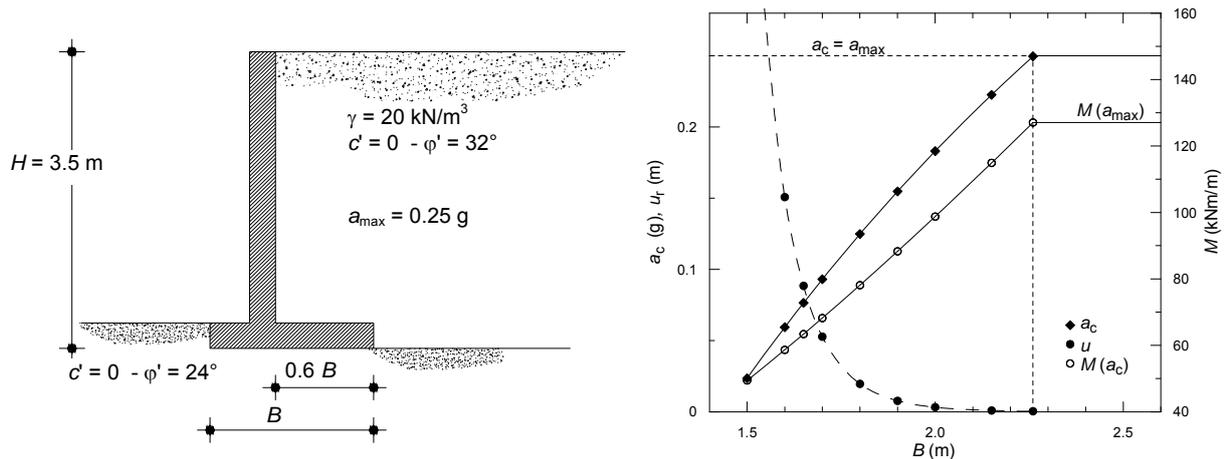


Figura 26: Legami fra la larghezza della base di un muro di sostegno e l'accelerazione critica, lo spostamento permanente e il massimo momento flettente nel paramento (Callisto e Aversa, 2008).

necessario garantire che essa sia in grado di subire questo spostamento senza significative perdite di resistenza, quindi con un comportamento d'insieme duttile. Limitatamente ai meccanismi plastici derivanti dalle resistenze del terreno, ciò può ottenersi con la scelta di parametri di resistenza del terreno attinti a grandi deformazioni.

La determinazione dell'accelerazione critica consente anche di valutare le massime azioni che gli elementi strutturali subiscono nel corso dell'evento sismico. Infatti, riportando l'attenzione sullo schema di Figura 24, risulta evidente che le sollecitazioni all'interno del blocco sono tutte proporzionali alla forza T . Di conseguenza, mentre nella condizione $a_b < a_c$ le sollecitazioni crescono con l'accelerazione alla base a_b , quando a_b è maggiore di a_c le sollecitazioni non possono ulteriormente aumentare, poiché la somma delle spinte e delle forze d'inerzia non può mai superare la resistenza alla base T_{\lim} . Di conseguenza, le resistenze del sistema limitano superiormente le sollecitazioni, in maniera non dissimile da quanto accade nelle condizioni statiche illustrate al § 3.1 e in Fig. 16.

La Figura 26 illustra ulteriormente questo concetto. Per il muro di sostegno mostrato in figura, può facilmente ricavarsi una relazione tra la dimensione in pianta B della fondazione e l'accelerazione critica: basta risolvere iterativamente l'equazione (29) in corrispondenza di diverse configurazioni geometriche del muro. All'aumentare di B naturalmente aumenta a_c e, fissato un valore dell'accelerazione massima (pari a 0.25 g in figura), si ottiene immediatamente una relazione decrescente tra B e il massimo spostamento sismico atteso: aumentando la dimensione della fondazione migliora la prestazione sismica. Dato però che al crescere dell'accelerazione sismica crescono anche le sollecitazioni, muri con fondazioni di larghezza B più grande risultano maggiormente sollecitati. Una prima conseguenza di questa osservazione è che per migliorare la prestazione sismica di un'opera occorre da un lato aumentarne le dimensioni globali, che influenzano direttamente il meccanismo plastico analizzato, e dall'altra irrobustire gli elementi strutturali. Una seconda conseguenza è che mentre una sottostima dell'accelerazione critica, prodotta per esempio da assunzioni prudenti sui parametri di resistenza o sulla presenza di ulteriori meccanismi resistenti, risulta cautelativa nei riguardi degli spostamenti, essa risulta svantaggiosa nei riguardi delle sollecitazioni. Si tratta di un concetto ben noto nel contesto della progettazione sismica di strutture dotate di duttilità, nelle quali le sollecitazioni negli elementi che durante l'evento

sismico non mobilitano la propria resistenza sono proporzionali alle resistenze degli elementi rimanenti. È quindi opportuno, ai fini della determinazione delle sollecitazioni, determinare l'accelerazione critica in assenza di qualunque fattorizzazione dei parametri di resistenza. Risultano inoltre di estremo interesse le soluzioni di estremo superiore discusse al § 2.3.2 che, producendo una sovrastima dell'accelerazione critica, consentono una valutazione prudentiale delle massime sollecitazioni subite dagli elementi strutturali nelle condizioni sismiche.

5. CONCLUSIONI

La teoria della plasticità perfetta consente la determinazione, con diversi gradi di approssimazione, delle azioni subite dalle opere di sostegno in corrispondenza della completa mobilitazione della resistenza del terreno. Un'opera per la quale la resistenza del terreno sia completamente mobilitata subisce un fenomeno di collasso. La valutazione delle spinte nelle condizioni limite consente perciò di studiare le possibili condizioni di collasso, essenzialmente al fine di evitarle, di rendere cioè il sistema sicuro nei confronti dello stato limite studiato. Fra le soluzioni disponibili, presentate nel § 2, risultano di particolare interesse applicativo quelle basate sul teorema dell'estremo inferiore dell'analisi limite, che oltre a risultare intrinsecamente cautelative presentano in genere il vantaggio di una formulazione in forma chiusa. L'estensione delle soluzioni alle condizioni sismiche non presenta particolari difficoltà concettuali ove l'azione sismica sia rappresentabile con un campo di accelerazioni uniforme nello spazio e con valore costante nel tempo (§ 2.3.2).

Per valutare le sollecitazioni negli elementi strutturali, oltre che per giungere a una previsione degli spostamenti, è necessario però determinare le effettive azioni scambiate fra il terreno e le opere di sostegno. Poiché le opere sono progettate per rimanere distanti da condizioni di collasso, queste azioni risultano almeno in parte differenti da quelle attinte in condizioni limite e devono essere determinate mediante uno studio di interazione. Le soluzioni della plasticità perfetta rappresentano comunque un utile riferimento, ma l'effettiva distribuzione delle tensioni scambiate deve in linea di principio essere rispettosa, oltre che del criterio di resistenza e delle condizioni di equilibrio, anche della congruenza. Si rende cioè necessario descrivere il legame tensioni – deformazioni sia per il terreno, sia per gli elementi strutturali, nonostante in alcuni casi siano possibili valutazioni di carattere empirico che prescindano dalla congruenza, come quelle illustrate al § 3.3.

È importante sottolineare che per le opere di sostegno ogni analisi di interazione risulta non lineare, sia per effetti geometrici, legati alla modifica della frontiera del problema associata alle diverse fasi costruttive, sia perché in alcune zone nel terreno interagente con l'opera viene sempre mobilitata la resistenza del terreno. Una conseguenza di questo ultimo aspetto è che le tensioni di contatto, e quindi le sollecitazioni, variano se nell'analisi si introducono valori fattorizzati dei parametri di resistenza. Questa circostanza non si verifica nelle usuali analisi di interazione strutturale, dove gli elementi interagenti vengono rappresentati con semplici legami linearmente elastici e le resistenze dei materiali intervengono soltanto a valle dell'analisi, nel corso delle verifiche locali delle sezioni strutturali. Le analisi di interazione terreno – struttura vanno perciò condotte alla stregua delle (poco consuete) analisi strutturali non lineari, per le quali sia la prassi sia la normativa tecnica indicano la necessità di utilizzare legami costitutivi che rappresentino “adeguatamente il comportamento reale”. Deve perciò essere evitata in queste analisi ogni fattorizzazione dei parametri di resistenza del terreno.

Lo studio delle condizioni sismiche differisce da quello delle condizioni statiche,

principalmente per il carattere transitorio delle azioni. Se il sistema raggiunge la propria resistenza solo per effetto di azioni transitorie, risulta a rigore scorretto associare a questa condizione lo sviluppo di un meccanismo di collasso; il giudizio sull'adeguatezza dell'opera deve invece essere formulato sulla base del danno subito (oppure, secondo una visione complementare, sulla base della prestazione sismica). In molti casi risulta conveniente progettare le opere facendo affidamento sulla loro duttilità, cioè secondo criteri che consentano, e anzi per certi versi facilitino, il raggiungimento delle resistenze nel corso dell'evento sismico secondo fissati meccanismi plastici, salvo verificare che i danni che ne derivano risultino accettabili. Poiché in questo caso la maggior parte degli spostamenti deriva dall'attivazione istantanea di meccanismi plastici, è possibile valutare le prestazioni del sistema utilizzando le stesse soluzioni della plasticità perfetta discusse al § 2, portando in debito conto però il carattere transitorio dell'azione sismica.

Nonostante in condizioni sismiche una verifica di sicurezza nei confronti di un meccanismo di collasso risulti formalmente impropria, nel § 3 si è mostrato come sia possibile indirizzare l'uso di verifiche di sicurezza che rappresentino le azioni sismiche con l'approccio pseudostatico verso una progettazione di tipo prestazionale, che leghi convenzionalmente la prestazione desiderata all'entità dell'azione sismica considerata, nella sua rappresentazione pseudostatica. È anche possibile legare le massime sollecitazioni negli elementi strutturali alle resistenze che il sistema presenta nei confronti dell'azione sismica. Se si desidera che nel corso dell'evento sismico si raggiunga la sola resistenza del terreno, le sollecitazioni negli elementi strutturali aumentano all'aumentare della resistenza offerta dal terreno all'attivazione del meccanismo plastico desiderato. In questo caso, una stima cautelativa delle sollecitazioni implica una sovrastima delle resistenze del terreno, ottenibile per esempio mediante le soluzioni di estremo superiore presentate nel § 2.3.2.

La comprensione delle tre diverse condizioni discusse nei paragrafi precedenti, cioè degli scenari di collasso, dell'effettiva interazione fra le opere di sostegno e il terreno, e delle condizioni sismiche, così specificamente influenzate dal carattere transitorio delle azioni, risulta essenziale per le verifiche condotte nel corso della progettazione, che implicano una scelta consapevole delle azioni da considerare sulle opere di sostegno per ciascuno degli stati limite analizzati.

BIBLIOGRAFIA

- Amorosi, A., Callisto, L., Rampello, S. 1999. "Observed behaviour of reconstituted clay along stress paths typical of excavations". In *Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials*, 2nd Int. Symp., IS-Torino, Balkema, Rotterdam, 1:34-42.
- Becci R. e R. Nova 1987. "Un metodo di calcolo automatico per il progetto di paratie". *Rivista Italiana di Geotecnica*, **21**, 1, 33-46.
- Bell, A. L., 1915. "The lateral pressure and resistance of clay and the supporting power of clay foundations". *Min. Proc. Inst. C. E.*, 149, 233.
- Callisto L. 2008. "Alcune osservazioni sul coefficiente di sicurezza per le opere di sostegno". Nota tecnica. *Rivista Italiana di Geotecnica* **42**, n.1, 59-66.
- Callisto, L. 2011. "Diaframmi a sostegno di scavi profondi in terreni a grana fine". In *Opere di Sostegno e di Stabilizzazione dei Pendii*, XXIII Ciclo di Conferenze di Geotecnica

di Torino, Pàtron Editore, Bologna.

- Callisto, L., Aversa, S., 2008. "Dimensionamento di opere di sostegno soggette ad azioni sismiche". In *Opere geotecniche in condizioni sismiche*. XII Ciclo di Conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce. Pàtron Editore, Bologna, 273-308.
- Caltabiano, S., Cascone, E., Maugeri, M., 1999. "Sliding response of rigid retaining walls". *Proc. 2nd International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering*, Lisbon.
- Caquot, A., Kerisel, J., 1948. *Tables for the calculation of passive pressure, active pressure and bearing capacity of foundations*. Gauthier-Villars, Paris.
- Chang, M. F. 1981. *Static and seismic lateral earth pressures on rigid retaining structures*. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN.
- Chen, W. F., Liu, X. L., 1990. *Limit analysis in soil mechanics*. Developments in Geotechnical Engineering 52. Elsevier Science Pub., Amsterdam.
- Chen, W. F., 1975. *Limit analysis and soil plasticity*. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands.
- Cheng, Y. M., 2003. "Seismic lateral earth pressure coefficients for c- ϕ soils by slip line method". *Computers and Geotechnics* **30**, 661-670.
- Coulomb, C. A., 1773. "Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique à l'architecture". *Acad. R. Sci. Mèm. Math. Phys. par divers savants*, **7**, 343-382.
- Decreto Ministeriale 11.3.1988. del Ministero dei Lavori Pubblici (1988). *Norme tecniche riguardanti le indagini sui terreni e sulle rocce, la stabilità dei pendii naturali e delle scarpate, i criteri generali e le prescrizioni per la progettazione, l'esecuzione e il collaudo delle opere di sostegno delle terre e delle opere di fondazione*. S.O. n. 127 alla G.U. dell'1.6.1988, n. 47.
- Decreto Ministeriale 14.1.2008. del Ministero delle Infrastrutture (2008). *Norme tecniche per le costruzioni*. S.O. n. 30 alla G.U. del 4.2.2008, n. 29.
- EN 1997-1. Eurocode 7: *Geotechnical design – Part 1: general rules*. CEN European Committee for Standardization, Bruxelles, Belgium.
- EN 1998-5. Eurocode 8: *Design of structures for earthquake resistance – Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects*. CEN European Committee for Standardization, Bruxelles, Belgium.
- Franklin, A. G., Chang, P. K., 1977. *Earthquake resistance of earth and rockfill dams; Report 5, Permanent displacement of earth embankments by Newmark sliding block analysis*. MP S-71-17, Soils and Pavements Laboratory, US Army Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss.
- Kötter, F., 1903. "Die bestimmung des druckes an gekrümmten gleitflächen, eine aufgabe aus der lehre vom erddruck". *Monatsber. Akad. Wiss.* Berlin, 1903, 229-233.
- Kumar, J., Chitikela, S., 2002. "Seismic passive earth pressure coefficients using the method of characteristics". *Canadian Geotechnical Journal*, **39**, 463-471.
- Lancellotta, R., 2002. "Analytical solution of passive earth pressure". *Gèotechnique*, **52** (8): 617-619.
- Lancellotta, R., 2004. *Geotecnica*, Zanichelli.

- Lancellotta, R., 2007. "Lower-bound approach for seismic passive earth resistance". *Géotechnique*, **57** (3): 319-321.
- Matsuo, H., Ohara, S., 1965. "Dynamic pore water pressure acting on quay walls during earthquakes". *Proc. 3rd World Conf. on Earthquake Engng.* 1, New Zealand, 130-140.
- Mayniel, K., 1808. *Traité expérimental, analytique et pratique de la poussée des terres et des murs de revêtement*, Paris.
- Mononobe, N., Matsuo, H., 1929. "On the determination of earth pressure during earthquakes". *Proc. World Engng Cong., Tokio*, **9**, 177-185.
- Morrison, Jr EE, Ebeling, R. M., 1995. "Limit equilibrium computation of dynamic passive earth pressure". *Canadian Geotechnical Journal*, **32**: 481-487.
- Motta, E., 1994. "Generalized Coulomb active earth pressure for distanced surcharge". *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, **120** (6): 1072-1079.
- Muller-Breslau, H., 1906. *Erddruck anf Stuetzmannern*, Kroener.
- Mylonakis, G., Kloukinas, P., Papantonopulos, C., 2007. "An alternative to the Mononobe-Okabe equations for seismic earth pressures". *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **27**: 957-969.
- Okabe, S., 1924. "General theory on earth pressure and seismic stability of retaining wall and dam". *J. Japan Civil Engineering Society* **10** (5): 1277-1323.
- Prandtl, L., 1921. "Eindringungsfestigkeit und festigkeit von schneiden". *Zeit F. Angew. Math. U. Mech.* **1**, 15.
- Rampello, S., Callisto, L., 2008. "Stabilità dei pendii in condizioni sismiche". In *Opere geotecniche in condizioni sismiche*. XII Ciclo di Conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce. Pàtron Editore, Bologna, 241-271.
- Rampello, S., Callisto L., Fagnoli, P., 2010. "Evaluation of slope performance under earthquake loading conditions". *Rivista Italiana di Geotecnica*, **44** (4): 29-41.
- Rankine, W. J. M., 1857. "On the stability of loose earth". *Philos. Trans. R. Soc.*, London, 147, 9.
- Richards R., Elms D.G. 1979. "Seismic behavior of gravity retaining walls". *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, **105** (GT4): 449-464.
- Scasserra, G., Lanzo, G., Stewart, J. P., D'Elia, B., 2008. "SISMA (Site Of Italian Strong-Motion Accelerograms): a web-database of ground motion recordings for engineering applications". *Proc. of 2008 Seismic Engineering Int. Conf. commemorating the 1908 Messina and Reggio Calabria Earthquake*, AIP, **2**:1649-1656.
- Sokolovskii, V. V., 1965. *Statics of granular media*. Pergamon Press, New York.
- Soubra, A. H., 2000. "Static and seismic passive earth pressure coefficients on rigid retaining structures". *Canadian Geotechnical Journal*, **37**, 463-478.
- Terzaghi, K., 1934, "Large Retaining Wall Tests," *Engineering News Record* Feb.1, March 8, April 19.
- Wong, C. P., 1982. *Seismic analysis and improved seismic design procedure for gravity retaining walls*. MSc Thesis, Dept of Civil Engineering, M.I.T., Cambridge, MA.