# Spazi vettoriali

(1) Sia $S$ il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$v = (1, 0, -1) \qquad\qquad w = (0, 0, 1)$$

Scrivere $S$ come spazio delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo.

(2) Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$ sono formati da vettori linearmente indipendenti:

$$\begin{aligned} S &= \{(1,1,1),\ (1,0,1),\ (2,-2,9)\} \\ T &= \{(2,1,3),\ (1,1,2),\ (3,2,5)\} \\ U &= \{(1,1,1),\ (0,1,1),\ (0,0,1)\} \\ V &= \{(a,b,0)\ :\ a,b \in R\} \end{aligned}$$

(3) Siano dati i vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (1, 2, -1) \qquad v_2 = (-2, k-2, k+4) \qquad v_3 = (1, 2, k-2) \qquad v_4 = (3, 5, k-1)$$

- Determinare, al variare del parametro reale $k$, la dimensione e una base del sottospazio $V$ generato da $v_1, v_2$ e $v_3$.
- Determinare per quali valori del parametro reale $k$ il vettore $v_4$ appartiene a $V$ e, in tal caso, scrivere $v_4$ come combinazione lineare degli elementi di una base di $V$.